Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»
(ИПФ РАН)

На правах рукописи

Марисова Мария Павловна

ВЛИЯНИЕ ТЕРМООПТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ И ДИСПЕРСИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ СТЕКОЛ

1.3.19. Лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Доктор физико-математических наук,
доцент, профессор РАН
Анашкина Елена Александровна

Нижний Новгород, 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение……4

Глава 1. Управление дисперсией микросфер с модами шепчущей галереи (МШГ)……12

1.1. Введение…..……..……..12

1.2. Сплошные микросферы……13

1.2.1. Описание МШГ в идеальных микросферах……13

1.2.2. Дисперсионные зависимости и коэффициенты нелинейности микросфер из различных стекол……17

1.2.3. Фазовый синхронизм при вырожденном четырехволновом взаимодействии в микросферах из кварцевого стекла……29

1.2.4. Расщепление частот МШГ кварцевых и теллуритных микросфер из-за малой несферичности……...36

1.3. Полые тонкостенные микросферы……...42

1.3.1. Описание МШГ……42

1.3.2. Дисперсионные зависимости и коэффициенты кубичной нелинейности полых микросфер из различных стекол……44

1.4. Кварцевые микросферы с тонким германосиликатным покрытием……49

1.4.1. Описание системы……49

1.4.2. Оптимизация параметров микрорезонаторов для достижения плоской околонулевой аномальной ДГС в телекоммуникационных S-, C- и L-диапазонах……51

1.4.3. Фазовый синхронизм при вырожденном четырехволновом взаимодействии в микросферах из кварцевого стекла с германосиликатным покрытием……59

1.5. Заключение к главе 1……64

Глава 2. Термооптическое управление частотами МШГ в сплошных микросферах…….67

2.1. Введение…..……67

2.2. Нагрев микросфер при термализации лазерного излучения……68

2.2.1. Описание конечноэлементной модели……68

2.2.2. Пространственные распределения температуры для микросфер из различных стёкол……..71

2.3. Температурные сдвиги длин волн МШГ……78

2.3.1. Физические основы термооптического сдвига длин волн МШГ……79

2.3.2. Термооптические сдвиги длин волн МШГ микросфер на основе различных стекол……..82

2.4. Сенсоры температуры на основе микросфер с МШГ……85

2.4.1. Температурная чувствительность МШГ микросфер одинакового размера…….85

2.4.2. Температурная чувствительность МШГ микросфер различного размера……89
2.5. Термооптическое включение/выключение рамановских процессов с использованием вспомогательных лазерных диодов……92
2.6. Заключение к главе 2……..98
Глава 3. Мультистабильные состояния света в двух связанных микрорезонаторах с термооптической нелинейностью……101
3.1. Введение……..……101
3.2. Гибридизация МШГ в линейной системе связанных микрорезонаторов……102
3.2.1. Конечноэлементная линейная модель……102
3.2.2. Определение реалистичных параметров системы с помощью линейной теории связанных мод……105
3.2.3. Супермоды системы микрорезонаторов с близкими парциальными частотами…108
3.3. Математическая модель для нелинейного случая……111
3.4. Связанные микрорезонаторы с одинаковыми «холодными» парциальными частотами…116
3.4.1. Мультистабильные стационарные состояния системы……116
3.4.2. Автоколебания в системе из двух идентичных связанных микрорезонаторов……...119
3.4.3. Гистерезисные переключения между устойчивыми стационарными состояниями при медленном сканировании частоты накачки……121
3.5. Связанные микрорезонаторы с близкими «холодными» парциальными частотами……125
3.5.1. Области мультистабильности при наличии межмодовой отстройки……125
3.5.2. Гистерезисные переключения между устойчивыми стационарными состояниями……128
3.5.3. Концепция высокочувствительного детектора на основе системы из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью……130
3.6. Заключение к главе 3……..……132
Заключение……..……..……..135
Список литературы……...……137
Список статей автора по теме диссертационного исследования……146

Введение

Актуальность темы исследования

Оптические диэлектрические микрорезонаторы находят широкое применение как в фундаментальной науке, так и в практических приложениях [1, 2]. Например, они могут быть использованы для создания высокоточных сенсоров и датчиков [3–5], в том числе биологических агентов [6], а также оптической и радиофильтрации [7, 8]. Нелинейные микрорезонаторы позволяют генерировать оптические частотные гребёнки, что расширяет их применимость на такие приложения как спектроскопия, телекоммуникации, оптическая когерентная томография, оптические атомные часы и другие [2, 9–12].

В микрорезонаторах с модами шепчущей галереи (МШГ) лазерное излучение циркулирует по периметру вблизи внутренней границы за счет полного внутреннего отражения [1, 13]. Их отличительной чертой является огромная добротность, достигающая ~10^5…10^9 и более в зависимости от материала, геометрии и способа изготовления [1, 13]. Помимо этого, эффективные объёмы МШГ весьма малы, так как их электрические поля сильно локализованы вблизи поверхности резонатора. Благодаря этим свойствам, интенсивности внутрирезонаторных полей мод даже при небольших мощностях непрерывной лазерной накачки (от ~0.1…10 мВт) могут достигать значений, при которых эффективно реализуются нелинейно-оптические процессы, приводящие к преобразованию частот.

Микрорезонаторы могут иметь различные формы: дисковые, сферические, тороидальные, веретенообразные, кольцевые на чипе; материалы для их изготовления также отличаются разнообразием [1, 13, 14]. При этом нелинейная динамика внутрирезонаторного излучения в разных типах микрорезонаторов зачастую может быть описана в рамках одних и тех же математических моделей, что позволяет получать достаточно универсальные, масштабируемые результаты при исследовании какого-либо определенного типа. Диссертационная работа выполнена в научной группе, где развита технология изготовления сферических микрорезонаторов из различных стёкол, поэтому проведенные теоретические исследования во многом ориентированы на экспериментальные возможности группы. Значительное внимание уделено сплошным сферическим микрорезонаторам из наиболее распространенного кварцевого (SiO_2) стекла по следующим причинам. Сплошные кварцевые микросферы размером от нескольких десятков до сотен микрон можно быстро и воспроизводимо изготовить из отрезка обычного телекоммуникационного волокна, например, с помощью аппарата для сварки волокон. При этом, изменяя диаметр резонатора контролируемым образом, можно достичь как аномальной, так и нормальной дисперсии групповых скоростей (ДГС) в телекоммуникационном диапазоне, где хорошо развита компонентная база. Поэтому кварцевые

микросферы являются удобной платформой для изучения различных процессов на основе кубичных (керровской и рамановской) нелинейностей. Более того, с точки зрения практического использования, микросферы с подводящими/отводящими свет волноводами могут быть надежно упакованы, обеспечивая стабильное функционирование фотонного устройства на их основе [15] (хотя с точки зрения массового внедрения их возможности оцениваются ниже, чем для микрорезонаторов на чипе).

Микрорезонаторы также могут изготавливаться из других стёкол, среди которых особенный интерес представляют стёкла с более высокими значениями коэффициента керровской и рамановской нелинейностей и более широкой полосой прозрачности [16, 17]. В качестве таких материалов рассматриваются германосиликатные, германатные, теллуритные и халькогенидные стёкла. Нелинейный показатель преломления (n_2) германатного стекла (GeO_2) примерно вдвое превышает значение для кварцевого стекла. Для теллуритных стёкол (на основе TeO_2) n_2 увеличивается в десятки раз, а для халькогенидных стёкол – на 2-3 порядка по сравнению с плавленым кварцем. Теллуритные и халькогенидные стёкла открывают широкие перспективы для микрорезонаторной оптики, но их полный потенциал еще не раскрыт. На сегодняшний день в ряде мировых лабораторий разработаны технологии изготовления теллуритных и халькогенидных микрорезонаторов на чипе [18–20], что демонстрирует высокий практический, а не только фундаментальный интерес к таким устройствам.

Следует отметить, что для эффективной реализации многих нелинейно-оптических процессов, например, четырёхволнового взаимодействия или генерации оптических частотных гребёнок на его основе, помимо высокой нелинейности требуется выполнение определенных условий на дисперсию микрорезонаторов, вклад в которую дают и материальная, и геометрическая составляющие [14]. Изменяя геометрические параметры резонаторов, можно управлять дисперсией в широких пределах [14]. Поэтому исследование дисперсионных характеристик резонаторов из разных материалов с различными формами и размерами очень важно для задач микрорезонаторной оптики.

Далее следует обратить внимание на хорошо известную проблему, связанную с действием термооптической нелинейности. Из-за частичной термализации мощности лазерного излучения происходит повышение температур, вследствие которого наблюдается локальное изменение показателя преломления. В протяженной среде это может приводить к самофокусировке пучка, на что впервые было обращено внимание в работе [21]. В микрорезонаторах термооптический эффект приводит к сильной зависимости собственных частот МШГ от интенсивности накачки и к нелинейной деформации резонансных кривых [22]. Несмотря на то, что зачастую тепловая нелинейность является паразитной, в ряде ситуаций её можно эффективно использовать, например, для высокочувствительного детектирования температурных изменений [22]. Более

того, с помощью контролируемого дополнительного источника нагрева можно реализовать управление целевыми нелинейно-оптическими преобразованиями частот. Следует отметить, что исследования термооптических эффектов до сих пор не являются полными даже для кварцевых микросфер. Термооптические характеристики теллуритных и халькогенидных стёкол сильно отличаются от соответствующих характеристик кварцевого стекла, поэтому их исследование представляет отдельный интерес.

Наконец, переход от одиночных резонаторов к связанным системам, простейшей из которых является пара резонаторов, даёт новые степени свободы и обогащает нелинейную динамику системы. Эффекты на основе керровской нелинейности в связанных микрорезонаторах достаточно много обсуждаются в научной литературе [23–25], но в изучении термооптических процессов имеется значительный пробел.

Таким образом, исследование характеристик одиночных и связанных микрорезонаторов из различных стёкол и устройств на их основе, а также разработка методов термооптического управления нелинейно-оптическими процессами в микрорезонаторах представляют собой актуальное и перспективное направление исследований. Это открывает широкие возможности для совершенствования существующих микрорезонаторных устройств и обладает значительным практическим потенциалом.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование и оптимизация линейных и нелинейных характеристик одиночных и связанных микрорезонаторов с модами шепчущей галереи из различных стёкол и высокочувствительных сенсоров на их основе, а также разработка и исследование методов термооптического управления нелинейно-оптическими процессами преобразования лазерного излучения в микрорезонаторах.

Задачи диссертационной работы:

1. Теоретическое исследование и оптимизация дисперсионных и нелинейных характеристик сферически-симметричных микрорезонаторов на основе кварцевых, германатных, германосиликатных, теллуритных и халькогенидных оптических стёкол.

2. Разработка численных и аналитических моделей для исследования стационарных и динамических термооптических эффектов в сплошных микросферах с учётом реалистичных особенностей геометрии системы и неоднородностей тепловыделения.

3. Расчёт и сравнительный анализ характеристик высокочувствительных температурных сенсоров на основе микрорезонаторов из различных оптических стёкол с учётом возможности возбуждения различных мод, а также с учетом отклонения формы резонатора от идеального шара.

4. Разработка и теоретическое исследование методов термооптического управления нелинейно-оптическими процессами на основе вынужденного комбинационного (рамановского) рассеяния света в сплошных микросферах.

5. Теоретическое исследование процессов, обусловленных термооптической нелинейностью, в системе из двух связанных микрорезонаторов и высокочувствительных сенсоров на их основе.

Научная новизна

1. Впервые исследованы дисперсионные и нелинейные характеристики мод шепчущей галереи в сплошных микросферах на основе германосиликатного стекла и полых тонкостенных микросферах на основе халькогенидных (As_2S_3 и As_2Se_3) стёкол, а также в сплошных микросферах из кварцевого стекла с тонким покрытием из германосиликатного стекла; определены условия достижения околонулевой и аномальной ДГС для мод рассматриваемых микрорезонаторов на различных длинах волн накачки. Для кварцевых микросфер с германосиликатным покрытием впервые проведён анализ кривых синхронизма вырожденного четырёхволнового взаимодействия.

2. Впервые произведён расчёт и выполнен сравнительный теоретический анализ температурной чувствительности длин волн мод шепчущей галереи в сплошных микросферах на основе германатного, теллуритного и халькогенидных (As_2S_3 и As_2Se_3) стёкол; проанализировано влияние выбора рабочей моды, размера резонатора и отклонения формы рассматриваемых резонаторов от идеального шара на температурную чувствительность.

3. Предложен оригинальный способ, позволяющий с использованием вспомогательного лазерного диода включать/выключать непрерывную рамановскую генерацию в теллуритной микросфере, а также генерацию рамановских солитонов с контролируемой шириной спектра и рамановских “паттернов Тьюринга” в функционализированной кварцевой микросфере со специально нанесённым поглощающим покрытием.

4. Впервые детально исследованы стационарные и динамические эффекты в системе из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью при однонаправленной непрерывной накачке: определены области мультистабильности и бифуркационные диаграммы, проанализированы направления гистерезисных переключений между устойчивыми стационарными состояниями, вызываемых медленным сканированием частоты накачки, найдены области автоколебаний. Проанализировано влияние малой межмодовой отстройки между парциальными модами на структуру стационарных состояний и возможных гистерезисных переключений, предложена оригинальная концепция высокочувствительного детектора, работающего вблизи точки бифуркации.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты диссертационной работы могут применяться в ряде российских научно-исследовательских и научно-образовательных организаций, таких как ИПФ РАН, РКЦ, Сколтех, НГУ, ИАиЭ СО РАН, ИТМО, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», и др.

Разработанные модели для исследования линейных и нелинейных характеристик одиночных и связанных микрорезонаторов и термооптических процессов в них, а также полученные с помощью них результаты, могут использоваться для моделирования подобных систем и фотонных устройств на их основе.

Результаты диссертационной работы могут найти практическое применение при проектировании и разработке прототипов генераторов оптических частотных гребёнок для интеграции в системы прецизионных измерений, в навигационные системы, в метрологическое оборудование для контроля качества в высокотехнологичных производствах (микроэлектронике) и в другие интеллектуальные производственные технологии и роботизированные системы.

Результаты исследований термооптических процессов могут использоваться для разработки высокочувствительных миниатюрных датчиков температурных изменений окружающей среды, что может представлять особенный интерес для измерения локальных градиентных температурных полей на небольших пространственных масштабах. Эти результаты также могут быть востребованы для разработки термооптических систем управления нелинейно-оптическими преобразователями частот.

Методология и методы исследования

В работе использовались надежные и хорошо апробированные методы численного моделирования, проверенные на известных моделях. Для расчёта параметров микрорезонаторов на основе различных стёкол применялся хорошо известный электродинамический подход, основанный на решении характеристических уравнений, получаемых на основе системы уравнений Максвелла с учетом граничных условий, соответствующих конкретной конфигурации микрорезонатора. Моделирование термодинамической задачи нагрева и остывания одиночного микрорезонатора производилось методом конечных элементов в рамках уравнения теплопроводности. Моделирование нелинейных свойств системы из двух связанных микрорезонаторов производилось в рамках теории связанных мод, а линейных свойств системы – как в рамках теории связанных мод, так и с помощью конечноэлементного подхода в рамках уравнений Максвелла. Также применялись аналитические методы, позволяющие получать решения соответствующих уравнений в определённых приближениях.

Положения, выносимые на защиту

1. В сплошных кварцевых микросферах диаметром порядка 100 мкм с германосиликатным покрытием толщиной около 2 мкм можно получить околонулевую дисперсию групповых скоростей в широком диапазоне длин волн ~1.46…1.625 мкм. Данная конструкция микрорезонаторов расширяет возможности управления кривыми фазового синхронизма при вырожденном четырёхволновом взаимодействии по сравнению с микросферами без покрытия, обеспечивая диапазон перестройки частоты генерируемых волн до 78 ТГц (450 нм) при изменении частоты накачки всего на 3.8 ТГц (30 нм). Для некоторых параметров предложенных резонаторов условия синхронизма выполняются для двух и даже трех пар генерируемых волн, что невозможно для микросфер без покрытия.

2. Микросферы из халькогенидного стекла As_2Se_3 могут быть использованы в качестве сенсоров температуры с ожидаемой температурной чувствительностью длин волн МШГ ~57 пм/К (на длине волны 1.55 мкм), что в 6 раз превышает известное значение для кварцевых микросфер. Чувствительность таких микросенсоров практически не зависит от добротности микросферы и её размера (при радиусах микросфер $\geq$ 30 мкм), малых отклонений формы от сферической и выбора рабочей моды.

3. Включение/выключение непрерывной рамановской генерации в теллуритной микросфере, а также генерации рамановских солитонов с контролируемой шириной спектра и рамановских “паттернов Тьюринга” в функционализированной кварцевой микросфере со специально нанесенным поглощающим покрытием вблизи её полюса (вдали от рабочей МШГ) может быть осуществлено за счет термооптического сдвига частоты рабочей моды относительно постоянной частоты узкополосной накачки при использовании вспомогательного лазерного диода.

4. В системе двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью при однонаправленной непрерывной накачке при одних и тех же параметрах возможны до девяти стационарных состояний, при этом не более четырёх из них устойчивы. Даже малая расстройка между парциальными частотами резонаторов кардинально влияет на структуру стационарных состояний и возможных гистерезисных переключений между мультистабильными состояниями. На основе этого эффекта может быть реализован высокочувствительный детектор, работающий вблизи точки бифуркации.

Достоверность полученных результатов

Все представленные результаты диссертационного исследования являются достоверными и обоснованными. В работе применялись надежные и апробированные численные и аналитические методы и подходы. Разработанные алгоритмы и программы для численного

моделирования тщательно тестировались на известных моделях. Для ряда теоретических результатов есть экспериментальная верификация. Положения и основные результаты диссертационной работы опубликованы в рецензируемых научных журналах и подвергались оценке независимых экспертов. Результаты докладывались на всероссийских и международных конференциях.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы были доложены автором лично на следующих конференциях, симпозиумах и научных школах:

- 19th and 20th International Conferences Laser Optics (ICLO 2020) and (ICLO 2022), Санкт-Петербург (ноябрь 2020 и июнь 2022);

- IV, V, VI and VII International Conferences on Ultrafast Optical Science “UltrafastLight-2020”, “UltrafastLight-2021”, “UltrafastLight-2022”, “UltrafastLight-2023”, Москва (сентябрь-октябрь 2020, октябрь 2021, октябрь 2022, октябрь 2023);

- VII Школа-конференция молодых учёных «Прохоровские недели», Москва (октябрь 2024);

- Всероссийская научная конференция с международным участием «Невская Фотоника – 2023», Санкт-Петербург (октябрь 2023);

- I Самарцевские Чтения (ФЭКС/IWQO-2023), Светлогорск, Калининградская обл (сентябрь 2023);

- The International Summer Conference for Theoretical Physics (ISCTP-2023), Долгопрудный (июль 2023);

- 22nd International Conference on Numerical Simulation of Optoelectronic Devices “NUSOD 2022”, Turin, Italy (online) (сентябрь 2022);

- 29th International Conference on Advanced Laser Technologies (ALT’22), Москва (сентябрь 2022);

- XVII Всероссийская конференция «Высокочистые вещества. Получение, анализ, применение» и X Школа молодых ученых «Особо чистые стекла для волоконной оптики», Нижний Новгород (июнь 2022);

- International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics” (NWP-2021), Нижний Новгород (сентябрь 2021);

- Международная научно-техническая конференция «Современная элементная база радиоэлектроники и её применение», Нижний Новгород (ноябрь 2018).

Результаты работы обсуждались на семинарах в ИПФ РАН, а также вошли в число лучших результатов ИПФ РАН 2024 года. Работа удостоена диплома II степени XXV Конкурса работ молодых учёных ИПФ РАН (2023г.).

Работа поддержана стипендией Президента Российской Федерации для аспирантов и адъюнктов, проводящих научные исследования в рамках реализации приоритетов научно-технологического развития Российской Федерации, определённых в стратегии научно-технического развития Российской Федерации. Результаты работы использовались при выполнении проектов в рамках следующих грантов: Мегагрант №14.W03.31.0032 (075-15-2021-633), НЦМУ «Центр фотоники» №075-15-2020-906 (075-15-2022-316), РНФ 20-72-10188-П, РНФ 20-72-10188, РНФ 18-72-00176.

Публикации по теме диссертации

Результаты диссертационного исследования опубликованы в 17 статьях в рецензируемых журналах, индексируемых базами Scopus и Web of Science, в том числе, в Physical Review E, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Access, IEEE Photonics Technology Letters, Results in Physics, Sensors (3 статьи), Micromachines (2 статьи), Photonics (5 статей), Journal of Non-Crystalline Solids и Quantum Electronics.

Личный вклад автора

Все теоретические результаты, представленные в диссертационной работе, получены лично автором или при его непосредственном участии. Постановка задач, определение подходов к их решению, анализ, обсуждение и интерпретация полученных результатов осуществлялись совместно с научным руководителем Е.А. Анашкиной, а также с А.В. Андриановым. Обсуждение и интерпретация результатов, полученных при исследовании нелинейных темооптических эффектов в системе связанных микрорезонаторов (глава 3) также происходило совместно с А.В. Юлиным. Экспериментальные данные, использованные для верификации теоретических результатов автора, получены и предоставлены А.В. Андриановым.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы и списка статей автора по теме диссертации. Диссертация изложена на 147 страницах, включает 55 рисунков, 6 таблиц. Список литературы содержит 119 наименований, список статей автора в рецензируемых журналах по теме диссертации содержит 17 наименований.

Глава 1.
Управление дисперсией микросфер с модами шепчущей галереи (МШГ)

1.1. Введение

Применения микрорезонаторов, связанные с нелинейно-оптическим преобразованием лазерного излучения, накладывают определённые требования на характеристики микрорезонаторов, в том числе, на дисперсию групповых скоростей (ДГС) [14]. Управление дисперсией является важной проблемой, и разработка регулярных способов её оптимизации способствует развитию методов генерации микрорезонаторного излучения с желаемыми характеристиками. Например, получение околонулевой ДГС в широком диапазоне длин волн может расширить возможности реализации эффектов на основе четырёхволнового взаимодействия (ЧВВ), включая генерацию оптических частотных гребёнок и генерацию коррелированных пар сигналов [26–28]. Именно поэтому разработка новых подходов к оптимизации дисперсионных характеристик и применение этих подходов для исследования конкретных случаев является важной задачей.

В работе исследуются микрорезонаторы из разных стекол. Применение кварцевого стекла с длиной волны нулевой дисперсии 1.28 мкм в микрорезонаторной оптике в ближнем ИК диапазоне удобно благодаря его широкому распространению в волоконной оптике из-за хороших оптических и физико-химических свойств и развитой телекоммуникационной компонентной базы [29]. Использование этого стекла ограничивается высокими оптическими потерями на длинах волн >2 мкм. Близкие по свойствам германосиликатные (GeO_2–SiO_2) и германатные (GeO_2) стекла характеризуются немного большими линейными и нелинейными показателями преломления, более широкой полосой прозрачности (до ~2.7…3 мкм) [30], а также возможностью применения многих технологий, доступных для элементов из плавленого кварца.

Теллуритные стёкла на основе диоксида теллура (TeO_2) прозрачны в ближнем и среднем ИК-диапазонах (до ~5-6 мкм), обладают высокой химической устойчивостью и устойчивостью против кристаллизации. Длина волны нулевой дисперсии для них составляет около 2 мкм. Значения коэффициентов керровской и рамановской нелинейностей для теллуритных стёкол в десятки раз выше, а частота рамановского сдвига в 1.5-2 раза больше, чем для кварцевого стекла [31], что делает их перспективными материалами для преобразования частоты лазерной накачки из телекоммуникационного диапазона далеко за его пределы.

Халькогенидные бескислородные стёкла состоят из одного или нескольких халькогенов (S, Se, Te) в сочетании с As, Ga, Ge, Sb, In и другими элементами, характеризуются очень

широкой полосой прозрачности (до ~10 мкм и более) и рекордно высокими значениями керровской и рамановской нелинейностей (на 2-3 порядка больше, чем у кварцевого стекла) [17, 32]. Многие составы являются устойчивыми. Халькогенидные стёкла привлекают значительное внимание в нелинейной оптике. Однако длина волны нулевой дисперсии халькогенидных стёкол находится в среднем ИК диапазоне (например, >4.5 мкм для As_2S_3 и >7 мкм для As_2Se_3), и её смещение в коротковолновую сторону требует специального дизайна волноводных элементов с характерными размерами порядка длины волны и меньше [19, 20].

В данной главе теоретически проанализированы дисперсионные и нелинейные характеристики МШГ сферически-симметричных микрорезонаторов различной формы (сплошные микросферы, полые тонкостенные оболочки, сплошные микросферы с тонким покрытием) на основе упомянутых оптических стёкол, а также на конкретных примерах исследованы условия фазового синхронизма при вырожденном четырёхволновом взаимодействии.

1.2. Сплошные микросферы

1.2.1. Описание МШГ в идеальных микросферах

Начнём рассмотрение особенностей мод шепчущей галереи оптических микрорезонаторов с одной из наиболее простых систем – сплошной микросферы на основе однородного оптического стекла. Схематичное изображение такого микрорезонатора радиусом R и введённая сферическая система координат показаны на рисунке 1.1. Характерный диапазон диаметров микрорезонаторов в экспериментальных образцах обычно варьируется от десятков до сотен микрометров. Предполагается, что микрорезонатор выполнен из однородного оптического стекла с показателем преломления n, который зависит от длины волны света λ. Обычно микросферы такого типа изготавливаются методом оплавления кончика оптического волокна.

Для вывода выражений на поля и частоты собственных мод диэлектрического шара воспользуемся общепринятым подходом, описанном, например, в [13, 33], который основан на использовании уравнений Максвелла в совокупности с материальными соотношениями и граничными условиями.

Уравнения Максвелла в непроводящей среде в отсутствии внешних токов и свободных зарядов имеют вид:

$$\begin{cases} rot\ \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ rot\ \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}. \quad (1.1)$$

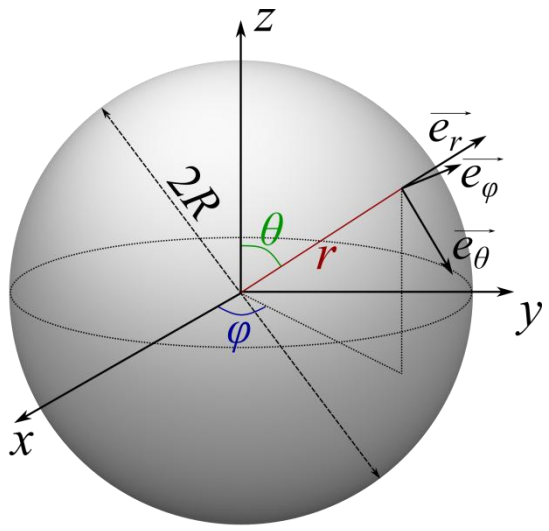


Рисунок 1.1. Схематичное изображение сплошного сферического микрорезонатора радиусом R и введённая сферическая система координат.

Материальные соотношения:

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \end{cases}. \quad (1.2)$$

В (1.1) и (1.2) $\vec{E}$ – напряжённость электрического поля, c – скорость света в вакууме, $\vec{B}$ – индукция магнитного поля, $\vec{H}$ – напряжённость магнитного поля, $\vec{D}$ – индукция электрического поля, μ – магнитная проницаемость вещества, ε – диэлектрическая проницаемость среды ($\varepsilon = n^2$ внутри шара, $\varepsilon = 1$ за пределами шара). Во всём пространстве предполагается $\mu = 1$, поэтому в дальнейшем μ будет опускаться.

Для монохроматического поля $E_{r,\theta,\varphi} \sim exp(-i\omega t)$, $H_{r,\theta,\varphi} \sim exp(-i\omega t)$ уравнения (1.1) с учётом материальных соотношений (1.2) приобретают следующий вид:

$$\begin{cases} rot\ \vec{E} = ik\vec{H} \\ rot\ \vec{H} = -ik\varepsilon \vec{E} \end{cases}. \quad (1.3)$$

Здесь $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ – постоянная распространения в вакууме, $\omega = 2\pi f$, $f = c/\lambda$ – частота излучения, λ – длина волны излучения в вакууме.

Решения системы (1.3) для сферической системы координат могут быть разделены на две поляризации [33]: волны E-типа (также называемые TM модами) и волны H-типа (также называемые TE модами). TM моды характеризуются тем, что одна из компонент магнитного поля (в сферической системе координат это H_r) тождественно равна нулю. Для мод TE

поляризации, в свою очередь, одна из компонент электрического поля (в сферической системе координат это E_r) зануляется. Полные выражения для электрического и магнитного полей внутри и вне микрорезонатора для TM и TE мод могут быть представлены следующим образом [13, 33, 34]:

$$\text{TM:}\ \begin{cases} \overrightarrow{E_{lm}} = \vec{N}_{lm}(r,\theta,\varphi) \\ \overrightarrow{H_{lm}} = -\frac{in(r)}{c}\vec{M}_{lm}(r,\theta,\varphi) \end{cases}, \quad \text{TE:}\ \begin{cases} \overrightarrow{E_{lm}} = \vec{M}_{lm}(r,\theta,\varphi) \\ \overrightarrow{H_{lm}} = -\frac{in(r)}{c}\vec{N}_{lm}(r,\theta,\varphi) \end{cases}, \tag{1.4}$$

$$\begin{cases} N_{lm,r} = l(l+1)P_l^m(\cos\theta)\frac{T_l(r)}{(n(r)kr)^2}\,(\exp(im\varphi) \pm \exp(-im\varphi)) \\ N_{lm,\theta} = \frac{d}{d\theta}(P_l^m(cos\theta))\frac{1}{n^2(r)k^2r}\,\frac{dT_l(r)}{dr}(\exp(im\varphi) \pm \exp(-im\varphi)), \\ N_{lm,\varphi} = \frac{im}{\sin\theta}P_l^m(\cos\theta)\frac{1}{n^2(r)k^2r}\,\frac{dT_l(r)}{dr}(\exp(im\varphi) \pm \exp(-im\varphi)) \end{cases} \tag{1.5}$$

$$\begin{cases} M_{lm,r} = 0 \\ M_{lm,\theta} = \frac{im}{\sin\theta}P_l^m(\cos\theta)\frac{1}{n(r)kr}\,T_l(r)(\exp(im\varphi) \pm \exp(-im\varphi)) \\ M_{lm,\varphi} = \frac{d}{d\theta}(P_l^m(cos\theta))\frac{1}{n(r)kr}\,T_l(r)(\exp(im\varphi) \pm \exp(-im\varphi)) \end{cases}, \tag{1.6}$$

$$T_l(r) = \begin{cases} C_i\sqrt{nkr}J_{l+\frac{1}{2}}(nkr), & r < R \\ C_e\sqrt{kr}H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr), & r > R \end{cases}. \tag{1.7}$$

Здесь P_l^m – присоединённые полиномы Лежандра степени l и порядка m, $C_{i,e}$ – произвольные постоянные, J_v и $H_v^{(1)}$ – функции Бесселя и Ханкеля первого рода порядка v, соответственно, l и m – целочисленные индексы: $l \geq 0$, $-l \leq m \leq l$. С учётом граничных условий на поверхности диэлектрического шара (непрерывность тангенциальных компонент $\vec{E}$ и $\vec{H}$; непрерывность нормальных компонент $\vec{D}$ и $\vec{B}$), из (1.4–1.7) можно получить характеристические уравнения на собственные частоты [33]:

$$\frac{[(nkR)^{1/2}J_{l+\frac{1}{2}}(nkR)]'}{(nkR)^{1/2}J_{l+\frac{1}{2}}(nkR)} = n^p\frac{[(kR)^{1/2}H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kR)]'}{(kR)^{1/2}H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kR)}, \tag{1.8}$$

где $p = 1$ для TM мод, $p = -1$ для TE мод, а штрих обозначает производную по аргументу в круглых скобках. Соотношения между произвольными постоянными $C_{e,i}$ также могут быть выведены из граничных условий [13]:

$$\text{TM:}\ \frac{C_e}{C_i} = \sqrt{n}\frac{J_{l+\frac{1}{2}}(nkr)}{H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr)} \quad \text{TE:}\ \frac{C_e}{C_i} = \frac{1}{\sqrt{n}}\frac{J_{l+\frac{1}{2}}(nkr)}{H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr)}. \tag{1.9}$$

Характеристическое уравнение (1.8) определяет связь собственных частот f с радиусом микрорезонатора R и показателем преломления стекла n. Собственные моды TM и TE семейств нумеруются тремя целочисленными индексами $q \geq 1$, $l \geq 0$ и $-l \leq m \leq l$, задающими

конфигурацию поля: q – радиальный индекс (число вариаций поля по координате r равно q), m – азимутальный индекс (число вариаций поля по углу φ равно $2m$), и l – полярный индекс (число вариаций поля по углу θ равно $l - |m| + 1$). Индекс q вводится как номер корня характеристического уравнения с фиксированными R и l при расположении решений по возрастанию k: наименьшему k соответствует $q = 1$ [33]. Стоит отметить, что характеристические уравнения (1.8) не зависят от индекса m, что ведёт к вырожденности собственных мод по этому индексу для диэлектрического шара идеальной формы:

$$f_{q,l,l} = f_{q,l,l-1} = \cdots = f_{q,l,-l}. \qquad (1.10)$$

Из всего многообразия мод диэлектрического шара модами шепчущей галереи принято называть моды с большим индексом $l \gg 1$ и сравнительно небольшим числом вариаций поля по координатам r и θ: $l - |m| \ll l$, $q \ll l$. Поля таких мод в основном локализованы в приповерхностной области вблизи плоскости $\theta \approx \pi/2$. *Фундаментальными МШГ* принято называть моды шепчущей галереи с $q = 1$ и $|m| = l$, имеющие одну вариацию поля по координатам r и θ; пример пространственного распределения модуля электрического поля в фундаментальной МШГ показан на рисунке 1.2(а). Моды с $q > 1$ и/или $|m| < l$ принято называть *высшими МШГ*; примеры распределения $|E|$ в высших МШГ с различными индексами показаны на рисунке 1.2(б–г).

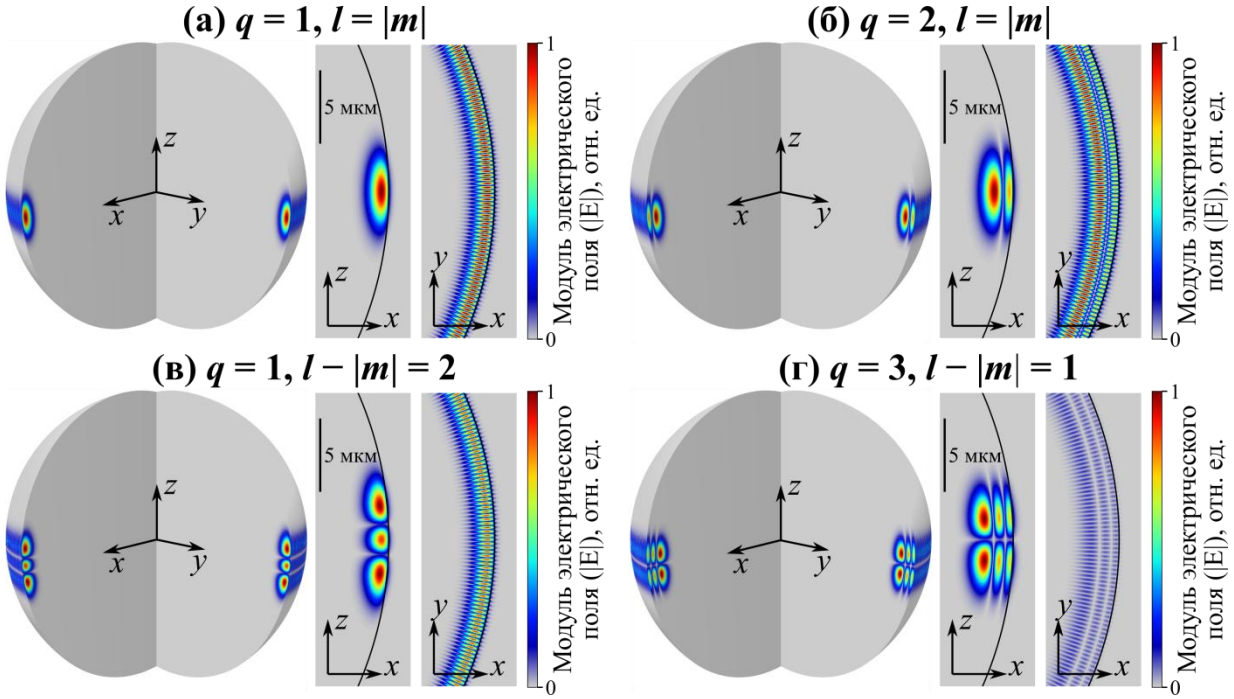


Рисунок 1.2. Рассчитанные распределения модуля электрического поля в МШГ с различными индексами для сплошной микросферы из кварцевого стекла: (а) фундаментальная МШГ с $q = 1$, $l = m = 281$; (б) $q = 2$, $l = m = 272$; (в) $q = 1$, $l = m + 2 = 281$; (г) $q = 3$, $l = m + 1 = 265$. Результаты представлены для мод ТЕ поляризации, $R = 50$ мкм, $\lambda \approx 1.55$ мкм.

1.2.2. Дисперсионные зависимости и коэффициенты нелинейности микросфер из различных стекол

Применения микрорезонаторов, связанные с нелинейно-оптическим преобразованием излучения, накладывают определённые требования на их характеристики, в том числе, на дисперсию групповых скоростей (ДГС). Управление дисперсией является важной проблемой, и разработка регулярных способов её оптимизации способствует развитию методов генерации микрорезонаторного излучения с желаемыми параметрами.

Будем называть дисперсией зависимость волнового числа k от частоты излучения ω. Разлагая эту зависимость в ряд Тейлора около частоты предполагаемого излучения накачки ω_0, получаем:

$$k(\omega) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\beta_j}{j!} \cdot (\omega - \omega_0)^j, \tag{1.11}$$

$$\beta_j = \frac{d^j k(\omega)}{d\omega^j}\Big|_{\omega=\omega_0}. \tag{1.12}$$

Коэффициенты разложения β_j называются параметрами дисперсии порядка j. Каждый член в формуле (1.11) имеет соответствующий физический смысл: $\beta_0 = k(\omega_0)$ отвечает за постоянный набег фазы волны; $\beta_1 = (v_G)^{-1}$, где v_G – групповая скорость волнового пакета; $\beta_2 = -(v_G)^{-2} \cdot dv_G/d\omega$ – параметр дисперсии второго порядка, также называемый параметром ДГС. Принято называть дисперсию групповых скоростей *нормальной*, если $\beta_2 > 0$. В случае нормальной ДГС низкочастотные компоненты распространяются быстрее высокочастотных. Для генерации оптических гребёнок во многих режимах предпочтительна обратная ситуация с $\beta_2 < 0$ (также называемая *аномальной* дисперсией групповых скоростей), когда высокочастотные компоненты распространяются быстрее низкочастотных.

Вклад в дисперсию оптического элемента, определяемый дисперсионными характеристиками материала принято называть *материальной дисперсией*. Зависимость коэффициента преломления материала n от длины волны излучения λ, обусловленная свойствами материала, может быть выражена формулой Селлмейера для рассматриваемых стёкол [29]:

$$n^2(\lambda) = A_0 + \sum_{i=1}^{i=N} A_i \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}. \tag{1.13}$$

Здесь N, A_i и λ_i – константы, зависящие от конкретного материала. Величины этих констант для рассмотренных в работе кварцевых (SiO_2), германатных (GeO_2), теллуритных (TeO_2–WO_3–La_2O_3, сокращённо TWL) и двух видов халькогенидных (As_2S_3 и As_2Se_3) стёкол приведены в таблице 1.1. Также в таблице 1.1 приведены значения длины волны нулевой ДГС λ_{ZD}:

$\beta_2(\lambda = \lambda_{ZD}) = 0$. Для всех рассматриваемых стёкол при $\lambda > \lambda_{ZD}$ достигается аномальная ДГС ($\beta_2 < 0$).

Таблица 1.1. Параметры, описывающие материальную дисперсию рассматриваемых стёкол

Параметр	Кварцевое стекло (SiO_2) [29]	Германатное стекло (GeO_2) [35]	Теллуритное стекло (TWL) [36]	Халькогенидное As_2S_3 стекло [37]	Халькогенидное As_2Se_3 стекло [38]
N	3	3	2	5	3
A_0	1	1	2.4909866	1	1
A_1	0.6961663	0.80686642	1.9515037	1.8983678	4.9948719
A_2	0.4079426	0.71815848	3.0212592	1.9222979	0.1207152
A_3	0.8974794	0.85416831		0.8765134	1.7123685
A_4				0.1188704	
A_5				0.9569903	
λ_1, мкм	0.0684043	0.068972606	0.2382	0.15	0.24164
λ_2, мкм	0.1162414	0.15396605	15	0.25	19
λ_3, мкм	9.896161	11.841931		0.35	0.48328
λ_4, мкм				0.45	
λ_5, мкм				27.386	
λ_{ZD}, мкм	1.28	1.75	2.2	4.9	7.2

В случае оптических систем конечного размера, в частности, микрорезонаторов, в дисперсию, помимо материальной части, вносит вклад и геометрическая составляющая. Её величина зависит от размеров и формы оптического элемента. В микрорезонаторах она обусловлена тем, что имеется дискретный набор собственных мод, и оптические пути излучения в каждой из мод несколько отличаются. В случае сферических микрорезонаторов дисперсия МШГ на частоте излучения накачки ω_0 может быть определена по набору собственных частот $f_{q,l,m}$:

$$\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2\pi R}\frac{1}{\Delta f_l}, \tag{1.14}$$

$$\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2}\Big|_{\omega=\omega_0} = -\frac{1}{4\pi^2 R}\frac{\Delta(\Delta f_l)}{(\Delta f_l)^3}. \tag{1.15}$$

В формулах (1.14) и (1.15) введены следующие обозначения:

$$\Delta f_l = (f_{q,l+1,m+1} - f_{q,l-1,m-1})/2, \tag{1.16}$$

$$\Delta(\Delta f_l) = f_{q,l+1,m+1} - 2f_{q,l,m} + f_{q,l-1,m-1}. \quad (1.17)$$

Индексы (q,l,m) выбираются таким образом, что частота соответствующей моды $f_{q,l,m}$ конкретной поляризации (TE или TM) является ближайшей к частоте излучения накачки $\omega_0/(2\pi)$. Важно отметить, что при вычислении дисперсии последовательными МШГ считаются моды с одинаковой структурой по координатам r и θ. Это означает, что последовательные МШГ имеют следующие индексы: … → (q,l−2,m−2) → (q,l−1,m−1) → (q,l,m) → (q,l+1,m+1) → (q,l+2,m+2) →…, что и отражено в выражениях (1.16) и (1.17). Индекс моды соответствует МШГ с частотой, ближайшей к $\omega_0/(2\pi)$.

Для вычисления дисперсии МШГ в микрорезонаторах из различных оптических стёкол был разработан компьютерный код на основе модифицированного метода Пауэлла для нахождения корней характеристического уравнения (1.8). При решении уравнения явно учитывалась зависимость показателя преломления стекла от длины волны $n(\lambda)$ по формуле Селлмейера (1.13). Для локализации корней были использованы аппроксимационные формулы высокого порядка [39], применённые итеративно для учёта материальной дисперсии стёкол. По полученному набору собственных частот $f_{q,l,m}$ вычислялась зависимость параметра ДГС $\beta_2(\lambda)$ от длины волны излучения согласно (1.15–1.17). Так как собственные частоты микрорезонатора зависят как от его формы и размера, так и от дисперсии стекла, данный подход позволяет учитывать и материальную, и геометрическую составляющую ДГС.

На рисунке 1.3 показаны результаты расчётов спектральной зависимости параметра ДГС $\beta_2(\lambda)$ для фундаментальных МШГ TE поляризации сплошных микросфер варьируемого размера на основе различных оптических стёкол. Штрихпунктирными линиями чёрного цвета отмечена материальная дисперсия групповых скоростей соответствующего стекла. Из представленных результатов расчётов видно, что влияние геометрической составляющей дисперсии растёт с уменьшением размера микросферы: чем меньше R, тем больше отличается дисперсия МШГ от материальной дисперсии стекла. Уменьшение размера микросфер для фундаментальных мод приводит к смещению длины волны нулевой ДГС λ_{ZD} в длинноволновую область, увеличивая необходимую длину волны излучения накачки для достижения аномальной дисперсии групповых скоростей. Аналогичные расчёты для мод TM поляризаций показали, что спектральные зависимости ДГС фундаментальных МШГ TM и TE мод сплошных сферических микрорезонаторов весьма близки, а наибольшие отличия достигаются для микрорезонаторов наименьшего радиуса при наибольших длинах волн. Для сплошных микросфер из кварцевого, германатного и теллуритного стёкол отличия между β_2 для фундаментальных МШГ TM и TE поляризаций составляют менее 3 пс^2/км, а для микросфер из халькогенидных As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол – менее 10 пс^2/км в рассматриваемых диапазонах параметров.

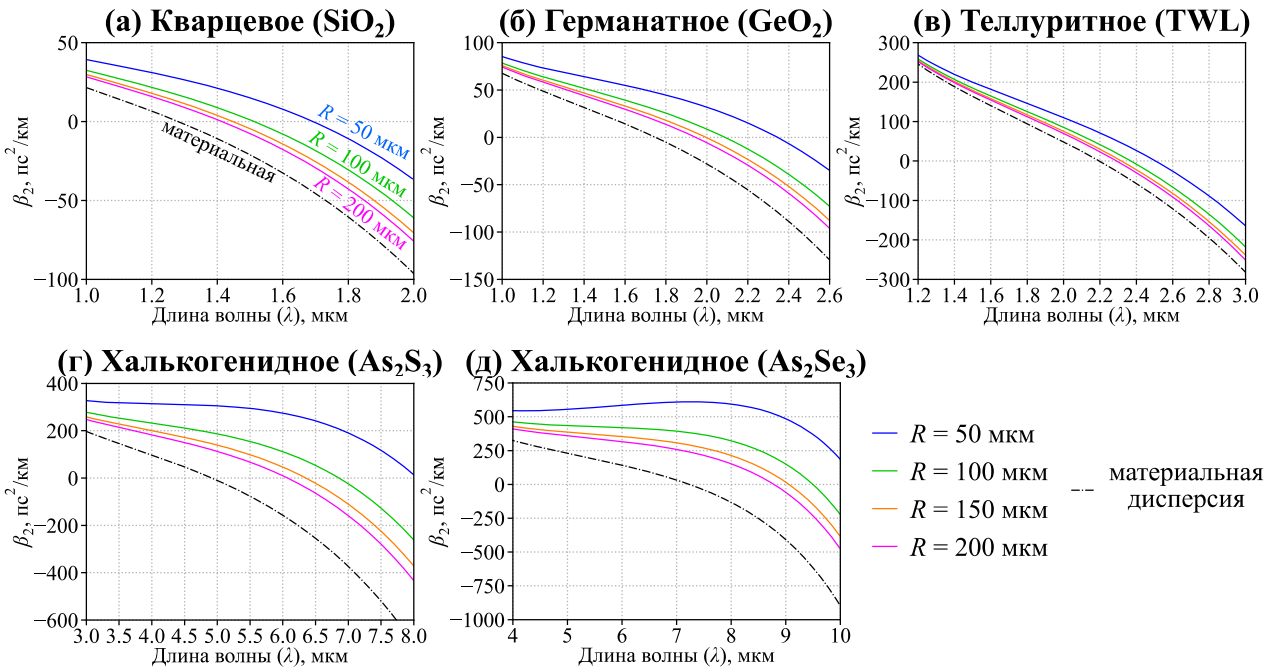


Рисунок 1.3. Результаты расчётов зависимостей параметра ДГС β_2 от длины волны λ для фундаментальных МШГ сплошных сферических микрорезонаторов с различными радиусами R на основе различных стёкол: (а) – кварцевого, (б) – германатного, (в) – теллуритного, (г) – халькогенидного As_2S_3, (д) – халькогенидного As_2Se_3. Расчёты приведены для мод TE поляризации. Штрихпунктирными линиями чёрного цвета показана материальная дисперсия соответствующих стёкол.

Также была рассмотрена дисперсия нефундаментальных МШГ в сплошных микросферах из тех же оптических стёкол. Здесь стоит напомнить, что в случае микросфер идеальной формы собственные моды вырождены по азимутальному индексу m, откуда следует, что дисперсия семейств МШГ с $q = 1$, $l > |m|$ (несколько вариаций поля по углу θ) совпадает с дисперсией фундаментальных МШГ соответствующей поляризации. В связи с этим расчёты были проведены только для МШГ с несколькими радиальными вариациями. Полученные спектральные зависимости $\beta_2(\lambda)$ показаны на рисунке 1.4 для микрорезонаторов радиусом $R = 150$ мкм для МШГ TE поляризации с различными значениями радиального индекса q. Отличия параметра ДГС для мод TM и TE поляризаций для микросфер на основе SiO_2, GeO_2 и TWL стёкол не превышают 3 пс^2/км, а для микросфер на основе As_2S_3 и As_2Se_3 – не превышают 12 пс^2/км для мод с $q \leq 10$.

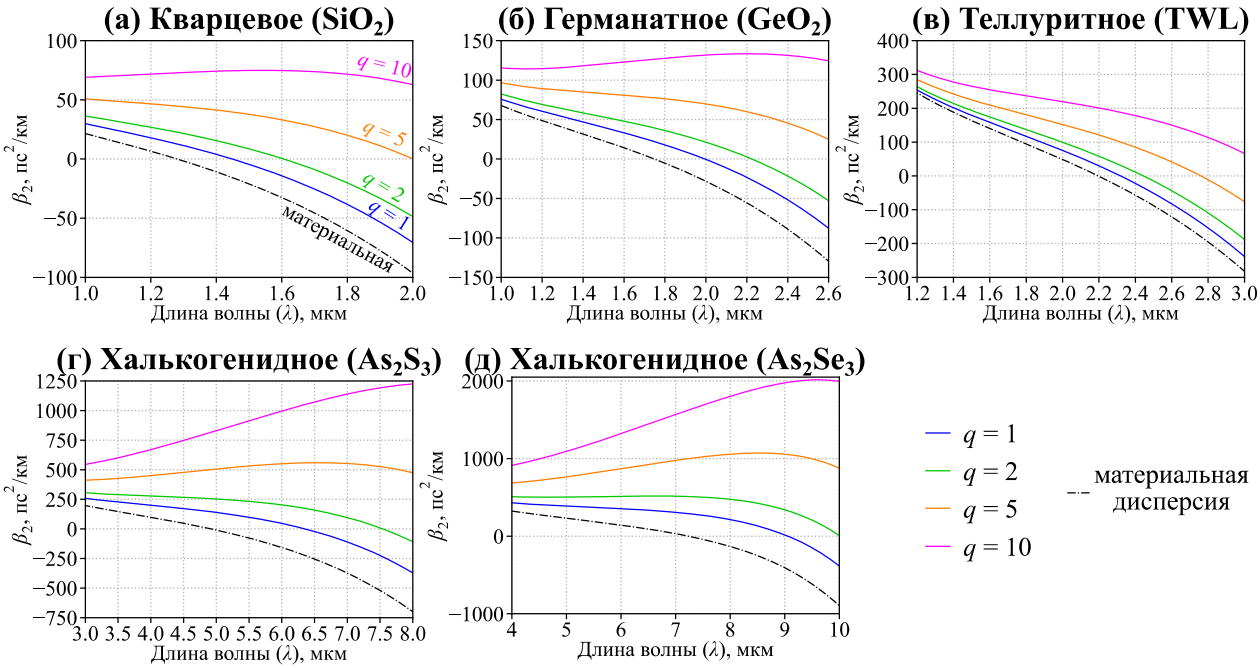


Рисунок 1.4. Результаты расчётов зависимостей параметра ДГС β_2 от длины волны λ для МШГ сплошных сферических микрорезонаторов радиусом $R = 150$ мкм с различными радиальными индексами q на основе различных стёкол: (а) – кварцевого, (б) – германатного, (в) – теллуритного, (г) – халькогенидного As_2S_3, (д) – халькогенидного As_2Se_3. Результаты приведены для мод ТЕ поляризации. Штрихпунктирными линиями чёрного цвета показана материальная дисперсия соответствующих стёкол.

Из рисунка 1.4 видно, что при увеличении радиального индекса q дисперсионная зависимость $\beta_2(\lambda)$ для нефундаментальных МШГ существенно изменяется, ещё больше смещая ноль ДГС в длинноволновую область по сравнению с фундаментальными МШГ в микросферах того же размера, что свидетельствует о большей роли геометрической дисперсии для этих мод. Это означает, что достижение аномальной ДГС для МШГ сплошных микросфер с несколькими радиальными вариациями ещё более осложнено, так как требует использования источников излучения с большими длинами волн.

В задачах, связанных с нелинейно-оптическим преобразованием монохроматического излучения, важную роль играют как дисперсионные, так и нелинейные свойства среды. Поэтому для успешного использования микрорезонаторов на практике важно уметь управлять их нелинейными характеристиками.

Нелинейные свойства рассматриваемых материалов, обусловленные безинерционным электронным откликом среды, можно выразить через нелинейный показатель преломления n_2, определяющий зависимости показателя преломления стекла n от интенсивности излучения I:

$$n(I,\lambda) = n_0(\lambda) + n_2 I. \quad (1.18)$$

В формуле (1.18) λ – рассматриваемая длина волны излучения, n_0 – линейный показатель преломления, вычисляемый по формуле (1.13), а зависимость $n_2(\lambda)$ здесь не учитывается.

Помимо коэффициента n_2, являющегося свойством материала резонатора, важную роль играет также и локализация МШГ. Коэффициент кубичной нелинейности γ, интегрально учитывающий как свойства материала, так и вид моды, может быть введён следующим образом [40]:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\int n_2(r) S_\varphi^2(r,\theta) d^2r}{(\int S_\varphi(r,\theta) d^2r)^2}. \quad (1.19)$$

Здесь S_φ – азимутальная (в сферической системе координат, введённой на рисунке 1.1) компонента вектора Пойнтинга $\vec{S} = [\vec{E}; \vec{H}]$, интегралы берутся по меридиональному ($\varphi = const$) сечению резонатора. Электрическое и магнитное поля МШГ вычисляются в соответствии с формулами (1.4–1.9). Стоит отметить, что в литературе существуют различные определения γ и эффективных объёмов МШГ V_{eff} ($\gamma = 4\pi^2 R n_2/(\lambda V_{eff})$), а также различные аппроксимационные формулы для их расчёта [33, 41, 42]. Тем не менее, ввиду близости результатов, получаемых по различным формулам, и применимости определения (1.19) к широкому классу конфигураций микрорезонаторов, в настоящей работе будет использоваться исключительно определение (1.19).

Так как характерный масштаб локализации поля МШГ очень мал по сравнению с размером микросферы (как показано на рисунке 1.2), рассматриваемые оптические микрорезонаторы обладают высоким коэффициентом γ даже для стёкол с не слишком большим коэффициентом n_2, что делает их особенно интересными системами для исследования нелинейных эффектов. Значения нелинейных коэффициентов n_2 для рассматриваемых стёкол приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2. Значения нелинейных показателей преломления n_2 для рассматриваемых оптических стёкол

Параметр	Кварцевое стекло (SiO_2) [43]	Германатное стекло (GeO_2) [43]	Теллуритное стекло (TWL) [36]	Халькогенидное As_2S_3 стекло [32]	Халькогенидное As_2Se_3 стекло [44]
n_2, 10^{-20} м^2/Вт	2.2	5.1	59	200	2200

Как видно из таблицы 1.2, теллуритные и халькогенидные стёкла обладают очень высокими значениями коэффициента нелинейности по сравнению с обычным кварцевым

стеклом, что и привело к рассмотрению возможности их использования в качестве материала оптических микрорезонаторов для задач нелинейно-оптического преобразования излучения.

Результаты расчётов нелинейных коэффициентов γ для фундаментальных ТЕ мод сплошных микросфер различного радиуса при фиксированной длине волны накачки λ показаны на рисунке 1.5. Ярким цветом выделены области аномальной ДГС, бледным цветом – области нормальной ДГС для микросфер соответствующих конфигураций. Отличия γ для фундаментальных МШГ ТЕ и ТМ поляризаций незначительны и составляют менее 4%.

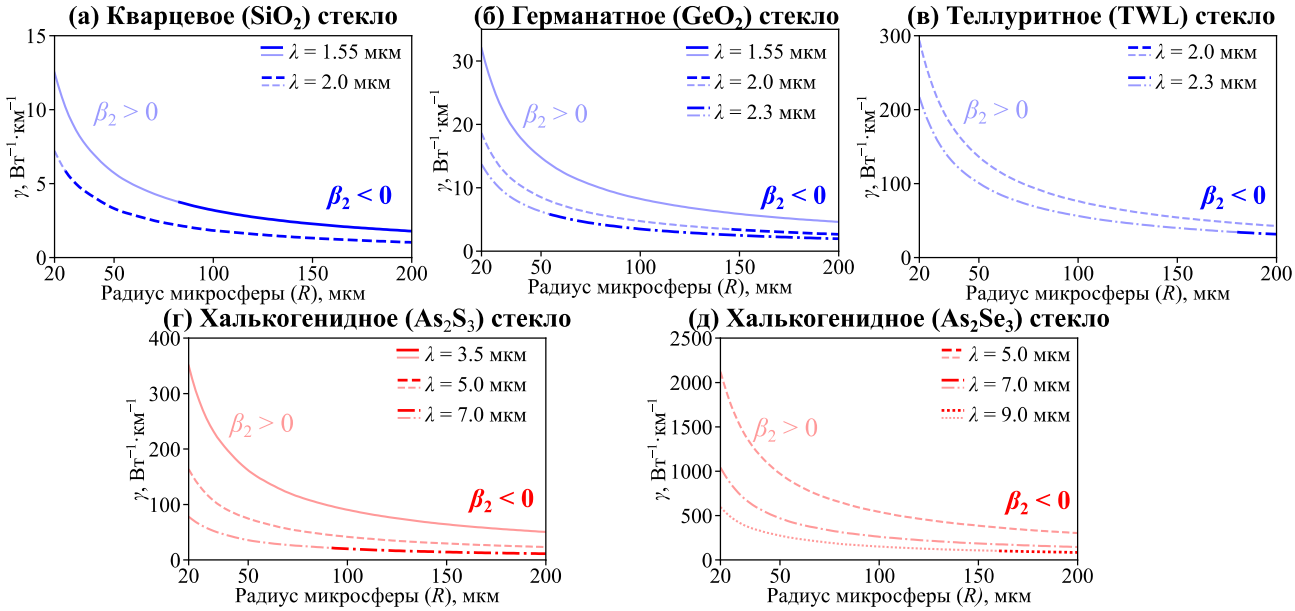


Рисунок 1.5. Результаты расчётов зависимостей нелинейного коэффициента γ от радиуса сплошных микросфер R на основе кварцевого (а), германатного (б), теллуритного (в), халькогенидного As_2S_3 (г) и халькогенидного As_2Se_3 (д) стёкол на различных длинах волн λ. Расчёты приведены для фундаментальных МШГ ($q = 1, l = |m|$) ТЕ поляризации. Ярким цветом выделены участки зависимостей $\gamma(R)$, при которых достигается аномальная ДГС ($\beta_2 < 0$), бледным цветом – нормальная ДГС ($\beta_2 > 0$).

Как видно из рисунка 1.5, рассчитанные значения нелинейных коэффициентов γ для МШГ микросфер из теллуритного и халькогенидных стёкол существенно больше, чем для МШГ в микросферах того же радиуса из SiO_2 и GeO_2 стёкол. Это соотношение объясняется соотношением нелинейных показателей преломления n_2 (таблица 1.2). Значения γ увеличиваются при уменьшении радиуса микросферы при постоянной длине волны. Это происходит из-за того, что в микросферах меньшего размера поля МШГ локализованы более компактно. Спадающий характер спектральной зависимости $\gamma(\lambda)$ объясняется совокупностью

двух факторов: повышением локализации полей МШГ при уменьшении λ и явным присутствием множителя λ^{-1} в формуле (1.19).

Как было показано выше при рассмотрении дисперсии МШГ сплошных сферических микрорезонаторов, длина волны нулевой ДГС λ_{ZD} может быть смещена исключительно в длинноволновую часть спектра по сравнению с λ_{ZD} исходного стекла. Данный факт накладывает определённые ограничения на возможности управления ДГС в микрорезонаторах такой конфигурации. Достижение режима аномальной ДГС, необходимого для конкретных задач (например, генерации диссипативных керровских солитонов [2]), существенно осложняется в микросферах из стёкол As_2S_3 и As_2Se_3, так как для этого требуются источники накачки с $\lambda > \lambda_{ZD}$. Поэтому, несмотря на сравнительно высокие коэффициенты нелинейности, сплошные халькогенидные микросферы имеют более ограниченную область применения для задач нелинейно-оптического преобразования излучения, чем микросферы из других стёкол.

Стоит отметить, что с уменьшением радиуса сплошной микросферы область аномальной ДГС ($\beta_2 < 0$) всё больше смещается в длинноволновую сторону, что означает, что параметр ДГС β_2 увеличивается при фиксированной длине волны излучения. Так как для многих нелинейно-оптических процессов в микрорезонаторах требуется выполнение определённых условий на дисперсию групповых скоростей и коэффициент кубичной нелинейности, приведённые результаты показывают, что для фиксированной длины волны накачки и материала существует оптимальный диапазон радиусов микросфер. Действительно, для микросфер слишком маленького радиуса не будет выполняться условие $\beta_2 < 0$; напротив, использование слишком большой микросферы пусть и обеспечивает аномальную ДГС, но означает сравнительно малые коэффициенты нелинейности γ, что может оказаться неоптимальным для реализации нелинейного преобразования частоты.

Как видно из результатов расчётов, показанных на рисунках 1.3(а) и 1.5(а), одной из наиболее интересных конфигураций для получения небольшой аномальной ДГС при использовании источника излучения с длиной волны $\lambda = 1.55$ мкм является использование микросфер из кварцевого (SiO_2) стекла. Эта длина волны широко используется в телекоммуникациях.

Важной оптической характеристикой микрорезонаторов является величина межмодового интервала ΔF_{WGM} (также иногда используется обозначение *FSR* от англ. *Free Spectral Range*). Для МШГ сферических микрорезонаторов с индексами (q,l,m) она может быть выражена следующим образом:

$$\Delta F_{WGM,q,l-|m|} = f_{q,l+1,m+1} - f_{q,l,m}. \qquad (1.20)$$

Контроль этого параметра актуален для телекоммуникационных приложений микрорезонаторов, в частности, при разработке пассивной оптической сети с

мультиплексированием с разделением по длинам волн (англ. *wavelength-division multiplexed passive optical network,* WDM-PON) [45]. Основная идея такого устройства состоит в генерации оптической частотной гребёнки (ОЧГ) в микрорезонаторе и использовании её нескольких самых мощных спектральных линий в качестве каналов передачи информации; упрощённая принципиальная схема четырёхканальной WDM-PON показана на рисунке 1.6(а). В качестве главного преимущества WDM-PON на основе микрорезонаторных ОЧГ следует отметить необходимость лишь в одном лазерном источнике для создания многоканальной линии передачи и напрямую следующую отсюда общую компактность системы.

Так как частотное расстояние между спектральными линиями получаемой оптической частотной гребёнки в микрорезонаторах обычно (но не всегда) соответствует ΔF_{WGM}, из телекоммуникационного стандарта ITU-T G.694.1 [46], задающего допустимые расстояния между каналами передачи, напрямую следует следующее требование:

$$\Delta F_{WGM} = N \times 100 \text{ ГГц}. \qquad (1.21)$$

Рассчитанная зависимость величины межмодового интервала ΔF_{WGM} от радиуса микросферы для сплошных микросфер из кварцевого стекла показана на рисунке 1.6(б). Согласно проведённым расчётам, ΔF_{WGM} = 400 ГГц приблизительно соответствуют сплошные микросферы радиусом $R \approx 82$ мкм [А1], а ΔF_{WGM} = 200 ГГц – микросферы с $R \approx 164$ мкм [А2]. В работе [А1] соавторами были также проведены эксперименты с кварцевой микросферой радиусом $R \approx 84$ мкм (экспериментально измеренный $\Delta F_{WGM} \approx 393$ ГГц). Теоретически рассчитанная спектральная зависимость $\beta_2(\lambda)$ для этой микросферы показана на рисунке 1.6(в), а полученный экспериментальный спектр генерируемой оптической частотной гребёнки – на рисунке 1.6(г). Согласно моделированию четырёхканальной WDM-PON на основе этой гребёнки, проведённому коллегами из Института телекоммуникаций Рижского технического университета, в такой системе теоретически возможна передача данных со скоростью до 10 Гбит/с на канал [А1], что было подтверждено последующими экспериментами [47]. Для микросфер радиусом $R \approx 164$ мкм, численное моделирование, проведённое соавторами, показало возможность создания четырёхканальной WDM-PON с межканальным расстоянием 200 ГГц с аналогичными скоростями передачи данных [А2].

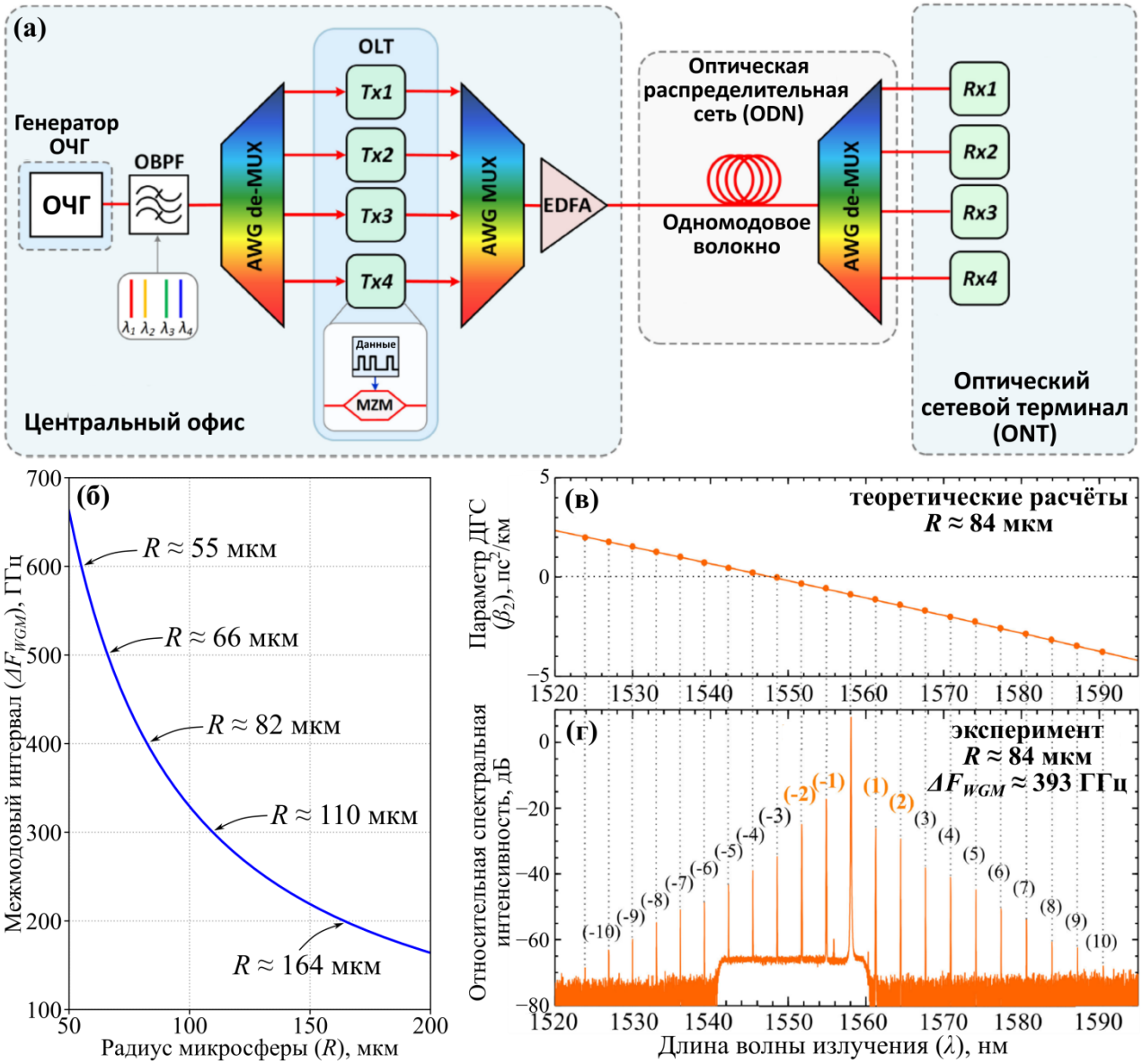


Рисунок 1.6. Сплошные микросферы из кварцевого стекла в качестве источников оптических частотных гребёнок для пассивных оптических сетей с мультиплексированием с разделением по длинам волн (WDM-PON). (а) Принципиальная схема четырёхканальной WDM-PON на основе микрорезонаторной ОЧГ. OBPF – полосовой оптический фильтр, AWG MUX (AWG de-MUX) – оптический мультиплексор (демультиплексор) на основе волноводной решётки, OLT – терминал оптической линии, Tx (Rx) – трансмиттер (ресивер), MZM – электрооптический модулятор Маха-Цендера, EDFA – эрбиевый волоконный усилитель. (б) Рассчитанная зависимость величины межмодового интервала (ΔF_{WGM}) от радиуса микросферы R на длине волны излучения λ = 1.55 мкм. (в) Теоретически рассчитанная спектральная зависимость параметра ДГС и (г) полученный соавторами экспериментальный спектр оптической частотной гребёнки в SiO_2 микросфере радиусом R ≈ 84 мкм [A1].

Помимо микрорезонаторов из кварцевого стекла, как видно из рисунка 1.5(б), перспективным материалом для изготовления сплошных сферических микрорезонаторов с целью генерации оптических частотных гребёнок в режиме диссипативного солитона при накачке на длине волны λ = 2.0 мкм является германатное (GeO_2) стекло. Это напрямую связано с тем, что для него длина волны нулевой ДГС λ_{ZD} = 1.75 мкм (таблица 1.1), и в рассматриваемых микрорезонаторах λ_{ZD} может быть дополнительно смещена в длинноволновую область за счёт геометрической компоненты дисперсии для получения небольших отрицательных значений β_2 на λ = 2.0 мкм. Германатное стекло, по сравнению с кварцевым стеклом, обладает большим коэффициентом керровской нелинейности и большей оптической плотностью. В волоконной оптике также используются германосиликатные стёкла составом $(1-X)\cdot SiO_2–X\cdot GeO_2$ с варьируемой молярной концентрацией диоксида германия $0 \le X \le 1$ [30]. Такие стёкла близки к кварцевому по теплофизическим характеристикам, что позволяет применять к ним хорошо отработанные технологии изготовления стеклянных микрорезонаторов, например, методом нагрева торца волокна. При этом наличие диоксида германия варьируемой концентрации потенциально даёт дополнительные возможности управления дисперсионными (за счёт смещения λ_{ZD}) и нелинейными (за счёт изменения n_2) свойствами микрорезонаторов на их основе.

Дисперсия германосиликатных стёкол может быть описана модифицированной формулой Селлмейера [35]:

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{i=1}^{3} \frac{[SA_i + X\cdot(GA_i - SA_i)]\lambda^2}{\lambda^2 - [S\lambda_i + X\cdot(G\lambda_i - S\lambda_i)]^2}. \quad (1.22)$$

Здесь SA_i и $S\lambda_i$ – коэффициенты Селлмейера A_i и λ_i для кварцевого стекла, а GA_i и $G\lambda_i$ – коэффициенты Селлмейера A_i и λ_i для германатного стекла, ранее приведённые в таблице 1.1.

Нелинейный показатель преломления n_2 германосиликатных стёкол линейно зависит от молярной концентрации диоксида германия X и вычисляется следующим образом [43]:

$$n_{2,Si-Ge} = (1 - X)\cdot Sn_2 + X\cdot Gn_2, \quad (1.23)$$

где Sn_2 и Gn_2 – нелинейные показатели преломления кварцевого и германатного стёкол, приведённые в таблице 1.2.

Дисперсионные свойства сплошных сферических микрорезонаторов различного радиуса из германосиликатных стёкол с различной молярной концентрацией GeO_2 показаны на рисунке 1.7(а–г): на панели (а) показаны результаты расчётов длины волны нулевой ДГС λ_{ZD}, на (б,в) – величина параметра ДГС β_2 при длине волны накачки λ = 1.55 мкм (б) и λ = 2.0 мкм (в), а на (г) – примеры рассчитанных спектральных зависимостей $\beta_2(\lambda)$ для микрорезонаторов радиусом R = 200 мкм на основе стёкол с различной концентрацией диоксида германия X [А3]. В связи с

близостью результатов для различных поляризаций МШГ, расчёты приведены только для фундаментальных ТЕ мод.

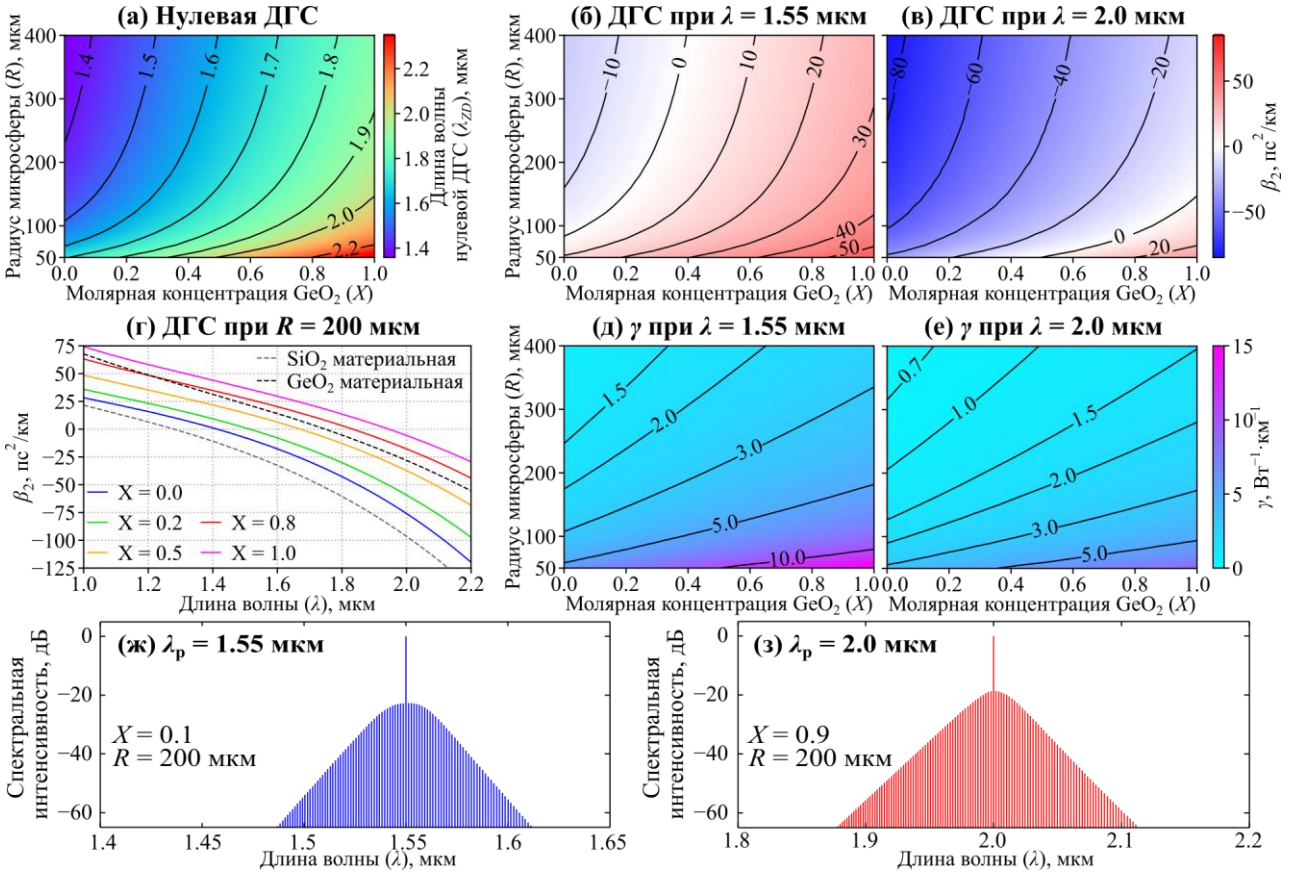


Рисунок 1.7. Дисперсионные (а–г) и нелинейные (д,е) свойства сплошных микросфер различного радиуса R из германосиликатного стекла (1−X)·SiO₂–X·GeO₂ с варьируемой концентрацией диоксида германия X. (а) Длина волны нулевой дисперсии групповых скоростей в зависимости от X и R. (б,в) Параметр ДГС β_2 как функция X и R на длине волны излучения накачки λ = 1.55 мкм (б) и λ = 2.0 мкм (в). (г) Зависимость параметра ДГС β_2 от длины волны излучения для микросфер радиусом R = 200 мкм на основе стёкол с варьируемой концентрацией диоксида германия X. Пунктиром серого и черного цветов показана материальная дисперсия SiO₂ и GeO₂ стёкол. (д,е) Рассчитанные нелинейные коэффициенты γ в зависимости от X и R для λ = 1.55 мкм (д) и λ = 2.0 мкм (е). Результаты приведены для фундаментальных МШГ ТЕ поляризации. (ж,з) Примеры теоретически рассчитанных соавторами спектров оптических частотных гребёнок, генерируемых в сплошных германосиликатных микросферах при накачке на λ_p = 1.55 мкм (ж) и λ_p = 2.0 мкм (з) [А3].

Были сформулированы конкретные рекомендации по выбору сплошных микросфер из германосиликатного стёкла с целью достижения небольшой аномальной дисперсии на различных длинах волн накачки [А3], что необходимо, в частности, для генерации ОЧГ в

режиме диссипативного солитона. При использовании накачки на длине волны $\lambda = 1.55$ мкм следует выбирать микросферы из кварцевого или германосиликатного стекла с низким содержанием диоксида германия ($X \leq 0.2$), так как именно такие конфигурации обеспечивают небольшую аномальную ДГС ($\beta_2 \sim -1\ldots-10$ пс^2/км). Наоборот, при использовании накачки на длине волны $\lambda = 2.0$ мкм для изготовления микросфер следует выбирать германатное или германосиликатное стекло с высоким содержанием диоксида германия ($X \geq 0.7$), так как кварцевые микросферы на длине волны 2.0 мкм обладают сравнительно большой аномальной дисперсией. В обоих случаях предпочтительно использовать микросферы радиусом $R \sim 150\ldots250$ мкм. На рисунке 1.7(г) показаны рассчитанные дисперсионные зависимости МШГ микросфер радиусом 200 мкм для различных значений X в сравнении с материальной дисперсией кварцевого и германатного стёкол. Результаты расчётов нелинейного коэффициента γ для сплошных микросфер из германосиликатного стекла показаны на рисунке 1.7(д,е): γ увеличивается при уменьшении R и λ за счёт повышения компактности локализации полей МШГ, а при увеличении X – за счёт роста нелинейного показателя преломления стекла n_2 согласно выражению (1.23).

На основе полученных результатов соавторами было проведено численное моделирование, показавшее возможность генерации ОЧГ в режиме диссипативного солитона в микрорезонаторах с конфигурациями, требования к которым были сформулированы выше при анализе их дисперсионных свойств. Примеры спектров полученных ОЧГ показаны на рисунке 1.7(ж,з) [А3].

1.2.3. Фазовый синхронизм при вырожденном четырехволновом взаимодействии в микросферах из кварцевого стекла

Процессы вырожденного четырёхволнового взаимодействия (ЧВВ), как уже говорилось, играют ключевую роль при реализации различных нелинейно-оптических эффектов в $\chi^{(3)}$ микрорезонаторах [28, 48]. Как известно, в процессах вырожденного ЧВВ происходит параметрический распад двух квантов накачки с циклической частотой ω_p на квант с меньшей частотой $\omega_- = \omega_p - \Omega$ и квант с большей частотой $\omega_+ = \omega_p + \Omega$, также в дальнейшем называемые стоксовой и антистоксовой компонентами, соответственно, или же просто генерируемыми волнами [29]. Для эффективного преобразования излучения накачки необходимо обеспечение фазового синхронизма между волной накачки и генерируемыми волнами, условия реализации которого тесно связаны с дисперсионными и нелинейными характеристиками микрорезонаторов.

Нелинейная динамика внутрирезонаторного излучения может быть описана с помощью уравнения Луджиато-Лефевера (для усредненной комплексной амплитуды электрического поля $E(t,\tau)$) [26, 49]:

$$t_R \frac{\partial E(t,\tau)}{\partial t} = \left[-\alpha - i\delta_0 + iL\sum_{j\geq 2}\frac{\beta_j}{j!}\left(i\frac{\partial}{\partial\tau}\right)^j + i\gamma L|E(t,\tau)|^2\right]E(t,\tau) + \sqrt{\theta_c}E_{in}. \qquad (1.24)$$

Здесь t_R – время обхода излучения по резонатору; t – медленное время, описывающее эволюцию волнового пакета за несколько обходов резонатора; τ – быстрое время, описывающее эволюцию волнового пакета в течение одного обхода; α – половина всех потерь (по мощности) за один обход; β_j – параметр дисперсии j-ого порядка (введённый формулой (1.12) и вычисленный на частоте ω_p); $L = 2\pi R$ – длина окружности резонатора, θ_c – коэффициент связи МШГ с волоконной перетяжкой (по мощности), δ_0 – частотная отстройка излучения накачки E_{in} от точного резонанса; γ – коэффициент нелинейности в соответствии с определением (1.19). В системе единиц уравнения (1.24) мощность входного излучения $P_{in} = |E_{in}|^2$, а внутрирезонаторная мощность $P = |E(t,\tau)|^2$. Смысл коэффициента связи θ_c пояснён на рисунке 1.8(а).

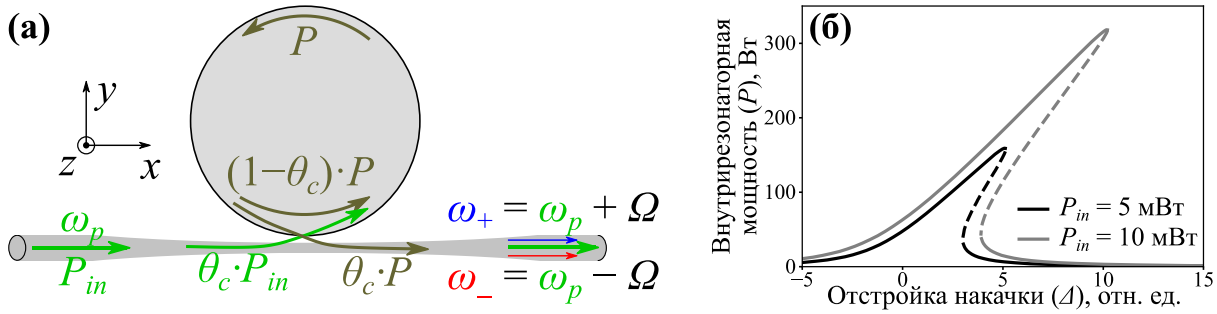


Рисунок 1.8. (а) Схематичное изображение микрорезонатора рядом с волоконной перетяжкой для пояснения схемы вырожденного четырёхволнового взаимодействия. Стрелками показаны направления распространения излучения. (б) Зависимость внутрирезонаторной мощности P от безразмерной отстройки $\Delta = \delta_0/\alpha$ излучения накачки различной мощности P_{in} в стационарном режиме для SiO_2 микросферы радиусом $R = 82.5$ мкм. Пунктиром показана средняя неустойчивая ветка стационарного решения.

Предполагается, что возбуждение МШГ в сферических микрорезонаторах происходит с помощью тонкой волоконной перетяжки, расположенной близко к «экваториальной» плоскости микросферы. За счёт малости поперечного сечения перетяжки и близости к поверхности микрорезонатора, часть излучения накачки, распространяющегося в волоконной перетяжке, заводится в приповерхностную область микросферы, что ведёт к образованию эванесцентной связи между волноводной модой перетяжки и МШГ микрорезонатора. Коэффициент α

описывает суммарные потери излучения, включающие в себя как собственные потери излучения в микрорезонаторе (обусловленные поглощением и рассеянием света, а также малыми радиационными потерями МШГ при распространении), так и выход излучения мощностью $\theta_c \cdot P$ в волоконную перетяжку. В эксперименте часто работают в режиме так называемой *критической связи*, что соответствует равенству собственных потерь МШГ и потерь на вывод излучения в перетяжку; в этом случае $\alpha = \theta_c$, а полная добротность микрорезонатора Q максимальна. Этот режим обеспечивает наиболее эффективную передачу энергии из волновода в резонатор на резонансной частоте [13, 50]. Далее в этом и последующих разделах будет предполагаться режим критической связи, если не сказано обратное. Коэффициент α напрямую связан с параметром "*finesse*" резонатора $\mathcal{F} \approx \pi/\alpha$, равному отношению ΔF_{WGM} к ширине спектрального пика, и добротностью резонатора Q:

$$Q \approx \frac{2\pi n R \mathcal{F}}{\lambda} \approx \frac{2\pi^2 n R}{\alpha \lambda}. \tag{1.25}$$

Стационарное решение уравнения (1.24) для монохроматического излучения даёт связь внутрирезонаторной мощности P и входной мощности P_{in} в стационарном режиме:

$$\frac{P}{P_{in}} = \frac{\theta_c}{\alpha^2 + (\delta_0 - \gamma P L)^2}. \tag{1.26}$$

Уравнение (1.26) – известное кубическое уравнение для внутрирезонаторной мощности (нелинейной резонансной кривой) [51, 52], и в определённой области параметров оно имеет три ветви решения, средняя из которых является неустойчивой. Для всех дальнейших расчётов в данной главе в области многозначности выбиралась верхняя устойчивая ветка (с наибольшей мощностью). Характерный вид функции $P(\Delta)$, где $\Delta = \delta_0/\alpha$ – нормированная отстройка частоты накачки, показан на рисунке 1.8(б) для кварцевой микросферы радиусом R = 100 мкм.

Условия синхронизма вырожденного ЧВВ в микрорезонаторах могут быть получены в приближении сильной волны накачки [49]. Для этого предполагается, что полная комплексная амплитуда внутрирезонаторного поля складывается из стационарного решения (1.26) на частоте накачки ω_p амплитудой E_0, а также амплитуд антистоксовой и стоксовой волн амплитудами $E_{+,-}$ с частотой $\omega_{+,-} = \omega_p \pm \Omega$:

$$E(t,\tau) = E_0 + E_+(t)e^{i\Omega\tau} + E_-(t)e^{-i\Omega\tau}. \tag{1.27}$$

В приближении сильной волны накачки $|E_0| \gg |E_{+,-}|$, откуда следует $P \approx |E_0|^2$. Это позволяет линеаризовать уравнение (1.24):

$$\begin{cases} t_R \frac{dE_+}{dt} = -(\alpha + i\delta_0)E_+ + iL\sum_{j\geq 2}\frac{\beta_j}{j!}(-\Omega)^j E_+ + 2i\gamma L|E_0|^2 E_+ + i\gamma L E_0^2 E_-^* \\ t_R \frac{dE_-}{dt} = -(\alpha + i\delta_0)E_- + iL\sum_{j\geq 2}\frac{\beta_j}{j!}\Omega^j E_- + 2i\gamma L|E_0|^2 E_- + i\gamma L E_0^2 E_+^* \end{cases} \tag{1.28}$$

Здесь звёздочкой отмечено комплексное сопряжение. Далее, комплексно сопрягая второе

уравнение в системе (1.28), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для E_+ и E_-^*. Для поиска инкремента нарастания стоксовой и антистоксовой волн предположим:

$$E_+(t) \sim \exp(\eta t); \quad E_-^*(t) \sim \exp(\eta t). \tag{1.29}$$

Нарастание стоксовой и антистоксовой волн будет происходить при условии $Re\{\eta\} > 0$. Для упрощения дальнейших выкладок можно ввести следующие обозначения:

$$D_{even} = \sum_{j\geq 1} \frac{\beta_{2j}\Omega^{2j}}{2j!}; \quad D_{odd} = \sum_{j\geq 1} \frac{\beta_{2j+1}\Omega^{2j+1}}{(2j+1)!}. \tag{1.30}$$

Отсюда следует справедливость следующих выражений:

$$\sum_{j\geq 2} \frac{\beta_j}{j!}(-\Omega)^j = D_{even} - D_{odd}; \quad \sum_{j\geq 2} \frac{\beta_j}{j!}\Omega^j = D_{even} + D_{odd}. \tag{1.31}$$

Подставляя (1.29) в (1.28) и преобразовывая получившуюся алгебраическую систему с учётом (1.31), получаем:

$$\begin{cases} [t_R\eta + (\alpha + i\delta_0) - iL(D_{even} - D_{odd}) - 2i\gamma L|E_0|^2]E_+ - i\gamma L E_0^2 E_-^* = 0 \\ [t_R\eta + (\alpha - i\delta_0) + iL(D_{even} + D_{odd}) + 2i\gamma L|E_0|^2]E_-^* + i\gamma L E_0^{*2} E_+ = 0 \end{cases}. \tag{1.32}$$

Так как система (1.32) должна иметь решения при любых E_+ и E_-^*, детерминант соответствующей матрицы равен нулю. Отсюда получается выражение для инкремента нарастания:

$$\begin{gathered} \eta(\Omega)t_R = -\alpha - iLD_{odd}(\Omega) \pm \sqrt{(\gamma PL)^2 - (LD_{even}(\Omega) + 2\gamma PL - \delta_0)^2} \\ \kappa = Re\,\{\eta(\Omega)t_R\} \end{gathered}. \tag{1.33}$$

Здесь κ – безразмерный инкремент нарастания. Из (1.33) видны условия неустойчивости $\kappa > 0$, которые в приближении малых потерь $\alpha \to 0$ (обычно справедливо для оптических микрорезонаторов из-за их очень высокой добротности) имеют следующий вид:

$$|LD_{even}(\Omega) + 2\gamma PL - \delta_0| < \gamma PL. \tag{1.34}$$

Максимальный инкремент, соответствующий наиболее эффективному четырёхволновому взаимодействию, достигается при следующем условии:

$$L\sum_{j\geq 1} \frac{\beta_{2j}\Omega^{2j}}{2j!} + 2\gamma PL - \delta_0 = 0. \tag{1.35}$$

Условие (1.35) и есть условие наиболее эффективного фазового синхронизма. Фактически, оно представляет собой условие взаимной компенсации фазовых набегов из-за дисперсионных (первое слагаемое) и нелинейных (второе слагаемое) свойств резонатора, а также частотной отстройки δ_0 между излучением накачки и частотой МШГ. Важно отметить, что здесь играют роль только чётные порядки дисперсии (β_2, β_4, β_6, …). Также из (1.35) хорошо видно, что околонулевая дисперсия групповых скоростей β_2 приводит к тому, что важную роль имеют высшие порядки дисперсии ($\beta_4, \beta_6, \ldots$). Отсюда, в свою очередь, следует, что при околонулевых значениях β_2 сдвиги частот Ω генерируемых волн относительно частоты излучения накачки будут значительно больше, чем в случае существенных значений β_2 (так как в (1.35) входят более высокие степени Ω.

Было проведено теоретическое исследование вырожденного четырёхволнового взаимодействия в сплошных микросферах из кварцевого (SiO_2) стекла в приближении сильной волны накачки. В качестве накачки предполагалось использование монохроматического излучения с длиной волны λ_p = 1.46…1.625 мкм, что соответствует телекоммуникационным S-, C- и L-диапазонам. Используя рассчитанные ранее спектральные зависимости ДГС $\beta_2(\lambda)$, а также нелинейные коэффициенты γ, были получены длины волн антистоксовой и стоксовой волн $\lambda_{+,-} = 2\pi c/\omega_{+,-}$, для которых выполняется условие наиболее эффективного синхронизма вырожденного ЧВВ (1.35). Также было учтено условие прозрачности кварцевого стекла $\lambda \leq 2.2$ мкм. Рассчитанные кривые синхронизма для различных радиусов микросфер R (в пренебрежении частотной отстройкой δ_0) представлены на рисунке 1.9. Входная мощность излучения P_{in} = 5 мВт, внутрирезонаторные потери заданы $\mathscr{T} \approx \pi/\alpha \approx 5\cdot10^4$, что соответствует полной добротности микросферы $Q \approx 1…5\cdot10^7$ согласно выражению (1.25). Выбранные параметры системы приблизительно соответствуют параметрам возможного эксперимента. Было проверено, что в этом случае в уравнении (1.35) достаточно обойтись $j \leq 4$, что также соответствует данным из литературы [49].

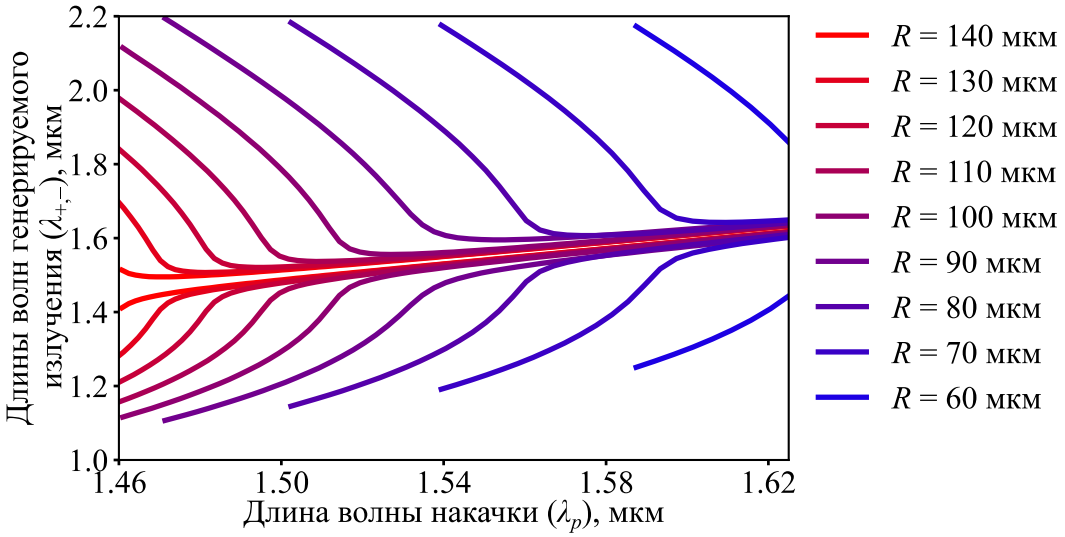


Рисунок 1.9. Результаты расчётов длин волн генерируемого излучения $\lambda_{+,-}$ с наибольшим инкрементом вырожденного четырёхволнового взаимодействия как функция длины волны накачки λ_p в кварцевых микросферах различного радиуса R. Частотная отстройка $\delta_0 \sim 0$, мощность излучения накачки 5 мВт. Коротковолновые ветки соответствуют λ_+.

Было получено, что для сплошных микросфер в рассматриваемом диапазоне значительные частотные сдвиги Ω в условии фазового синхронизма (1.35) реализуются только при $\beta_2 > 0$ и $\beta_4 < 0$. Действительно, если ограничиться $j \leq 4$ в уравнении (1.35) и пренебречь частотной отстройкой δ_0, то аналитическое выражение для Ω имеет вид:

$$\Omega^2 = -\frac{6\beta_2}{\beta_4}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4}{3}\frac{\beta_4}{\beta_2^2}\gamma P}\right). \quad (1.36)$$

Из полученного выражения видно, что при ($\beta_4 > 0$; $\beta_2 > 0$) генерация невозможна ($\Omega^2 < 0$), а наибольшие значения частотной отстройки генерируемых волн Ω достигаются при ($\beta_4 < 0$; $\beta_2 > 0$), так как в этом случае выражение под корнем больше единицы, а множитель перед скобкой положителен. Важно отметить, что в случае аномальной ДГС ($\beta_2 < 0$) условия фазового синхронизма могут быть выполнены независимо от знака дисперсии четвёртого порядка β_4. Именно поэтому достижение аномальной ДГС на длине волны накачки в микрорезонаторах является важной практической задачей.

Для сравнения с экспериментальными данными, полученными соавторами в работе [А4], были проведены расчёты инкремента неустойчивости κ по формуле (1.33) для различных величин безразмерной отстройки $\Delta = \delta_0/\alpha$ для микросфер радиусом $R = 82.5$ мкм. Результаты этих расчётов показаны на рисунке 1.10 в зависимости от частоты накачки $f_p = c/\lambda_p$ и частоты выходного излучения f.

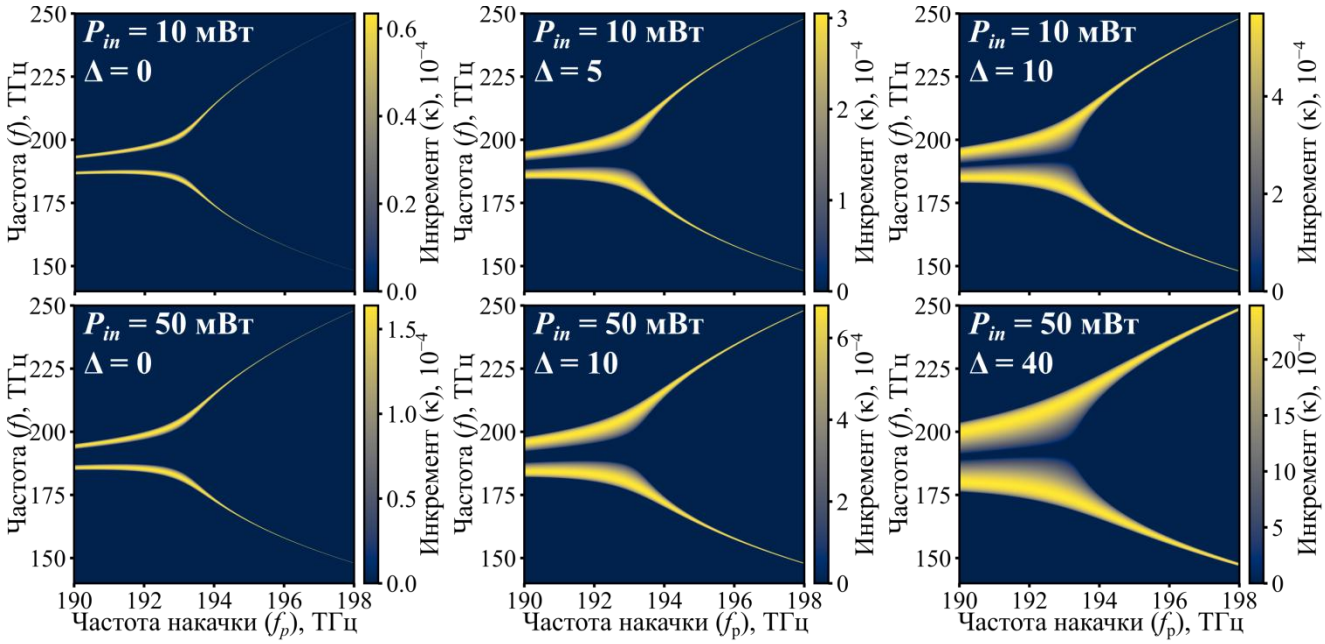


Рисунок 1.10. Результаты расчётов безразмерного инкремента нарастания κ для SiO_2 микросферы радиусом $R = 82.5$ мкм при различных значениях мощности накачки P_{in} и безразмерной отстройки излучения накачки Δ.

Из рисунка 1.10 видно, что при увеличении частотной отстройки Δ в рамках области многозначности $P(\Delta, P_{in} = const)$, а также при увеличении мощности накачки P_{in} заметно увеличиваются как частотная полоса усиления, так и максимальные значения инкремента нарастания. Это напрямую связано с увеличением внутрирезонаторной мощности P, и,

соответственно, нелинейного фазового набега $2\gamma PL$. Однако частоты волн, при которых достигается максимальный инкремент неустойчивости, практически не зависят от параметров накачки Δ и P_{in} , что особенно справедливо при больших частотных сдвигах. Это связано со сравнительно малой ролью соответствующего слагаемого $2\gamma PL - \delta_0$ при больших Ω в условии фазового синхронизма (1.35).

На рисунке 1.11(а) приведён экспериментальный спектр, полученный соавторами в кварцевой микросфере радиусом 82.5 мкм.

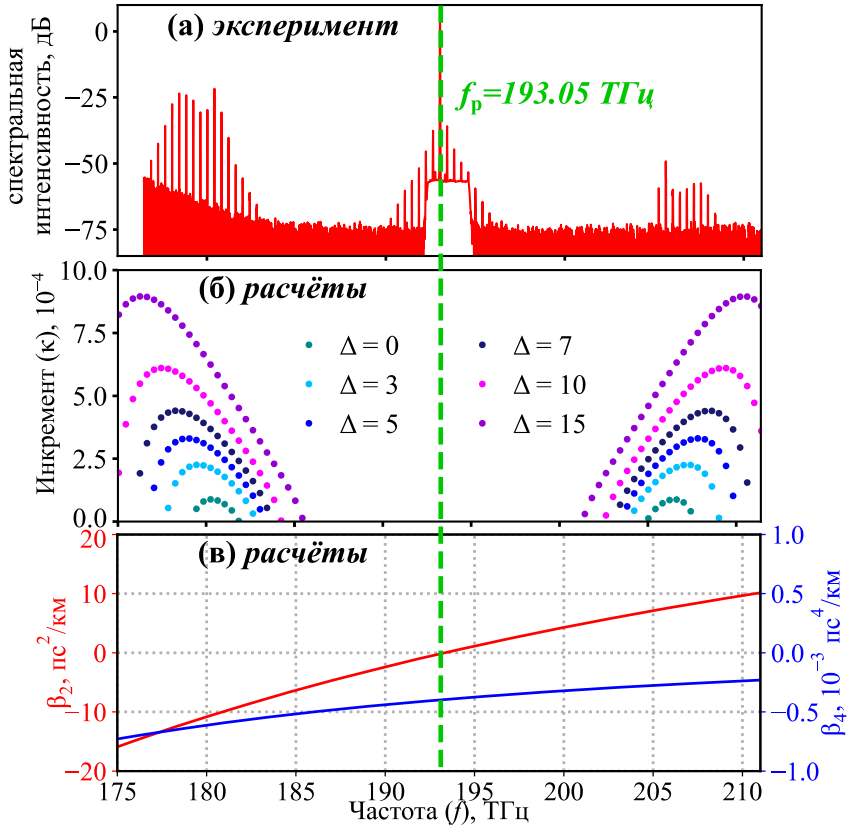


Рисунок 1.11. Вырожденное четырёхволновое взаимодействие в микросферах из кварцевого стекла: сравнение с экспериментом, проведённом соавторами. (а) Экспериментальный спектр, демонстрирующий побочные частотные гребёнки, образующиеся за счёт совокупного действия рамановской нелинейности и вырожденного ЧВВ. (б) Теоретически рассчитанные по формуле (1.33) спектральные зависимости инкремента к для различных величин частотной отстройки Δ (точки соответствуют значениям для конкретных МШГ). (в) Теоретически рассчитанные дисперсионные зависимости $\beta_2(f)$ и $\beta_4(f)$ для рассматриваемой микросферы. Радиус микросферы R = 82.5 мкм, накачка на частоте f_p = 193.05 ТГц (частота накачки отмечена вертикальной штриховой линией зелёного цвета).

Экспериментальный спектр, приведённый на рисунке 1.11(а), демонстрирует генерацию трёх оптических частотных гребёнок: центральной ОЧГ около частоты накачки $f_p \approx 193$ ТГц (отмечена штриховой линией зелёного цвета), а также стоксовой и антистоксовой рамановских ОЧГ, образующихся за счёт совокупного действия рамановской нелинейности (вынужденного комбинационного рассеяния, ВКР) и вырожденного ЧВВ [А4]. Здесь стоит подчеркнуть, что генерация стоксовой (низкочастотной) гребёнки может быть осуществлена и при других параметрах за счёт действия ВКР даже если условия фазового синхронизма вырожденного ЧВВ не выполняются; однако генерация антистоксовой (высокочастотной) гребёнки возможна исключительно благодаря одновременному присутствию стоксовой рамановской гребёнки и выполнению условий синхронизма вырожденного ЧВВ в соответствующих спектральных областях.

На рисунке 1.11(б) приведены теоретически рассчитанные диссертантом спектральные зависимости инкремента нарастания при различных значениях частотной отстройки Δ и мощности накачки $P_{in} = 50$ мВт. Рассчитанные спектральные зависимости параметров дисперсии второго β_2 и четвёртого порядков β_4 для рассматриваемой микросферы показаны на рисунке 1.11(в). Как видно из рисунка 1.11, положение и ширина стоксовой и антистоксовой рамановских частотных гребёнок приблизительно совпадают с рассчитанными спектральными профилями коэффициента усиления в рамках рассматриваемой теоретической модели. Однако стоит отметить, что использованный подход, основанный на вычислении инкремента нарастания при вырожденном ЧВВ в приближении сильной волны накачки, является упрощённым, и не позволяет подробно описать процессы генерации рамановских ОЧГ, обнаруженных в эксперименте.

Приведённые здесь результаты исследования вырожденного четырёхволнового взаимодействия в сплошных микросферах из кварцевого стекла были опубликованы в [А4].

1.2.4. Расщепление частот МШГ кварцевых и теллуритных микросфер из-за малой несферичности

Как уже говорилось в подразделе 1.2.1, МШГ сплошных микросфер идеальной сферической формы вырождены по азимутальном индексу m согласно формуле (1.10). Величина межмодового интервала ΔF_{WGM}, согласно формуле (1.20), соответствует частотному расстоянию между фундаментальными МШГ с последовательными индексами. Расчёты показывают, что значения ΔF_{WGM} для мод с несколькими радиальными вариациями близки к значениям ΔF_{WGM} для фундаментальных МШГ. Однако в экспериментах с кварцевыми и теллуритными микросферами, проведёнными соавторами, были получены спектры МШГ с

большим количеством мод (~10^2) в частотных промежутках, соответствующих долям ΔF_{WGM}. Пример такого спектра показан на рисунке 1.12(а) для сплошной микросферы из теллуритного стекла радиусом $R \approx 37.5$ мкм в спектральном диапазоне 120 ГГц, что соответствует ΔF_{WGM} /5 [А5].

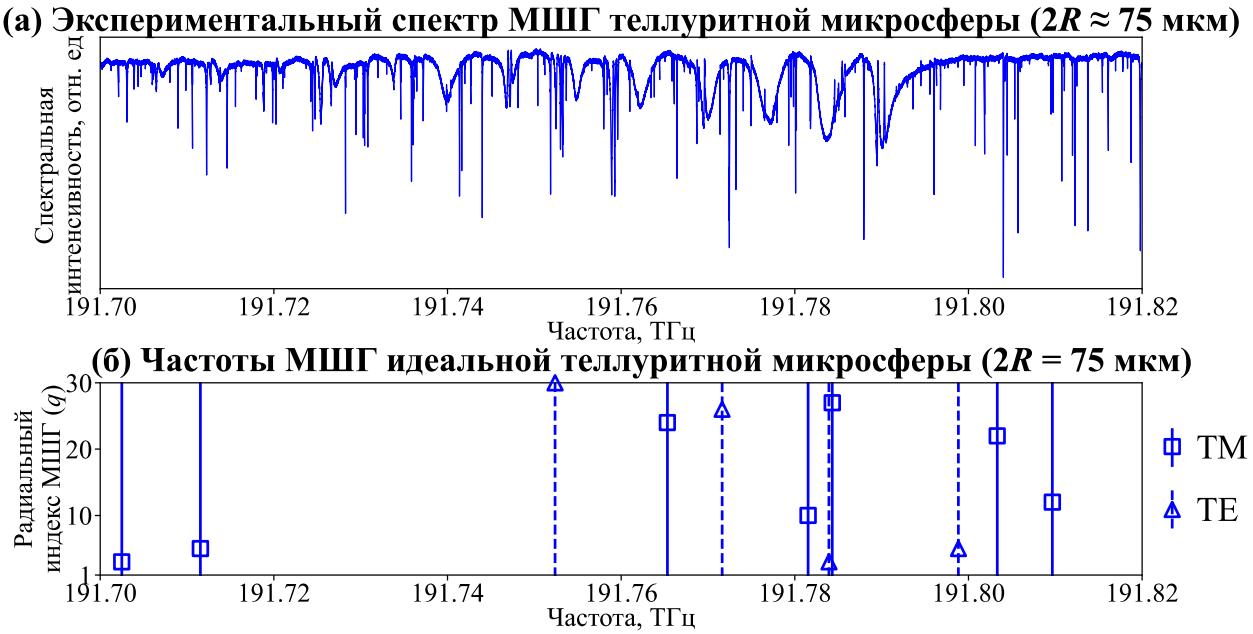


Рисунок 1.12. (а) Пример экспериментально полученного соавторами спектра сплошной микросферы диаметром $2R \approx 75$ мкм из теллуритного стекла. Частотный диапазон приблизительно соответствует $\Delta F_{WGM}/5$. (б) Теоретически рассчитанные частоты вырожденных МШГ идеальной микросферы из теллуритного стекла: радиальный индекс q показан на вертикальной шкале, форма маркеров задаёт поляризацию моды, $R = 37.5$ мкм, частотный диапазон соответствует (а).

Конечно, некоторые из найденных экспериментально мод на рисунке 1.12(а) соответствуют МШГ с несколькими вариациями по радиальной координате ($q > 1$), чьи частоты отличаются от частот фундаментальных МШГ идеальных микросфер. Пример расчёта частот МШГ теллуритной микросферы идеальной формы радиусом $R = 37.5$ мкм показан на рисунке 1.12(б) для мод ТЕ и ТМ поляризаций с различными радиальными индексами $1 \leq q \leq 30$. Однако из физических соображений следует, что эффективность возбуждения таких мод с помощью волоконной перетяжки должна быть меньше, чем у фундаментальных МШГ. Это связано с тем, что максимум поля МШГ с несколькими вариациями по радиальной координате расположен дальше от поверхности микросферы, чем у мод с одной вариацией по радиальной координате, как было проиллюстрировано ранее на рисунке 1.2. Так как коэффициент связи моды волоконной перетяжки и МШГ микрорезонатора пропорционален интегралу перекрытия полей

этих мод [13, 33, 50], эффективность возбуждения мод с большим количеством вариаций по радиальной координате должна быть невелика. Также стоит отметить меньшую собственную добротность МШГ с большим числом радиальных вариаций [13]. Но из экспериментальных данных следует, что в пределах одного ΔF_{WGM} возбуждаются сотни мод с различными собственными частотами, и, в соответствии с рассуждениями выше, это не могут быть исключительно МШГ с различными q.

Экспериментальные спектры свидетельствуют о том, что в реальных условиях теоретически предсказанное вырождение МШГ по азимутальному индексу m снимается, и моды с одинаковым числом вариаций по радиальной координате ($q_1 = q_2$) и различным числом вариаций в перпендикулярной $z = 0$ плоскости ($l_1 - |m_1| \neq l_2 - |m_2|$) обладают разными частотами. Физической причиной снятия вырождения собственных мод является нарушение идеальной сферической симметрии микрорезонатора, которое, строго говоря, всегда присутствует в реальных экспериментальных системах за счёт несовершенств методов изготовления микрорезонаторов. В частности, сплошные стеклянные микросферы обычно изготавливаются методом оплавления кончика оптического волокна соответствующего состава: микрорезонатор принимает близкую к сферической форму за счёт силы поверхностного натяжения. Однако под влиянием различных факторов, например, силы тяжести, неоднородного нагрева при расплавлении, малых неоднородностей свойств расплава или особенностей охлаждения, форма полученного резонатора может слегка отличаться от идеальной сферической.

В случае малых отклонений формы микрорезонатора от идеальной микросферы, поправки к собственным частотам могут быть получены из теории возмущений [53]. Рассмотрим простейший случай цилиндрически-симметричной деформации в сфероид с полуосями $R_x = R_y \neq R_z$ и параметром деформации η:

$$\eta = \frac{R_z - R_x}{R}. \qquad (1.37)$$

Здесь R – радиус идеальной микросферы с тем же объёмом, что и деформированный микрорезонатор. Положительному значению параметра деформации η соответствует вытянутый вдоль оси z сфероид, а $\eta < 0$ – сплюснутый по оси z сфероид. Схематичное изображение микросферы с такой деформацией по сравнению с идеальной микросферой показано на рисунке 1.13(а) для различных знаков параметра деформации. Ориентация системы координат совпадает с введённой ранее на рисунке 1.1: предполагается, что фундаментальная МШГ преимущественно локализована вблизи плоскости $z = 0$ в приповерхностной области микрорезонатора.

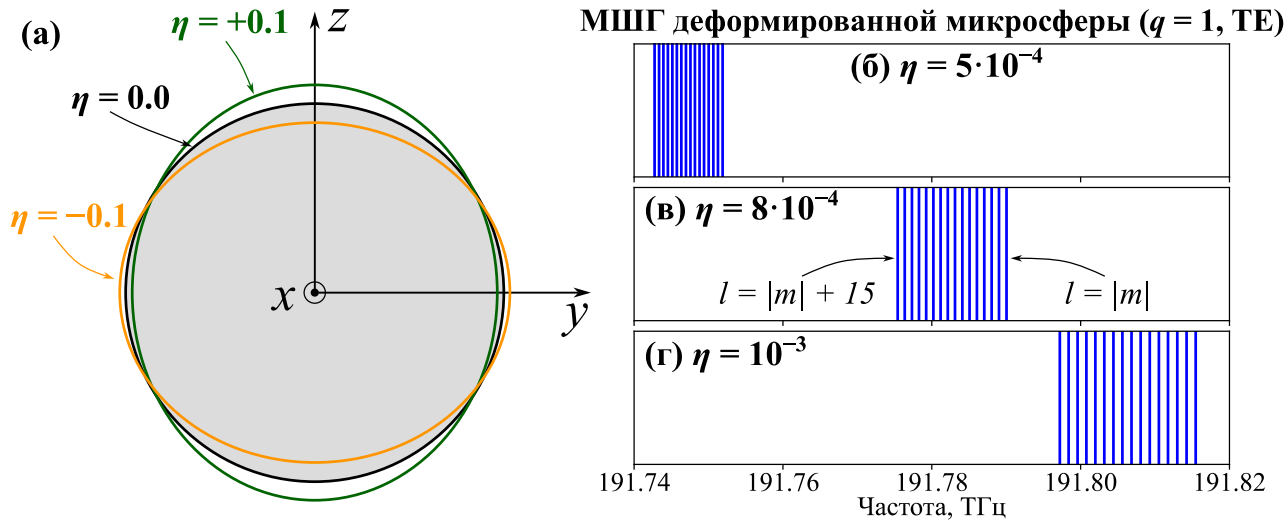


Рисунок 1.13. (а) Схематичное изображение деформации микросферы в сфероид с положительным (зелёным цветом) и отрицательным (оранжевым) значениями параметра деформации η в сравнении с исходной микросферой (чёрным цветом). (б–г) Теоретически рассчитанные частоты МШГ слегка деформированной теллуритной микросферы (R = 37.5 мкм) при различных значениях параметра деформации η. Расчёты приведены для ТЕ мод, q = 1, l = 306, l – 15 ≤ |m| ≤ l.

Собственные частоты $f_{q,l,m}$ микрорезонатора такой формы могут быть приближённо вычислены следующим образом [53, 54]:

$$\frac{f_{l,q,m}}{f_{l,q}^{(0)}} = 1 - \frac{1}{3}\eta\left(1 - 3\frac{m^2}{l(l+1)}\right), \qquad (1.38)$$

где $f_{l,q}^{(0)}$ – собственная частота микросферы идеальной формы, вычисленная в соответствии с характеристическим уравнением (1.8). Пример расчёта частот МШГ с одной радиальной вариацией показан на рисунке 1.13(б–г) для теллуритных микросфер с различными параметрами деформации η. При малых значениях η частоты расщеплённых мод близки к частоте фундаментальной МШГ идеальной микросферы. С увеличением η растёт как расстояние между частотами мод, так и общее смещение частоты фундаментальной моды ($l = |m|$) относительно МШГ идеальной микросферы.

Снятие вырождения МШГ за счёт малой деформации микросферы и приводит к большой плотности наблюдаемых в эксперименте мод. Этот факт оказывается критически важным для реализации некоторых нелинейных процессов. Так, например, при проведении экспериментов в теллуритной микросфере радиусом 37.5 мкм соавторами была получена каскадная генерация на процессе вынужденного рассеяния Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ) вплоть до четвёртого порядка [А5]. При этом в теллуритном стекле величина частотного сдвига ВРМБ составляет всего 9 ГГц, что в ~67 раз меньше величины ΔF_{WGM} идеальных теллуритных микросфер этого

размера. Реализация генерации на процессе ВРМБ в такой системе оказалась возможна за счёт наличия МШГ с частотами, смещёнными от частоты накачки на 9, 18, 27 и 36 ГГц, что обеспечивается исключительно благодаря большой плотности мод, вызванной снятием вырождения по m из-за неидеальной сферической формы микросферы [A5].

Как уже обсуждалось, дисперсионные характеристики МШГ играют ключевую роль в реализации некоторых процессов нелинейного преобразования излучения накачки. В случае слабых отклонений формы микрорезонатора от сферической, изменяются не только частоты МШГ, но и их дисперсия. В некоторых случаях это может оказать качественное влияние на нелинейные процессы в микрорезонаторах и даже способствовать реализации новых и интересных эффектов. Так, например, в эксперименте с кварцевой микросферой радиусом $R = (90 \pm 1.5)$ мкм, проведённом соавторами, при накачке с длиной волны ~1460 нм (204.8 ТГц) была получена генерация рамановской оптической частотной гребёнки с частотным расстоянием между спектральными линиями, равным $3\times\Delta F_{WGM}$ [A6]. Численное моделирование, также проведённое соавторами, показало, что реализация такой ОЧГ возможна за счёт формирования так называемых рамановских “паттернов Тьюринга” под действием модуляционной неустойчивости [A6]. Однако для выполнения соответствующих условий синхронизма необходимо выполнение жёстких условий на ДГС в соответствующей частотной области, а именно, наличие околонулевой положительной $\beta_2 \sim +1$ пс^2/км около рамановской стоксовой частоты (≈ 191.67 ТГц) [A6]. Теоретические расчёты в рамках модели, описанной в подразделах 1.2.1 и 1.2.2 настоящей диссертации, показали, что дисперсионные характеристики МШГ идеальных кварцевых микросфер соответствующего размера не удовлетворяют условиям синхронизма, которые необходимы для формирования рамановских “паттернов Тьюринга”: для фундаментальной МШГ достигается небольшая аномальная ДГС $\beta_2 \approx -3$ пс^2/км на стоксовой частоте, а для МШГ с $q = 2$ – сравнительно большая нормальная ДГС $\beta_2 \approx +17$ пс^2/км. Однако в реальном эксперименте форма микрорезонатора может слегка отличаться от идеальной сферической, поэтому представляет интерес рассмотреть дисперсионные зависимости различных семейств МШГ с одной радиальной вариацией с целью поиска конфигурации, способствующей формированию рамановских “паттернов Тьюринга”. Результаты расчётов дисперсионных зависимостей МШГ слегка деформированных микросфер, полученных по формулам (1.8), (1.38) и (1.15–1.17) в зависимости от частоты излучения f и параметра деформации η для семейств мод с различными значениями $l - |m|$ приведены на рисунке 1.14.

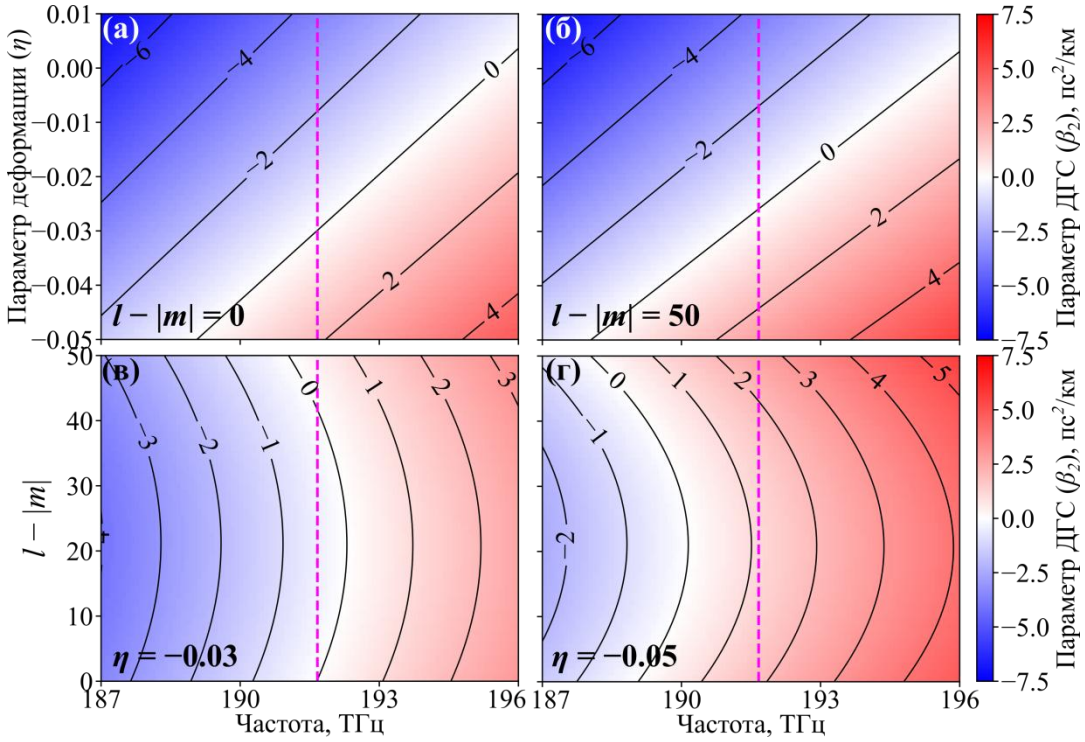


Рисунок 1.14. Результаты расчётов параметра ДГС β_2 для слабо деформированной микросферы из кварцевого стекла радиусом 90 мкм: (а,б) как функция частоты излучения и параметра деформации η для семейств МШГ с различными $l - |m|$, (в,г) как функция частоты излучения и $l - |m|$ для различных η. Цветовая шкала одинакова для всех рисунков, вертикальной штриховой линией пурпурного цвета показана рамановская стоксовая частота $f \approx 191.67$ ТГц.

Как видно из результатов, приведённых на рисунке 1.14, дисперсия МШГ с одной радиальной вариацией и несколькими вариациями в плоскости, перпендикулярной $z = 0$, для слабо деформированных микросфер может обеспечивать подходящие условия для формирования рамановских “паттернов Тьюринга”. В частности, для $\eta < -0.03$, что соответствует слегка сплюснутому в направлении z сфероиду, возможно достижение околонулевой нормальной ДГС на стоксовой частоте. Стоит отметить, что β_2 немонотонно зависит от величины $l - |m|$, задающей конфигурацию моды в перпендикулярном $z = 0$ направлении.

Таким образом, малые отклонения формы микрорезонатора от сферической не только означают снятие вырождения МШГ по азимутальному индексу моды m, но и могут способствовать реализации различных нелинейных процессов преобразования излучения, невозможных в аналогичных сплошных микросферах идеальной формы.

1.3. Полые тонкостенные микросферы

1.3.1. Описание МШГ

Помимо сплошных микросфер, дисперсионные и нелинейные свойства МШГ которых были рассмотрены в разделе 1.2, интерес также могут представлять полые тонкостенные микросферы, которые в англоязычной литературе иногда называются *microbubbles* [42]. Схематичное изображение такого микрорезонатора, а также введённая сферическая система координат приведены на рисунке 1.15(а). Здесь R – внутренний радиус микрорезонатора, b – толщина стенки микросферы, n – показатель преломления материала микросферы, n_{in} – показатель преломления заполняющего материала. В этом разделе будет предполагаться, что тонкостенная микросфера заполнена средой с показателем преломления $n_{in} = 1$, что соответствует воздушному заполнению, однако для общности все выражения будут приведены для произвольного n_{in}.

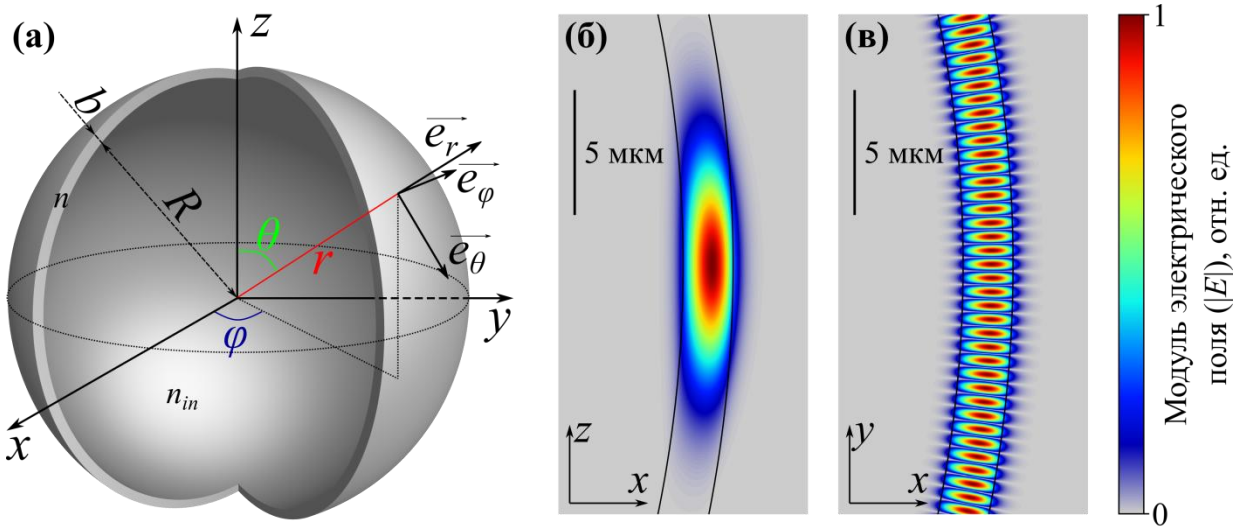


Рисунок 1.15. (а) Схематичное изображение оптического микрорезонатора в форме полой тонкостенной микросферы (в разрезе) и введённая сферическая система координат. (б,в) Пример пространственного распределения модуля электрического поля в плоскостях (x,z) (б) и (x,y) (в) в фундаментальной МШГ полой тонкостенной микросферы из кварцевого стекла с внутренним радиусом R = 50 мкм и толщиной стенки b = 2 мкм. Расчёты приведены для МШГ с λ ≈ 1.55 мкм.

Так как рассматриваемая система обладает сферической симметрией, метод решения уравнений Максвелла, использованный для получения характеристических уравнений в случае сплошных микросфер, может быть применён и здесь. Система уравнений Максвелла для такой

системы приобретёт вид, аналогичный системе (1.3), а решения также можно разделить на группы TM и TE мод. Отличаться будет значение диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon = \begin{cases} n_{in}^2, & r < R \\ n^2, & R < r < R + b \\ 1, & r > R + b \end{cases}. \tag{1.39}$$

Выражения для компонент векторов напряжённости электрического и магнитного полей (1.4–1.6) останутся без изменений, но выражение (1.7) для радиальной зависимости $T_l(r)$ изменится следующим образом [55]:

$$T_l(r) = \begin{cases} C\psi_l(n_{in}kr), & r < R \\ A\psi_l(nkr) + B\chi_l(nkr), & R < r < R + b \\ D\chi_l(kr) & R + b < r \end{cases}. \tag{1.40}$$

Здесь A, B, C, D – произвольные постоянные, а функции ψ_l и χ_l выражаются через функции Бесселя ($J_{l+1/2}$) и Ханкеля первого рода ($H_{l+1/2}^{(1)}$):

$$\psi_l(\xi) = \sqrt{\frac{\pi\xi}{2}} J_{l+\frac{1}{2}}(\xi), \tag{1.41}$$

$$\chi_l(\xi) = \sqrt{\frac{\pi\xi}{2}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(1)}(\xi). \tag{1.42}$$

По сравнению с обычными сплошными сферическими микрорезонаторами, отличаться будет также набор граничных условий. Помимо условия непрерывности тангенциальных компонент напряжённостей электрического и магнитного полей на внешней границе стенки микросферы $r = R + b$, также добавятся аналогичные граничные условия на внутренней границе стенки при $r = R$. При их учёте можно получить характеристические уравнения для мод TE и TM поляризаций [55]:

$$\frac{\chi_l'(k[R+b])}{\chi_l(k[R+b])} = n^s \frac{N_l\psi_l'(nk[R+b]) + \chi_l'(nk[R+b])}{N_l\psi_l(nk[R+b]) + \chi_l(nk[R+b])}, \tag{1.43}$$

$$N_l = \frac{n_{in}^s\psi_l'(n_{in}kR)\chi_l(nkR) - n^s\psi_l(n_{in}kR)\chi_l'(nkR)}{-n_{in}^s\psi_l'(n_{in}kR)\psi_l(nkR) + n^s\psi_l(n_{in}kR)\psi_l'(nkR)}. \tag{1.44}$$

В формулах (1.43) и (1.44) $s = 1$ для TE мод и $s = -1$ для TM мод; штрих обозначает производную по аргументу в круглых скобках. Из комбинации граничных условий и выражений для электромагнитных полей (1.4–1.6) и (1.40) можно получить соотношения между произвольными постоянными A, B, C, D:

$$A = C\frac{\left(\frac{n}{n_{in}}\right)^{\frac{1-s}{2}}\psi_l'(n_{in}kR) - \left(\frac{n}{n_{in}}\right)^{\frac{1+s}{2}}\psi_l(n_{in}kR)\frac{\chi_l'(nkR)}{\chi_l(nkR)}}{\psi_l'(nkR) - \psi_l(nkR)\frac{\chi_l'(nkR)}{\chi_l(nkR)}}, \tag{1.45}$$

$$B = \frac{\left(\frac{n}{n_{in}}\right)^{\frac{1-s}{2}}C\psi_l'(n_{in}kR) - A\psi_l'(nkR)}{\chi_l'(nkR)}, \tag{1.46}$$

$$D = \frac{A\psi_l'(nk[R+b]) + B\chi_l'(nk[R+b])}{n^{\frac{1-s}{2}}\chi_l'(k[R+b])}. \quad (1.47)$$

Как и в случае сплошных микросфер, МШГ полых тонкостенных микросфер нумеруются тремя целочисленными индексами $q \geq 1$, $l \geq 0$, $-l \leq m \leq l$, физический смысл которых был пояснён ранее на рисунке 1.2. Предполагалось, что все рассмотренные полые тонкостенные микросферы обладают идеальной сферической симметрией; как уже говорилось, в этом случае собственные частоты вырождены по азимутальному индексу m, что видно из характеристического уравнения (1.43), зависящего только от l. Радиальный индекс q, определяющий число вариаций поля по радиальной координате, соответствует номеру корня характеристического уравнения при сортировке по возрастанию k.

Для поиска корней характеристического уравнения (1.43) был разработан численный код, основанный на модифицированном методе Пауэлла. В качестве инициализатора алгоритма поиска корней использовалось приближённое условие резонанса:

$$2\pi Rn \approx l\lambda_{l,appr} = 2\pi l/k_{l,appr}. \quad (1.48)$$

Помимо приближённого значения $k_{l,appr}$, вычисленного по формуле (1.48), в качестве локализации также использовалось несколько близких значений, как больших, так и меньших $k_{l,appr}$. Из полученных решений выбирался корень с минимальным k_l, что гарантировало нахождение именно фундаментальной МШГ. В работе рассматривались исключительно фундаментальные МШГ полых тонкостенных микросфер ($q = 1$, $l = |m|$) как в связи с их набольшей практической значимостью, так и в связи со сложностью локализации других корней характеристического уравнения.

Стоит отметить, что из-за высокой локализации МШГ в приповерхностной области микрорезонатора, наибольший интерес представляет рассмотрение микрорезонаторов с небольшой толщиной стенки b, сравнимой с длиной волны излучения накачки λ; в случае, когда b существенно превышает λ, из физических соображений следует, что МШГ таких микрорезонаторов будут близки к МШГ сплошных микросфер соответствующих конфигураций. Пример рассчитанного пространственного распределения модуля электрического поля в фундаментальной МШГ полой тонкостенной микросферы из кварцевого стекла с внутренним радиусом $R = 50$ мкм и толщиной стенки $b = 2$ мкм представлен на рисунке 1.15(б,в) для $\lambda \approx 1.55$ мкм.

1.3.2. Дисперсионные зависимости и коэффициенты кубичной нелинейности полых микросфер из различных стекол

С целью определения перспективности использования микрорезонаторов рассматриваемой конфигурации в задачах нелинейно-оптического преобразования излучения были проведены расчёты дисперсионных характеристик фундаментальных МШГ тонкостенных микросфер на основе того же набора оптических стёкол, что и для сплошных микросфер в подразделе 1.2.2: кварцевых, германатных, теллуритных и двух видов халькогенидных (As_2S_3 и As_2Se_3). Для этого для каждой геометрической конфигурации микрорезонатора – фиксированных внутреннего радиуса R и толщины оболочки b – производился расчёт набора собственных частот фундаментальных МШГ в широком спектральном диапазоне в соответствии с характеристическим уравнением (1.43) с учётом материальной дисперсии стекла, задаваемой формулой Селлмейера (1.13) и таблицей 1.1. Далее по полученному набору собственных частот производился расчёт параметра ДГС β_2 в зависимости от длины волны излучения λ согласно выражениям (1.15–1.17). Примеры рассчитанных спектральных зависимостей параметра ДГС для тонкостенных микросфер из кварцевого стекла с внутренним радиусом $R = 20$ мкм и различной толщиной стенки показаны на рисунке 1.16(а) для фундаментальных МШГ ТЕ и ТМ поляризаций.

Как видно из рисунка 1.16(а), в полых тонкостенных микросферах длина волны нулевой ДГС может быть смещена как в длинноволновую, так и в коротковолновую сторону относительно λ_{ZD} материала. Как уже говорилось в подразделе 1.2.3, для реализации некоторых нелинейно-оптических процессов преобразования излучения в микрорезонаторах важно достижение околонулевой аномальной ДГС на длине волны накачки. Здесь следует подчеркнуть, что в подразделе 1.2.2 настоящей диссертации было получено, что регулировкой параметров *сплошных* микросфер можно добиться смещения λ_{ZD} исключительно в длинноволновую область. В случае *полых тонкостенных* микросфер коротковолновое смещение λ_{ZD} позволяет использовать излучение накачки с меньшей длиной волны, чем для сплошных микросфер из соответствующего материала для реализации процессов вырожденного ЧВВ, что выгодно отличает микрорезонаторы рассматриваемой конфигурации. Здесь также важно отметить отличительную особенность дисперсионных зависимостей $\beta_2(\lambda)$ при малых толщинах стенки b – появление второго нуля ДГС $\lambda_{ZD2} > \lambda_{ZD}$, так что аномальная ДГС достигается в интервале $\lambda_{ZD} < \lambda < \lambda_{ZD2}$. В этом случае особый интерес могут представлять конфигурации микрорезонаторов, обеспечивающие плоскую аномальную околонулевую ДГС в неком частотном диапазоне, что, в соответствии с условием фазового синхронизма (1.35), будет способствовать развитию процессов вырожденного ЧВВ. Однако здесь стоит отметить высокие требования к точности изготовления стенок необходимой толщины: различия в доли микрона могут привести как желаемому случаю двух нулей ДГС, так и к отсутствию аномальной ДГС в нужном спектральном диапазоне.

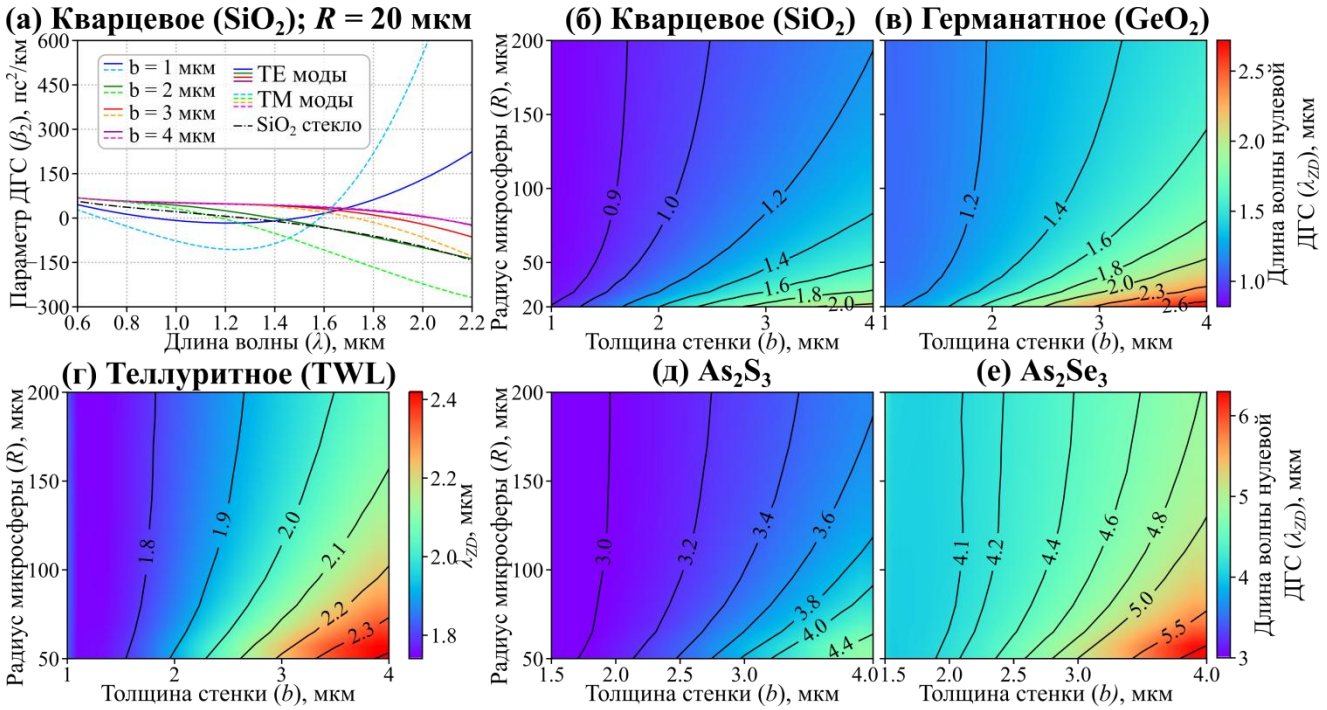


Рисунок 1.16. (а) Результаты расчётов зависимости параметра ДГС β_2 от длины волны излучения λ для фундаментальных МШГ полых микросфер из кварцевого стекла с внутренним радиусом $R = 20$ мкм и различной толщиной стенки b. Чёрной штрихпунктирной линией показана материальная дисперсия кварцевого стекла. (б–е) Рассчитанная длина волны нулевой дисперсии групповых скоростей λ_{ZD} в зависимости от геометрических параметров полых тонкостенных микросфер (внутреннего радиуса R и толщины стенки b) для микрорезонаторов на основе кварцевых (б), германатных (в), теллуритных (г), халькогенидных As_2S_3 (д) и халькогенидных As_2Se_3 (е) стёкол. Расчёты (б–е) приведены для фундаментальных МШГ ТЕ поляризации.

Другой важной особенностью полых тонкостенных микросфер является наличие существенных отличий в дисперсионных характеристиках фундаментальных МШГ ТМ и ТЕ поляризаций, что также качественно отличает полые микросферы от сплошных микросфер, где эти различия минимальны (подраздел 1.2.2 диссертации). Наибольшие различия достигаются для полых микросфер с малой толщиной стенки ($b \approx 1$ мкм): в этом случае геометрический вклад в ДГС для ТМ мод существенно больше. Это ведёт не только к большему смещению λ_{ZD} относительно дисперсии материала, но и к большим абсолютным значениям параметра ДГС β_2 и более резкой зависимости β_2 от длины волны излучения и толщины стенки. Эта закономерность также была подтверждена в расчётах для ТМ мод полых микросфер различных конфигураций. Принимая во внимание эту особенность, а также то, что экспериментальные условия обычно способствуют возбуждению ТЕ мод (при заводе излучения с помощью волоконной перетяжки волоконная мода HE_{11} эффективно возбуждает ТЕ моды [50]), в

дальнейшем в данном разделе будут приведены результаты исключительно для МШГ ТЕ поляризации. Результаты расчётов длины волны нулевой ДГС λ_{ZD} в зависимости от внутреннего радиуса R и толщины оболочки b для фундаментальных МШГ ТЕ поляризаций представлены на рисунке 1.16(б–е) для полых тонкостенных микросфер на основе различных оптических стёкол. Во всех случаях показан коротковолновый ноль ДГС; таким образом, при $\lambda < \lambda_{ZD}$ достигается нормальная ДГС ($\beta_2 > 0$).

Результаты расчётов β_2 на конкретных длинах волн накачки λ_p в зависимости от геометрических параметров микрорезонаторов на основе теллуритного (λ_p = 1.95 мкм и λ_p = 2.3 мкм) и халькогенидного As_2S_3 (λ_p = 3.5 мкм) стёкол приведены на рисунке 1.17.

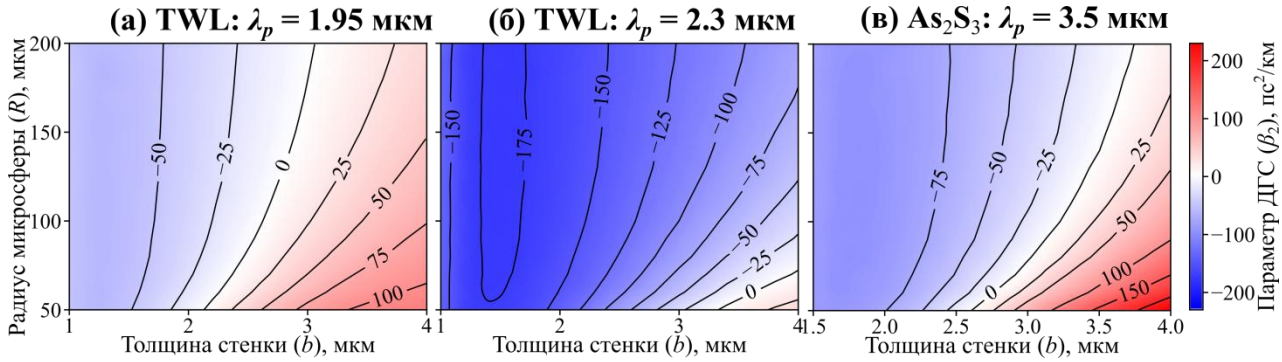


Рисунок 1.17. Результаты расчётов параметра ДГС β_2 в зависимости от внутреннего радиуса R и толщины b полых тонкостенных микросфер для различных длин волн накачки и материалов: (а) теллуритного стекла на λ_p = 1.95 мкм; (б) теллуритного стекла на λ_p = 2.3 мкм; (в) халькогенидного As_2S_3 стекла на λ_p = 3.5 мкм. Расчёты приведены для фундаментальных МШГ ТЕ поляризации.

На рисунке 1.17(б) также можно наблюдать немонотонное поведение β_2 в зависимости от толщины стенки микросферы b: при $b \gtrsim \lambda_p$ с уменьшением b дисперсия групповых скоростей уменьшается, но в области очень тонких стенок $b \sim \lambda_p/2$ β_2 начинает резко расти. Такое поведение объясняется уже упомянутым появлением второго нуля ДГС λ_{ZD2}.

По результатам, приведённым на рисунке 1.17, были определены параметры микрорезонаторов, обеспечивающие небольшую аномальную ДГС на длине волны накачки с целью генерации диссипативных солитонов. Для теллуритного стекла при накачке на длине волны 1.95 мкм оптимальным является использование полых микросфер с толщиной стенки 2.0…2.5 мкм и радиусом 50…200 мкм, а при накачке на длине волны 2.3 мкм – микросфер с толщиной стенки 3…4 мкм и радиусом 50…100 мкм [А7]. Для халькогенидного As_2S_3 стекла при накачке на 3.5 мкм предпочтительно использовать полые микросферы толщиной

2.5…3.5 мкм, причём с уменьшением радиуса уменьшается и оптимальная толщина стенки [A8].

Помимо дисперсионных характеристик МШГ также важную роль играют значения коэффициента кубичной нелинейности. Расчёты γ для полых тонкостенных микросфер, как и для сплошных микросфер, производились по формуле (1.19) исходя из рассчитанных по формулам (1.4)–(1.6) и (1.40–1.47) пространственных распределений электрического и магнитного полей. Результаты расчётов γ в зависимости от геометрических параметров микрорезонаторов показаны на рисунке 1.18 для длин волн накачки и материалов, соответствующих рисунку 1.17.

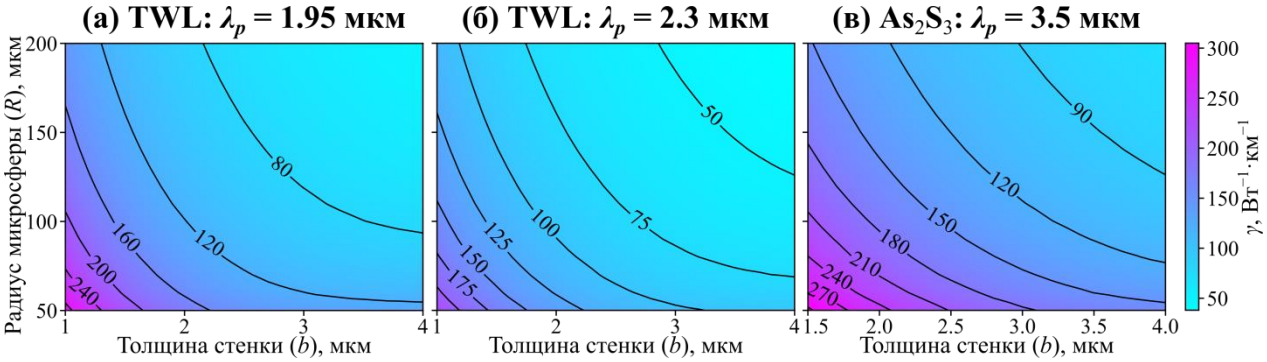


Рисунок 1.18. Результаты расчётов нелинейного коэффициента γ в зависимости от внутреннего радиуса R и толщины b полых тонкостенных микросфер для различных длин волн накачки и материалов: (а) теллуритного стекла на λ_p = 1.95 мкм; (б) теллуритного стекла на λ_p = 2.3 мкм; (в) халькогенидного As_2S_3 стекла на λ_p = 3.5 мкм. Расчёты приведены для фундаментальных МШГ ТЕ поляризации.

Из сравнения результатов, представленных на рисунке 1.18 для полых микросфер и на рисунке 1.5 для сплошных микросфер, можно заключить, что нелинейные коэффициенты МШГ в полых микросферах больше, чем в сплошных микросферах при тех же радиусах. Также стоит отметить, что при уменьшении толщины стенки величина γ растёт. Эти закономерности объясняются тем, что в полых тонкостенных микросферах поле фундаментальной МШГ хорошо локализуются стенкой, толщина которой сравнима с длиной волны.

Благодаря возможности смещения длины волны нулевой ДГС как в длинноволновую, так и в коротковолновую область, а также несколько большим коэффициентам нелинейности МШГ, перспективы использования оптических микрорезонаторов в форме полых тонкостенных микросфер в задачах нелинейно-оптического преобразования излучения весьма широки. В частности, теоретические расчёты, проведённые соавторами на основе рассчитанных в этом разделе характеристик МШГ полых тонкостенных микросфер из теллуритного стекла, показали

возможность генерации широкополосных ОЧГ в режиме диссипативных солитонов при накачке на $\lambda_p = 2.0$ мкм и $\lambda_p = 2.3$ мкм [A7]. Аналогичные расчёты на основе полученных здесь характеристик полых микросфер из халькогенидного As_2S_3 стекла также показали возможность генерации ОЧГ при накачке с длиной волны $\lambda_p = 3.5$ мкм [A8]. Однако к недостаткам оптических микрорезонаторов в форме полых тонкостенных микросфер необходимо отнести сложность их изготовления, а также высокие требования к точности изготовления толщины стенок.

1.4. Кварцевые микросферы с тонким германосиликатным покрытием

1.4.1. Описание системы

Как уже неоднократно отмечалось, создание конфигураций микрорезонаторов, обеспечивающих околонулевую дисперсию групповых скоростей на конкретной длине волны накачки является актуальной задачей, так как эти условия способствуют реализации нелинейных процессов преобразования излучения на основе вырожденного четырёхволнового взаимодействия. Достижение небольшой аномальной ДГС в некотором *диапазоне* длин волн накачки представляет особый интерес, так как это может способствовать выполнению условий синхронизма вырожденного ЧВВ в широкой спектральной области, и, потенциально, генерации широкополосных оптических частотных гребёнок. Тем не менее, геометрия и материал микрорезонатора накладывают серьёзные ограничения на возможности управления дисперсией. Так, в случае сплошных микросфер длина волны нулевой ДГС λ_{ZD} может быть смещена только в длинноволновую область относительно λ_{ZD} материала микрорезонатора (раздел 1.2 диссертации). Однако для микрорезонаторов в форме полой сферической оболочки данные ограничения отсутствуют, и λ_{ZD} может быть смещена как в длинноволновую, так и в коротковолновую сторону (раздел 1.3 диссертации). В связи с этим возникает идея скомбинировать эти две системы и рассмотреть микрорезонаторы в форме сплошных микросфер с тонким покрытием из материала с более высоким показателем преломления, чем показатель преломления внутренней сплошной микросферы. Возникает предположение, что геометрические вклады в дисперсию от внутренней сплошной микросферы и тонкого покрытия потенциально смогут компенсировать материальную дисперсию в более широком частотном диапазоне, чем это происходит в сплошной или полой микросферах по отдельности.

Сплошные микросферы из кварцевого стекла уже показали себя в качестве удобной платформы для генерации ОЧГ для телекоммуникационных приложений как за счёт подходящей ДГС, так и за счёт возможности подстройки величины межмодового интервала

ΔF_{WGM}, важного в конкретных телекоммуникационных схемах ([47, А1, А2], а также подраздел 1.2.2 диссертации). Хорошим кандидатом для материала покрытия для сплошных микросфер из кварцевого стекла являются германосиликатные стёкла из-за их большей длины волны нулевой ДГС, близости физических параметров к кварцевому стеклу [35], а также бóльших нелинейности и оптической плотности.

Германатные и германосиликатные тонкие плёнки могут быть получены различными методами [56–60]. Кварцевые микрорезонаторы с германосиликатным ($(1-X)\cdot SiO_2–X\cdot GeO_2$, где X – молярная концентрация диоксида германия) покрытием также были успешно изготовлены ранее [61]. Покрытие микрорезонаторов тонкой оболочкой может быть осуществлено, например, для компенсации термооптического эффекта [62], создания высокочувствительных сенсоров [63] и повышения добротности в жидкой среде [64]; таким образом, практические методы их изготовления известны и отработаны.

В связи с этим был предложен следующий дизайн микрорезонатора: сплошная микросфера из кварцевого стекла радиусом R с тонким покрытием толщиной b из германосиликатного стекла $(1-X)\cdot SiO_2–X\cdot GeO_2$ с варьируемой концентрацией диоксида германия X. Принципиальная схема рассматриваемого микрорезонатора показана на рисунке 1.19(а). На рисунке 1.19(б) показана спектральная зависимость дисперсии групповых скоростей сплошной микросферы из кварцевого стекла (синим цветом) и полой микросферы из германатного стекла (красным цветом). Видно, что длина волны нулевой ДГС λ_{ZD} для сплошной SiO_2 микросферы существенно превышает λ_{ZD} для полой GeO_2 микросферы такого же радиуса. Это позволяет высказать предположение, что предлагаемый комбинированный дизайн микросферы с покрытием, возможно, позволит достичь околонулевой ДГС в широком спектральном диапазоне.

Теоретическое описание МШГ микросфер с покрытием полностью аналогично рассмотренному в разделе 1.3 настоящей диссертации описанию МШГ полых тонкостенных микросфер с той лишь разницей, что n_{in} соответствует линейному показателю преломления кварцевого стекла, вычисленному по формуле Селлмейера (1.13), а n – линейному показателю преломления германосиликатного стекла, заданному модифицированной формулой Селлмейера (1.22). Таким образом, собственные частоты МШГ могут быть найдены из характеристического уравнения (1.43–1.44), а поля МШГ – из выражений (1.4)–(1.6), (1.40–1.42) и (1.45–1.47). В работе были рассмотрены исключительно фундаментальные МШГ ТЕ поляризации.

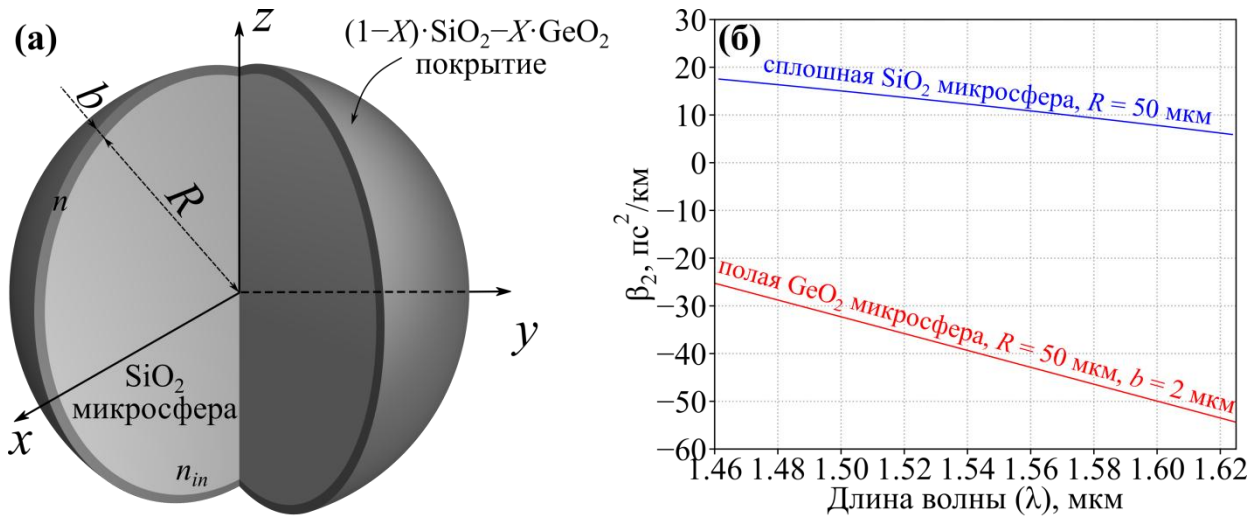


Рисунок 1.19. (а) Принципиальная схема (в разрезе) микрорезонатора в форме микросферы из кварцевого SiO_2 стекла с тонким покрытием из германосиликатного $(1-X)\cdot SiO_2–X\cdot GeO_2$ стекла с варьируемой концентрацией диоксида германия X. R – радиус кварцевой микросферы, b – толщина покрытия, n_{in} – показатель преломления кварцевого стекла, n – показатель преломления германосиликатного стекла. (б) Зависимость параметра ДГС β_2 от длины волны излучения λ для сплошной микросферы из кварцевого стекла радиусом R = 50 мкм (синим цветом) и полой тонкостенной микросферы из германатного стекла с внутренним радиусом R = 50 мкм и толщиной стенки b = 2 мкм (красным цветом).

1.4.2. Оптимизация параметров микрорезонаторов для достижения плоской околонулевой аномальной ДГС в телекоммуникационных S-, C- и L-диапазонах

Так как длина волны нулевой ДГС λ_{ZD} для кварцевого стекла составляет 1.28 мкм, для германатного стекла – 1.75 мкм (таблица 1.1), а для германосиликатного стекла варьируется от 1.28 мкм до 1.75 мкм в зависимости от состава, представляет интерес рассмотреть возможность достижения околонулевой аномальной ДГС в следующих телекоммуникационных диапазонах: S-диапазоне (λ = 1.46…1.53 мкм), C-диапазоне (λ = 1.53…1.565 мкм), L-диапазоне (λ = 1.565…1.625 мкм), а также в комбинированном S-C-L-диапазоне (λ = 1.46…1.625 мкм). Расчёты параметра ДГС β_2 осуществлялись по вычисленному для конкретной конфигурации микрорезонатора набору собственных частот в соответствии с формулами (1.15–1.17).

Далее была проведена оптимизация параметров микрорезонаторов для достижения плоской малой аномальной дисперсии в широком диапазоне длин волн. Рассматривалась задача оптимизации по трём параметрам: X – молярной концентрации GeO_2 в материале покрытия, R – радиусу SiO_2 микросферы и b – толщине покрытия. Наличие трёх независимых параметров микрорезонатора потенциально позволяет управлять дисперсионными кривыми с большей

точностью, чем в случае сплошных или полых микросфер. Для определения конфигурации $\{X, R, b\}$ микрорезонатора, обеспечивающей наибольшую близость зависимости $\beta_2(\lambda)$ к целевой $\beta_2^0(\lambda)$ в заданном диапазоне длин волн $[\lambda_1; \lambda_2]$ была введена мера отклонения ДГС $J(R)$:

$$J^2(R) = J^2[\beta_2(\lambda)] = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}(\beta_2(\lambda)-\beta_2^0(\lambda))^2 d\lambda}{\lambda_2-\lambda_1}. \quad (1.49)$$

В качестве целевой зависимости была выбрана постоянная $\beta_2^0(\lambda) = -2$ пс^2/км, обеспечивающая плоскую околонулевую аномальную ДГС.

Использованный алгоритм основан на идее перебора возможных комбинаций параметров $\{X, R, b\}$ на трёхмерной сетке параметров. Шаги выбранной сетки по параметрам составляли: dR = 10 мкм, db = 0.1 мкм, dX = 0.1. Рассматривался диапазон параметров R = 20…200 мкм, b = 1…3 мкм, X = 0…1.

Было получено, что функция $J(b,R,X=const)$ имеет две области минимальных значений, назовём их условно I и II. Это проиллюстрировано на рисунке 1.20(а) для комбинированного S-C-L-диапазона для X = 0.5; для других значений X и рассматриваемых телекоммуникационных диапазонов длины волны излучения накачки вид функций $J(b, R, X = const)$ аналогичен.

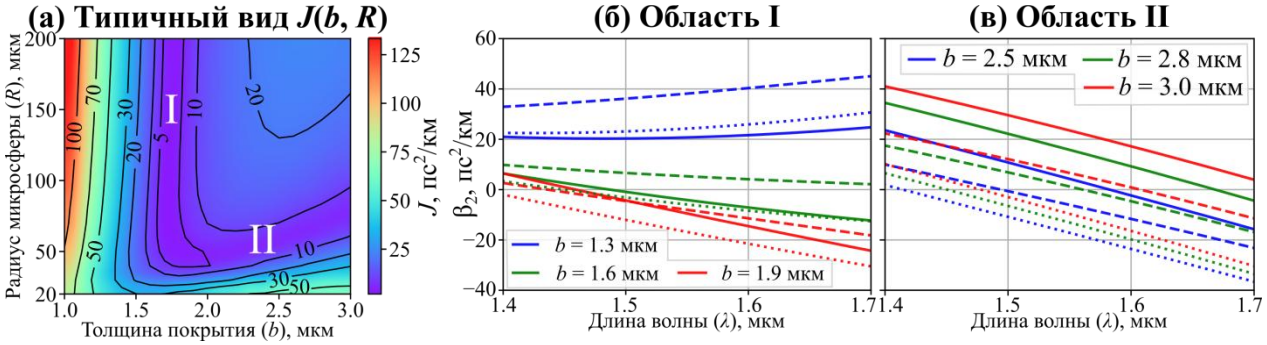


Рисунок 1.20. (а) Результаты расчётов меры отклонения ДГС J(b,R) от целевой зависимости $\beta_2^0(\lambda) = -2$ пс^2/км в телекоммуникационном S-C-L-диапазоне (λ = 1.46…1.625 мкм) при X = 0.5. Римскими цифрами отмечены области локальных минимумов I и II. (б,в) Трансформация дисперсионных кривых $\beta_2(\lambda)$ при изменении геометрических параметров микрорезонатора в областях локальных минимумов I (б) и II (в). X = 1.0, R = 60 мкм (сплошные линии); X = 0.5, R = 60 мкм (штриховые линии); X = 1.0, R = 160 мкм (точками).

Как видно из рисунка 1.20(а), положение области локального минимума I резко ограничено по толщине покрытия b, но практически не зависит от R и преимущественно локализовано при 1.5 мкм $\leq b \leq$ 2.5 мкм. Область локального минимума II расположена при сравнительно больших b, и её положение значительно зависит от R и b. Было получено, что области I и II отвечают различным трансформациям дисперсионных кривых при изменении геометрических параметров микрорезонатора. В области I изменениям b соответствуют

последовательные изменения общего наклона дисперсионной кривой (рисунок 1.20(б)); именно здесь будут находиться наиболее плоские зависимости $\beta_2(\lambda)$. В области II изменению b соответствует горизонтальное смещение дисперсионной кривой $\beta_2(\lambda)$ при приблизительно постоянном наклоне (рисунок 1.20(в)). Отсюда следует, что область II содержит знакопеременные, неплоские $\beta_2(\lambda)$, а, следовательно, не представляет интереса для проводимой оптимизации. То, что минимальные значения J находятся в области I, а не в области II, было также подтверждено расчётами.

В результате анализа полученного массива данных были определены конфигурации микрорезонаторов, обеспечивающие ДГС с малыми отклонениям от целевой зависимости. Примеры $\beta_2(\lambda)$ для некоторых оптимальных конфигураций микрорезонаторов приведены на рисунке 1.21 для всех рассматриваемых телекоммуникационных диапазонов.

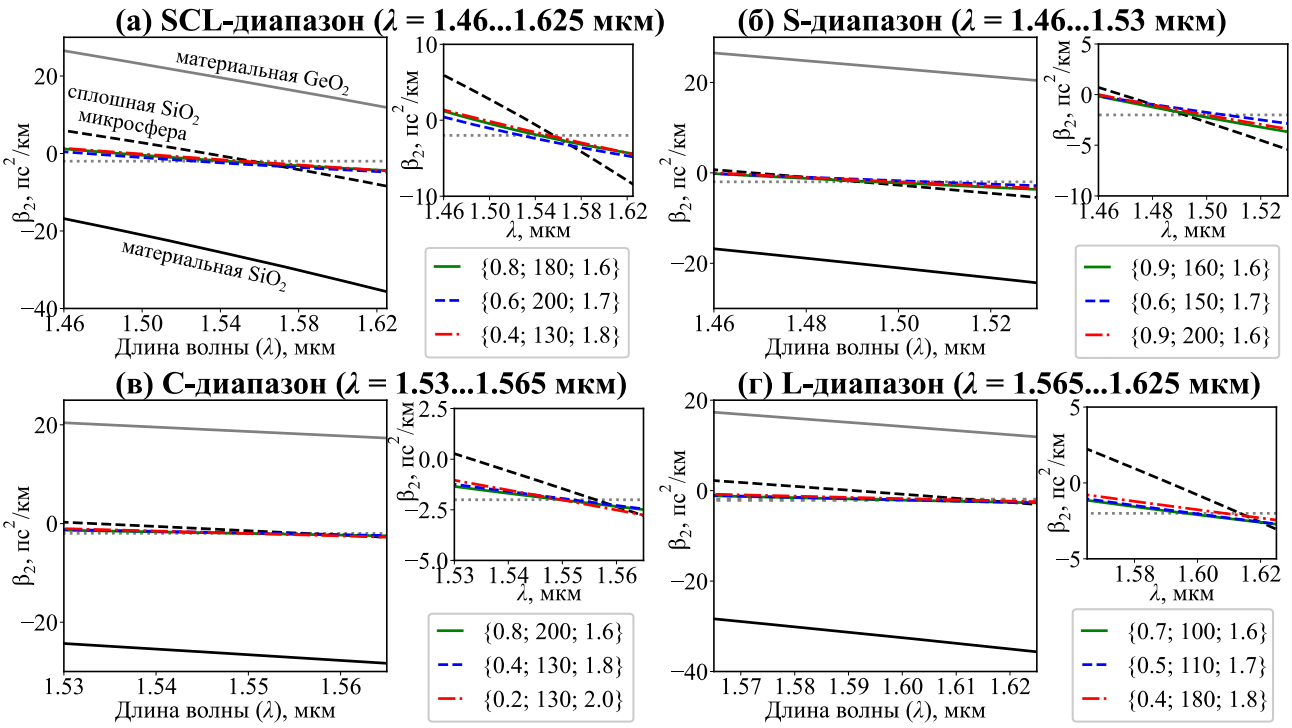


*Рисунок 1.21. Кривые ДГС $\beta_2(\lambda)$ для некоторых оптимальных конфигураций микрорезонаторов, обеспечивающих ДГС, близких к целевой в различных телекоммуникационных диапазонах: (а) S-C-L-диапазон ($J < 1.8$ пс^2/км), (б) S-диапазон ($J < 1.0$ пс^2/км), (в) C-диапазон ($J < 0.5$ пс^2/км), (г) L-диапазон ($J < 0.7$ пс^2/км). Конфигурация микрорезонаторов дана в формате {X; R в мкм; b в мкм}. Также приведена материальная дисперсия SiO_2 (сплошная **чёрная** линия) и GeO_2 (сплошная **серая** линия) стёкол. Для каждого из диапазонов показана ДГС кварцевых микросфер с оптимальными параметрами в данном диапазоне λ (чёрной штриховой линией). Точками серого цвета обозначена целевая зависимость $\beta_2^0(\lambda) = -2$ пс^2/км.*

На рисунке 1.21 чёрным цветом также отмечены дисперсионные характеристики сплошных микросфер из кварцевого стекла (без покрытия), наиболее близкие к целевой зависимости. Важно отметить, что, в сравнении со случаем сплошных кварцевых микросфер без покрытия, предлагаемый дизайн микрорезонаторов с германосиликатным покрытием обеспечивает дисперсионные характеристики, которые значительно ближе к целевым.

Из-за структуры области минимума I функции $J(b,R,X = const)$, сильно локализованной по b и слабо зависящей от R, можно выделить диапазоны оптимальных значений R для фиксированных X. Действительно, состав оболочки практически однозначно задаёт оптимальную толщину покрытия b. При этом имеется достаточно большой диапазон R, в котором достигается ДГС, близкая к оптимальной. Результаты этого анализа для рассмотренных телекоммуникационных диапазонов длин волн приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3. Параметры микросфер из кварцевого стекла с покрытием из германосиликатного стекла, обеспечивающие ДГС, близкую к целевой $\beta_2^0(\lambda) = -2$ пс^2/км в различных телекоммуникационных диапазонах.

диапазон длин волн	ограничение на J	X	b, мкм	диапазон R, мкм
S-C-L-диапазон (λ = 1.46…1.625 мкм)	J < 2 пс^2/км	0.8	1.6	110…200
		0.6	1.7	160…200
		0.5	1.7	80…90
		0.4	1.8	100…150
		0.3	1.9	130…160
S-диапазон (λ = 1.46…1.53 мкм)	J < 1.2 пс^2/км	0.9	1.6	80…200
		0.7	1.7	60
		0.6	1.7	70…180
		0.5	1.8	60
C-диапазон (λ = 1.53…1.565 мкм)	J < 0.5 пс^2/км	0.9	1.6	50
		0.8	1.6	60; 170…200
		0.4	1.8	60; 120…130
		0.3	1.9	140…150
		0.2	2.0	130
L-диапазон (λ = 1.565…1.625 мкм)	J < 0.7 пс^2/км	0.7	1.6	60…120
		0.5	1.7	100…120
		0.4	1.8	160…180
		0.3	1.9	180…190

Наличие дополнительных степеней свободы позволяет совместить задачу оптимизации ДГС и задачу о достижении конкретных значений ΔF_{WGM} в соответствии с телекоммуникационными требованиями при разработке WDM-PON на основе микрорезонаторных гребёнок (1.21). Более того, тенденции слабой зависимости $J(b,R,X)$ от радиуса внутренней микросферы R, показанные в таблице 1.3, потенциально могут упростить процесс поиска подходящих конфигураций. Результаты расчётов ΔF_{WGM} около λ = 1.55 мкм для кварцевых микросфер с германосиликатным покрытием приведены на рисунке 1.22. Было получено, что значение ΔF_{WGM} практически не зависит от толщины покрытия b в рассмотренном диапазоне параметров, как показано на рисунке 1.22(а) для X = 0.5, поэтому для компактности общие результаты вычислений приведены для b = 1.7 мкм на рисунке 1.22(б).

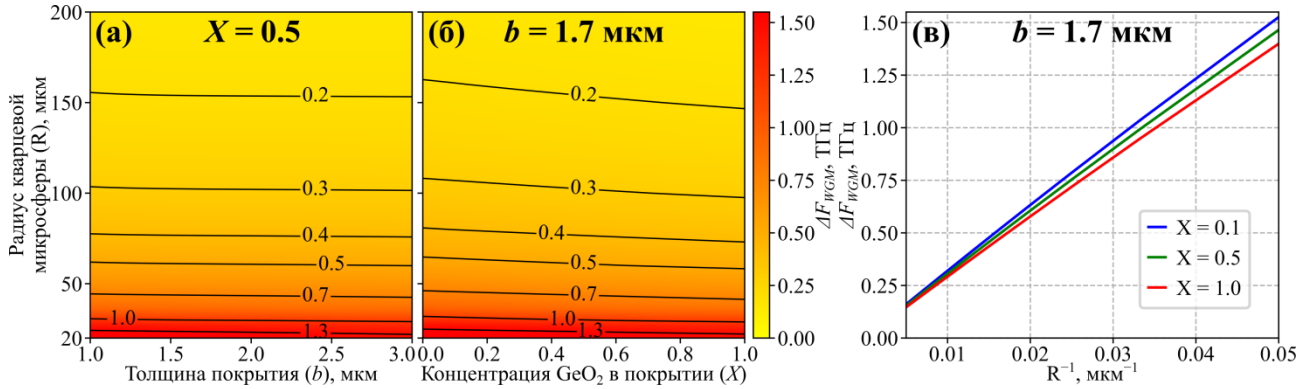


Рисунок 1.22. Результаты расчёта величины межмодового интервала ΔF_{WGM} в кварцевых микросферах с германосиликатным покрытием. (а) ΔF_{WGM} как функция радиуса кварцевой микросферы R и толщины покрытия b для X = 0.5. (б) ΔF_{WGM} как функция R и X для b = 1.7 мкм. (в) ΔF_{WGM} как функция R^{-1} для различных X при b = 1.7 мкм.

Этот эффект может объяснён, используя приближённое условие резонанса (1.48):

$$\Delta F_{WGM} = f_{l+1} - f_l = \frac{c(l+1)}{2\pi n_{эфф,l+1} R} - \frac{c(l+1)}{2\pi n_{эфф,l} R} \cong \frac{c}{2\pi n_{эфф,l} R}. \qquad (1.50)$$

Здесь $n_{эфф,l}$ – эффективный показатель преломления моды. Из полученного приближённого выражения видно, что ΔF_{WGM} преимущественно зависит только от R и $n_{эфф,l}$. Более того, было проверено, что зависимость ΔF_{WGM} от R^{-1} близка к линейной, это проиллюстрировано на рисунке 1.22(в). Сравнивая этот результат с ранее приведёнными результатами расчётов ΔF_{WGM} для микросфер с покрытием, получаем, что эффективный показатель преломления $n_{эфф,l}$, главным образом, зависит от состава материала оболочки, определяемого параметром X, и слабо зависит от радиуса R и толщины покрытия b. Это, в свою очередь, можно объяснить сильной локализацией моды в тонком и оптически плотном слое покрытия, что видно из распределения модуля электрического поля МШГ, изображённого на рисунке 1.23(а,б), где

представлены результаты расчётов для кварцевой микросферы с германатным покрытием (X = 1.0) толщиной b = 1.3 мкм и b = 1.9 мкм. Особенно хорошо видна сильная локализация поля в сравнении со случаем сплошной микросферы из германосиликатного стекла соответствующего размера, показанным на рисунке 1.23(в).

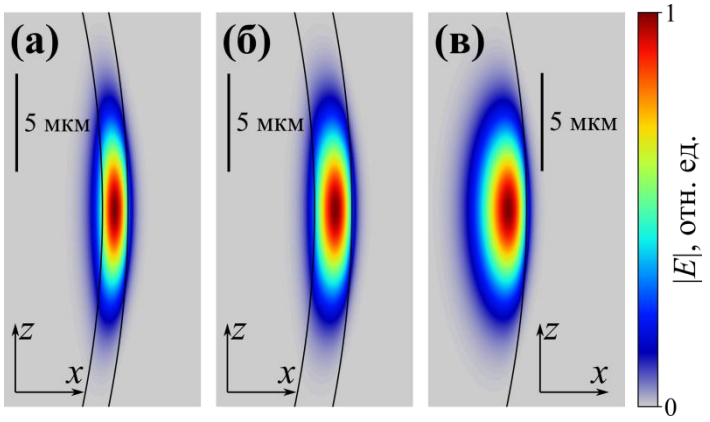


Рисунок 1.23. Рассчитанные распределения модуля электрического поля фундаментальной МШГ в микросфере из кварцевого стекле с покрытием из германатного стекла (X = 1.0) толщиной b = 1.3 мкм (а) и b = 1.9 мкм (б), а также в сплошной микросфере из германатного стекла (в). Во всех случаях радиус сплошной микросферы R = 50 мкм, длина волны $\lambda \approx 1.55$ мкм.

Приведённые выше результаты расчётов ΔF_{WGM}, дисперсионных и нелинейных характеристик микросфер с покрытием позволяют разработать относительно простой метод оптимизации параметров микросферы для получения желаемой зависимости $\beta_2(\lambda)$ для конкретного значения ΔF_{WGM}, что актуально для телекоммуникационных приложений. Действительно, предпочтительный диапазон параметров резонатора для оптимизации дисперсии определяется, главным образом, толщиной оболочки b, и, в меньшей степени, – параметром X, в то время как роль радиуса R не слишком велика, как показано в таблице 1.3. Однако ΔF_{WGM} практически не зависит от толщины покрытия b (рисунок 1.22(а)). Данный факт позволяет разбить задачу оптимизации на два последовательных шага: обеспечение требуемого значения ΔF_{WGM} выбором X и R с помощью данных, представленных на рисунке 1.22(б); и дальнейшая независимая оптимизация дисперсионной кривой за счёт изменения толщины покрытия b в соответствии с выбранными X и R.

Результаты оптимизации по предложенной методике в рассматриваемом диапазоне параметров микрорезонаторов представлены в таблице 1.4.

Таблица 1.4. Конфигурации и свойства микрорезонаторов с покрытием, одновременно обеспечивающие близкую к целевым $\beta_2(\lambda)$ ($J < 3$ пс^2/км) и $\Delta F_{WGM} = N \times 100$ ГГц (±1%) около 1.55 мкм в рассматриваемых телекоммуникационных диапазонах.

X	R, мкм	b, мкм	J, пс^2/км	ΔF_{WGM}, ГГц	γ, Вт$^{-1}$·км$^{-1}$
0.8	150	1.6	S-C-L диапазон: 1.7 S-диапазон: 1.7 C-диапазон: 1.6 L-диапазон: 1.7	199.0	9.5
0.7	150	1.6	S-C-L диапазон: 2.8 L-диапазон: 2.8	200.9	8.7
0.7	150	1.7	S-диапазон: 2.7	200.8	8.4
0.8	100	1.6	S-C-L диапазон: 2.0 S-диапазон: 1.4 C-диапазон: 1.5 L-диапазон: 2.0	297.6	12.7
0.7	100	1.6	S-C-L диапазон: 2.2 C-диапазон: 2.2 L-диапазон: 2.2	300.4	10.7
0.7	100	1.7	S-диапазон: 2.5	300.3	10.3

Как уже говорилось, помимо дисперсионных свойств микрорезонаторов при реализации нелинейно-оптических процессов преобразования накачки также важны значения коэффициента кубичной нелинейности. Для рассматриваемых в этом разделе микросфер с покрытием вычисление γ производилось по формуле (1.19) с учётом различных нелинейных показателей преломления материалов микросферы и покрытия в соответствии с таблицей 1.2 и формулой (1.23). Результаты расчётов приведены на рисунке 1.24. Значения γ для оптимальных конфигураций микрорезонаторов также приведены в последней колонке таблицы 1.4.

Из сравнения результатов, приведённых на рисунке 1.24 и рисунке 1.5, видно, что значения γ для микросфер из кварцевого стекла с покрытием из германосиликатного стекла заметно выше, чем для обычных сплошных микросфер из кварцевого стекла без покрытия. Это объясняется несколькими факторами. Во-первых, нелинейный показатель преломления n_2 для германатного стекла заметно выше, чем для кварцевого. Во-вторых, как проиллюстрировано на рисунке 1.23, наличие покрытия из оптически более плотного материала ведёт к ещё большей локализации поля МШГ в тонком слое покрытия даже в случае его небольшой (~1 мкм) толщины. Так как нелинейный коэффициент зависит как от свойств материала, так и от степени

локализации поля моды, оба этих фактора способствуют увеличению γ, что выгодно отличает предлагаемый дизайн микрорезонаторов с покрытием от сплошных микросфер.

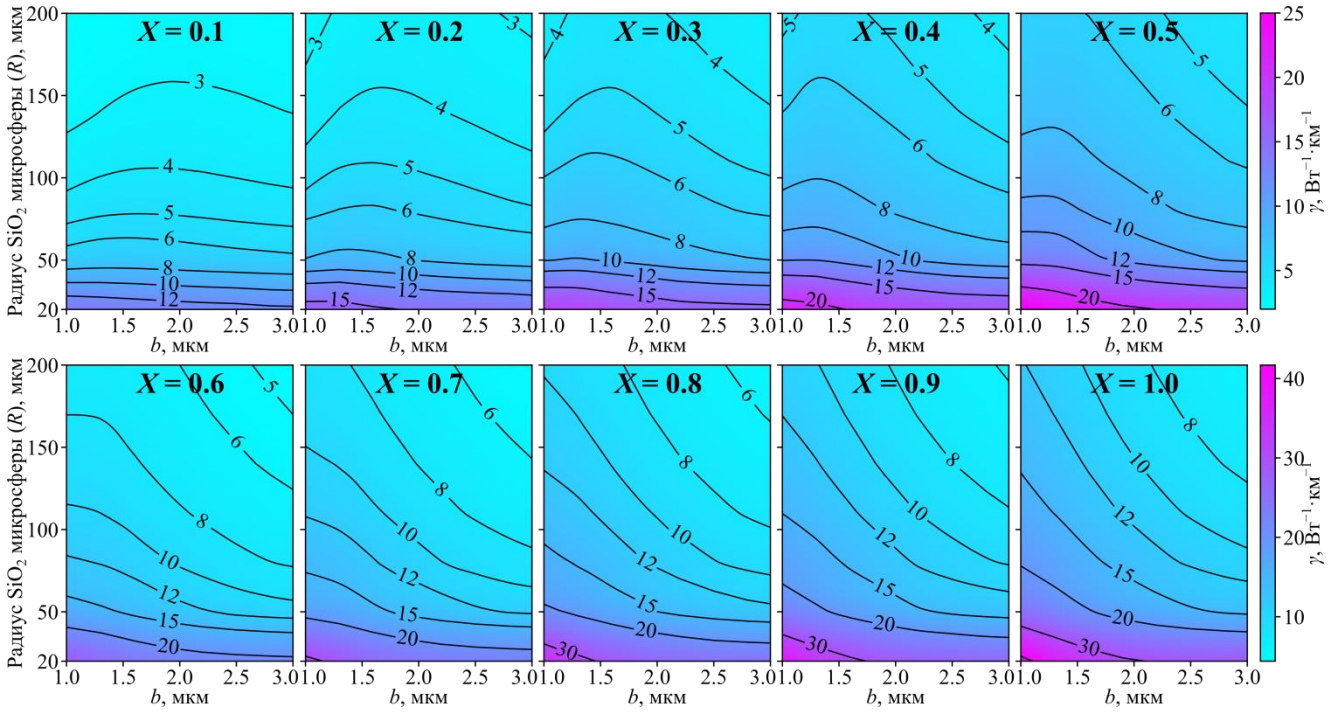


Рисунок 1.24. Рассчитанный коэффициент нелинейности γ как функция геометрических параметров кварцевых микросфер с германосиликатным покрытием (радиуса внутренней микросферы R и толщины покрытия b) для различных значений молярной концентрации GeO_2 в материале покрытия X. Все расчёты приведены для фундаментальных МШГ ТЕ поляризации, ближайшей к $\lambda \approx 1.55$ мкм. Цветовая шкала общая для рисунков в каждом ряду.

Закономерности изменения γ при варьировании параметров микрорезонатора также могут быть легко объяснены. Увеличение γ при уменьшении R объясняется повышением локализации поля в микросфере меньшего размера, как и в случае сплошных микросфер. Рост γ при уменьшении толщины покрытия b при не слишком малых X также обусловлен повышением компактности моды, так как МШГ даже при небольшой толщине оболочки преимущественно локализованы в ней из-за разницы коэффициентов преломления. Этот эффект выражен слабее для покрытия с составом, более близким к составу основной микросферы (т.е. с небольшим X), что видно из рисунка 1.24. При $X < 0.5$ в рассматриваемом диапазоне параметров наблюдается локальный максимум γ по b, что обусловлено более слабой локализацией моды в покрытии при малых b из-за проникновения поля внутрь SiO_2 микросферы за счёт небольшой разницы между показателями преломления материалов внутренней микросферы и покрытия. Наблюдаемая зависимость $\gamma(X)$ при одинаковой геометрии резонаторов обусловлена более высоким

нелинейным показателем преломления n_2 у стекла с большим содержанием GeO_2 в соответствии с формулой (1.23).

Результаты работы были опубликованы в [A9].

1.4.3. Фазовый синхронизм при вырожденном четырехволновом взаимодействии в микросферах из кварцевого стекла с германосиликатным покрытием

Полученные в предыдущем разделе результаты для микросфер из кварцевого стекла с германосиликатным покрытием показали, что в этой системе возможно достижение плоских, околонулевых значений ДГС в широком спектральном диапазоне. Это означает, что рассматриваемая система представляет особый интерес для исследования процессов вырожденного ЧВВ. Действительно, согласно условию фазового синхронизма (1.35), при $\beta_2 \approx 0$ ключевую роль играют высшие порядки дисперсии (β_4, β_6, …). Это позволяет ожидать принципиально новых результатов для микрорезонаторов предлагаемого дизайна, в частности, очень больших частотных сдвигов Ω генерируемых волн относительно излучения накачки, как видно из уравнения (1.35).

В случае микросфер с покрытием в условии фазового синхронизма (1.35) потребовалось оставить высшие порядки дисперсии β_j, $j \leq 8$, в отличие от случая сплошных микросфер без покрытия. В соответствии с (1.12) для вычисления β_8 требовалось брать производную шестого порядка по ω от получаемых функций $\beta_2(\omega)$, которые, в свою очередь, есть величины порядка второй (дискретной) производной от набора собственных частот, как видно из (1.15). Это накладывает серьёзные ограничения на точность вычислений; при использовании обычного типа данных с плавающей точкой расчёт β_6 и β_8 оказался невозможным из-за накапливающейся машинной ошибки. Поэтому разработанный ранее численный код для поиска корней характеристического уравнения (1.43) был модифицирован с использованием вычислений с произвольной точностью (использовалась библиотека *mpmath* для языка программирования Python). Это позволяет получить собственные частоты с достаточным количеством знаков после запятой, пусть и ценой повышения вычислительной сложности. Было проверено, что добавление коэффициентов дисперсии десятого порядка β_{10} уже не влияет на получаемые результаты.

При расчётах длин волн, для которых реализуется наибольший инкремент неустойчивости согласно условию фазового синхронизма (1.35), было получено, что возможны три принципиально различных варианта конфигураций кривых фазового синхронизма, как показано на рисунке 1.25. Все расчёты проводились для параметров, аналогичных использованным в подразделе 1.2.3 при рассмотрении вырожденного ЧВВ в сплошных микросферах из кварцевого

стекла: мощность накачки P_{in} = 5 мВт, частотная отстройка от резонанса δ_0 = 0, а полные потери задаются через параметр “*finesse*” резонатора $\mathscr{F} = 5 \cdot 10^4$ в соответствии с формулой (1.25).

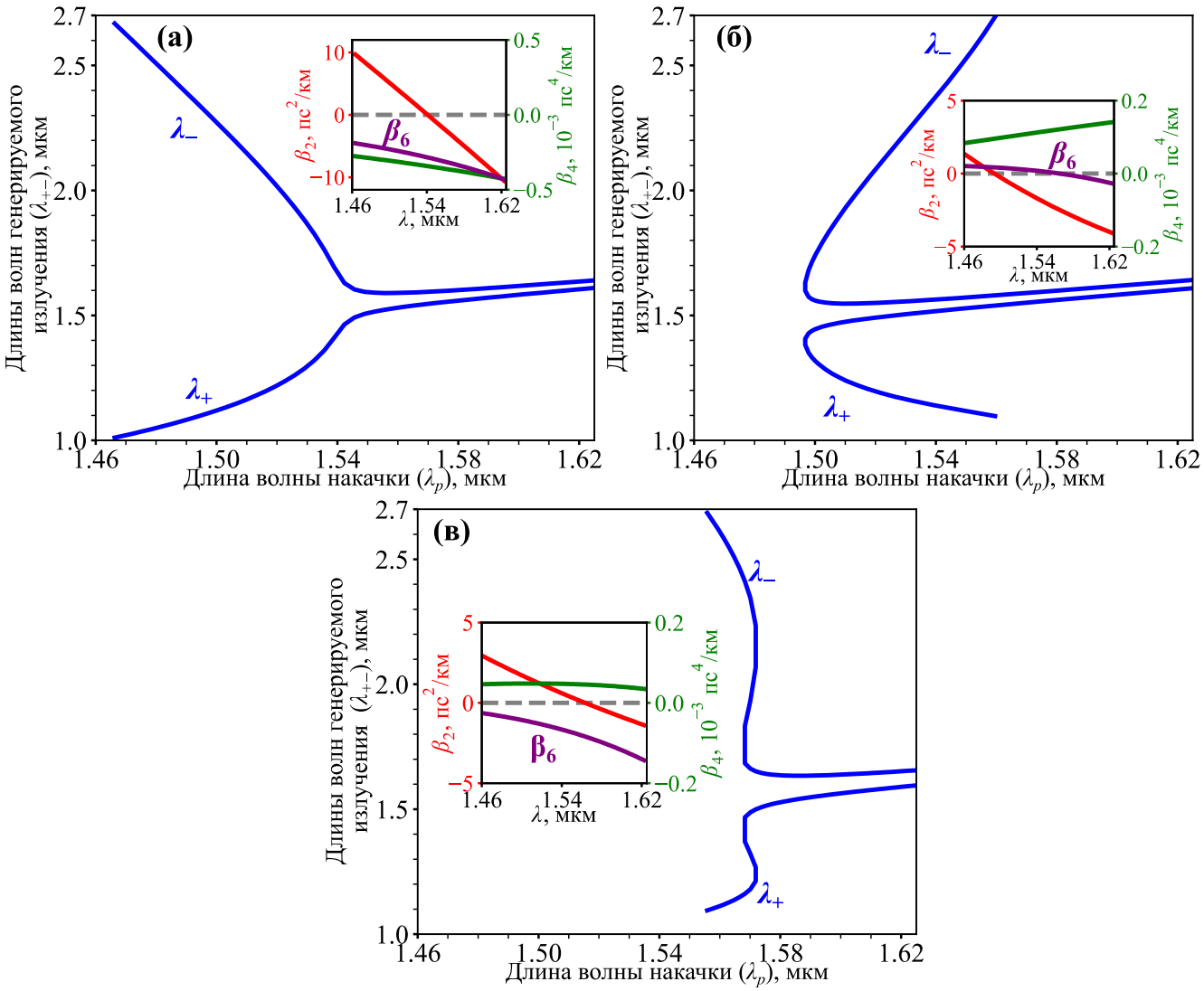


Рисунок 1.25. Различные возможные конфигурации кривых фазового синхронизма (синим цветом) для микросфер из кварцевого стекла с покрытием из германосиликатного стекла. На вставках показаны схематичные изображения зависимостей $\beta_2(\lambda)$ (красным цветом, шкала слева), $\beta_4(\lambda)$ (зелёным цветом, шкала справа) и $\beta_6(\lambda)$ (фиолетовым цветом, схематично). Параметры микрорезонаторов: (а) X = 0.8, R = 70 мкм, b = 2.7 мкм; (б) X = 0.8, R = 200 мкм, b = 1.6 мкм; (в) X = 0.5, R = 140 мкм, b = 1.7 мкм.

На графиках-вставках на рисунке 1.25 показаны рассчитанные спектральные зависимости дисперсии второго, четвёртого и шестого порядков (схематично). Случай, приведённый на рисунке 1.25(а), аналогичен ситуации, реализующейся для сплошных микросфер из кварцевого стекла без покрытия ($\beta_2 > 0$ и $\beta_4 < 0$) и характеризуется относительно плавной перестройкой генерируемых длин волн $\lambda_{+,-}$ при изменении длины волны накачки λ_p. Случаи, показанные на

рисунках 1.25(б,в), характерны именно для микрорезонаторов рассматриваемого дизайна и достигаются при $\beta_4 > 0$ в области значительных частотных сдвигов, что невозможно для фундаментальных МШГ сплошных микросфер в рассматриваемом диапазоне параметров. Конфигурация, показанная на рисунке 1.25(б), соответствует одновременному наличию двух пар волн, для которых выполняется условие фазового синхронизма (1.35) из-за компенсации отрицательной дисперсии четвёртого порядка $\beta_4 < 0$ за счёт положительной ДГС $\beta_2 > 0$. В случае, показанном на рисунке 1.25(в), коэффициенты дисперсии второго β_2 и четвёртого β_4 порядков малы и положительны, а ключевую роль играет отрицательная дисперсия шестого порядка β_6. В узком диапазоне длин волн накачки λ_p это открывает возможность одновременной генерации до трёх пар волн и значительно расширяет рабочий спектральный диапазон.

Для оценки достижимой области перестройки частот стоксовой и антистоксовой волн в рассматриваемом диапазоне длин волн накачки $\lambda_p \in [\lambda_1; \lambda_2]$ была введена величина Δf, равная диапазону перестройки частот генерируемых волн при изменении λ_p:

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} \max_{\lambda_{p1};\lambda_{p2} \in [\lambda_1;\lambda_2]} \{\Omega(\lambda_{p2}) - \Omega(\lambda_{p2})\}. \qquad (1.51)$$

Физический смысл Δf показан на рисунке 1.26(а), а на рисунке 1.26(б) приведён пример расчёта Δf в зависимости от геометрических параметров микрорезонатора для покрытия из германатного стекла (X = 1.0). Аналогичные вычисления были проведены для $0.0 \le X \le 1.0$ для накачки в телекоммуникационных S- (λ_p = 1.46…1.53 мкм), C- (λ_p = 1.53…1.565 мкм) и L-диапазонах (λ_p = 1.565…1.625 мкм), а также для их комбинаций: S-C-, C-L- и S-C-L-диапазонов.

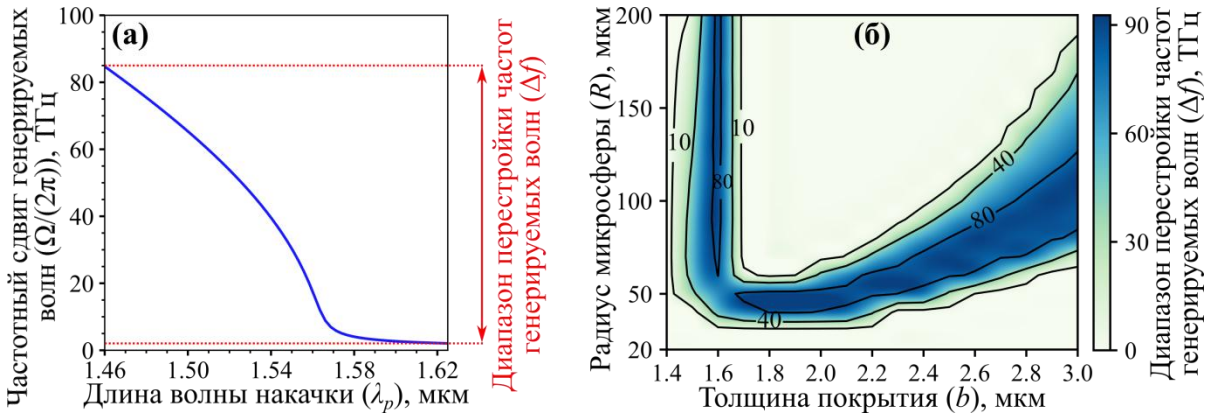


Рисунок 1.26. Диапазон перестройки частот генерируемых волн Δf: (а) физический смысл определения Δf согласно формуле (1.51), (б) пример расчёта Δf при накачке в S-C-L-диапазоне (λ_p = 1.46…1.625 мкм) для микросферы из кварцевого стекла с тонким покрытием из германатного стекла (X = 1.0) в зависимости от геометрических параметров (радиуса внутренней микросферы R и толщины покрытия b).

В результате расчётов было получено, что практически для всех значений X существует область геометрических параметров микрорезонатора, при которых достигается наибольший диапазон частотной перестройки генерируемых волн Δf. Эта область параметров при $X = const$ имеет форму «плато» с резким «подъёмом» и плоской «вершиной». Такой характер зависимостей можно объяснить тем, что рассматриваемый диапазон λ_p достаточно широк, и область значительного изменения кривой фазового синхронизма может занимать как весь диапазон λ_p, так и его часть. Здесь следует напомнить, что возможные длины волн ограничены условием прозрачности германосиликатного стекла $\lambda_{+,-} \leq 2.7$ мкм. В таком случае выбор параметров микрорезонатора для достижения наибольшего Δf возможен несколькими вариантами для любого состава покрытия. Аналогичная ситуация наблюдается и для накачки в других рассмотренных телекоммуникационных диапазонах. Использование предложенных микрорезонаторов с покрытием позволяет получить кривые синхронизма, оптимизированные для достижения наибольшего возможного диапазона частотной перестройки генерируемых волн при λ_p как во всём S-C-L-диапазоне, так и в его частях. На рисунке 1.27 показаны некоторые рассчитанные кривые фазового синхронизма для микрорезонаторов с параметрами, оптимизированными для плавного изменения длин волн генерируемого излучения в пределах области прозрачности стекла при варьировании накачки в рассмотренных спектральных диапазонах.

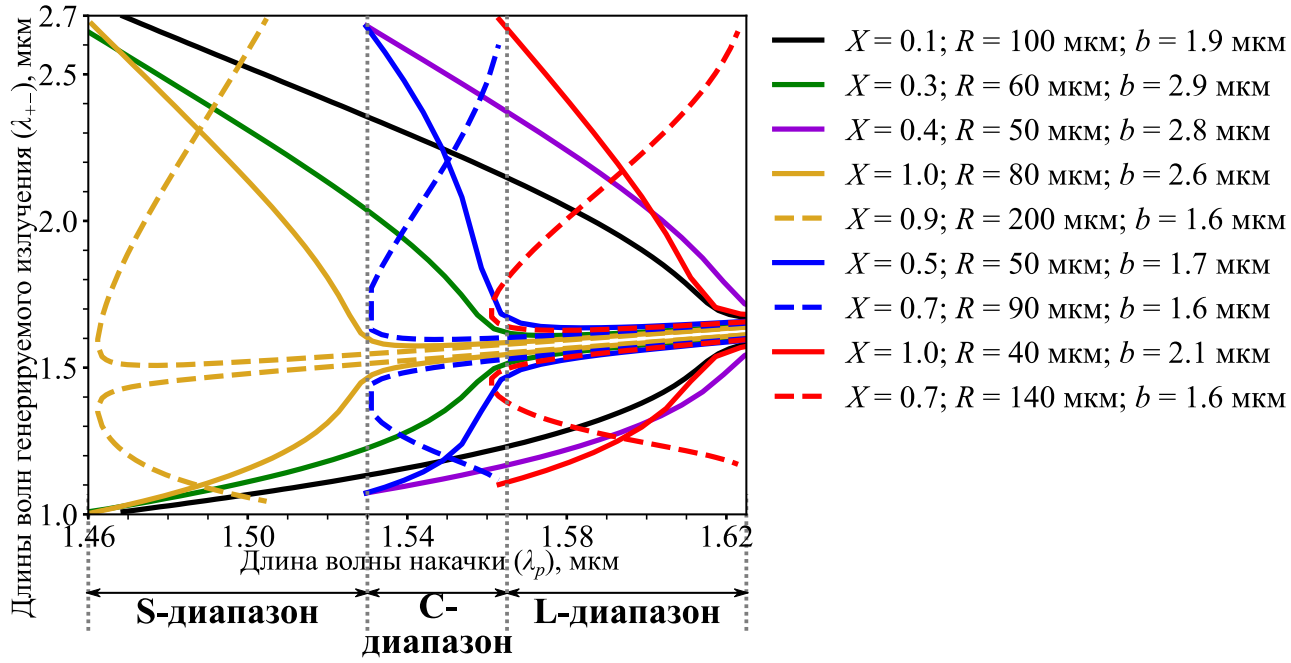


Рисунок 1.27. Рассчитанные кривые фазового синхронизма для ряда микрорезонаторов, оптимизированных для плавного изменения длин волн генерируемого излучения при накачке в телекоммуникационных диапазонах: S- (желтым цветом), C- (синим цветом), L- (красным цветом), S-C- (зелёным цветом), C-L- (фиолетовым цветом), S-C-L- (чёрным цветом).

Как видно из рисунка 1.27, для плавного изменения кривых синхронизма в S-, C- и L-диапазонах также удалось найти конфигурации микрорезонаторов, обеспечивающие возможность генерации двух пары волн одновременно (штриховые линии на рисунке 1.27) аналогично ситуации на рисунке 1.25(б). Для этих случаев пара волн с большим частотным сдвигом при изменении λ_p смещается в противоположном направлении по сравнению с обычно реализующимся случаем фазового синхронизма (сплошные линии на рисунке 1.27 и рисунке 1.25(а), а также рисунок 1.9 для микросфер без покрытия).

Также были получены конфигурации микрорезонаторов, обеспечивающие набольшую чувствительность длин волн генерируемого излучения (наибольшее изменение $\lambda_{+,-}$ при изменении λ_p). Соответствующие кривые синхронизма показаны на рисунке 1.28.

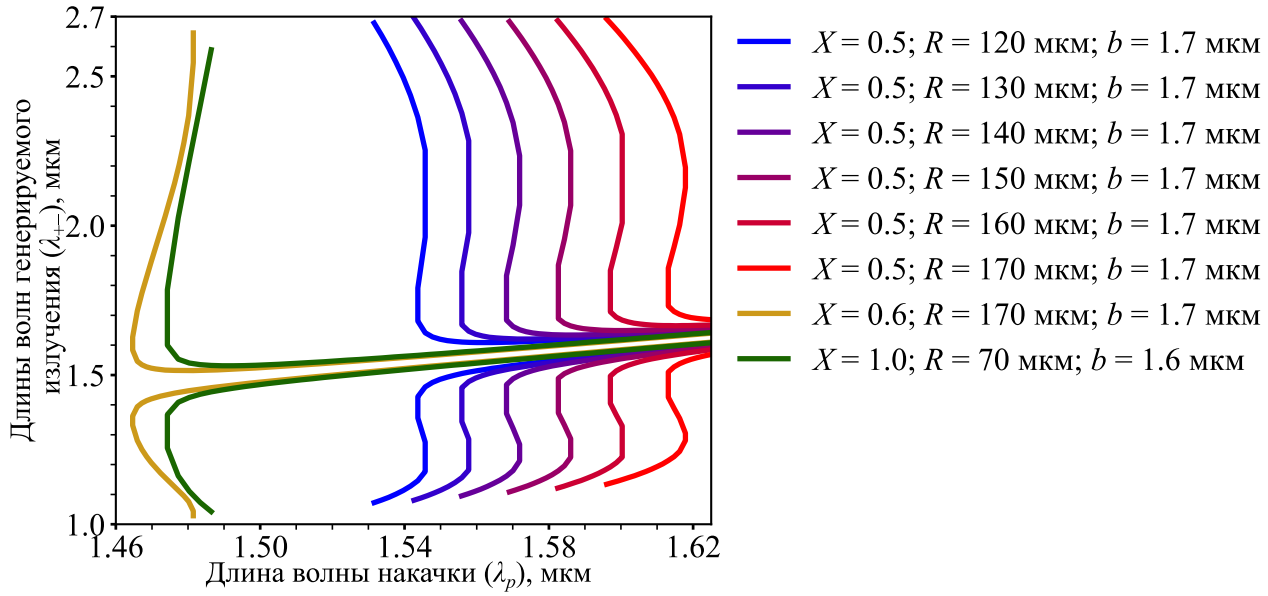


Рисунок 1.28. Кривые фазового синхронизма для микрорезонаторов с покрытием, обеспечивающие наибольшую чувствительность длин волн генерируемого излучения к изменениям длины волны накачки λ_p.

Как проиллюстрировано на рисунке 1.28, случаи кривых фазового синхронизма с экстремальной чувствительностью к изменениям длины волны накачки практически полностью соответствуют случаям, когда одновременно реализуются три пары генерируемых волн, то есть конфигурации, показанной на рисунке 1.25(в). Наибольшая чувствительность достигается в микрорезонаторе с $X = 0.5$, $R = 120$ мкм, $b = 1.7$ мкм; частотный сдвиг генерируемых волн $\Omega/(2\pi)$ изменяется от 5.5 ТГц до 84 ТГц при сравнительно малом изменении длины волны накачки λ_p на 30 нм от 1.562 мкм до 1.532 мкм. Это значительно превышает достижимые значения для сплошных микросфер из кварцевого стекла без покрытия, как было показано в подразделе 1.2.3 диссертации, а также в [49].

Результаты, полученные в этом разделе, были опубликованы в [A9].

1.5. Заключение к главе 1

Реализована теоретическая модель для анализа дисперсионных и нелинейных характеристик оптических мод шепчущей галереи в сплошных сферических микрорезонаторах. Подход основан на решении характеристических уравнений на собственные частоты с учётом частотной зависимости показателя преломления материала. Разработанная методика позволяет учитывать как материальную, так и геометрическую составляющие дисперсии МШГ. Проведён теоретический анализ дисперсионных и нелинейных характеристик мод сплошных сферических микрорезонаторов на основе кварцевого (SiO_2), германатного (GeO_2), теллуритного (TeO_2–La_2O_3–WO_3, TWL), халькогенидного As_2S_3 и халькогенидного As_2Se_3 стёкол, а также германосиликатного стекла $(1-X)\cdot SiO_2$–$X\cdot GeO_2$ с варьируемой концентрацией диоксида германия X. Получено, что для сплошных микросфер длина волны нулевой дисперсии групповых скоростей λ_{ZD} может быть смещена исключительно в длинноволновую сторону относительно λ_{ZD} материала. При уменьшении радиуса от 200 мкм до 50 мкм в сплошных микросферах из кварцевого стекла (λ_{ZD} = 1.28 мкм) происходит плавный сдвиг λ_{ZD} от 1.41 мкм до 1.70 мкм, из германатного стекла (λ_{ZD} = 1.75 мкм) – от 1.95 мкм до 2.3 мкм, из теллуритного стекла (λ_{ZD} = 2.2 мкм) – от 2.3 мкм до 2.5 мкм, из халькогенидного As_2S_3 стекла (λ_{ZD} = 4.9 мкм) – от 6.1 мкм до 8.1 мкм, а из халькогенидного As_2Se_3 стекла (λ_{ZD} = 7.2 мкм) – от 8.8 мкм до 10.3 мкм, соответственно. Получено, что дисперсия групповых скоростей фундаментальных МШГ ТЕ и ТМ поляризаций в сплошных микросферах отличается слабо. Определены условия достижения аномальной ДГС в сплошных микросферах из рассмотренных материалов на различных длинах волн накачки, рассчитаны зависимости коэффициента кубичной нелинейности МШГ от параметров микросфер. Найдены конфигурации сплошных микросфер из кварцевого стекла, обеспечивающие ДГС и величину межмодового интервала, подходящие для использования в качестве генераторов оптических частотных гребёнок в телекоммуникационных пассивных оптических сетях с мультиплексированием с разделением по длинам волн.

Теоретически рассмотрены условия фазового синхронизма для вырожденного четырёхволнового взаимодействия в микрорезонаторах с МШГ в приближении сильной волны накачки. Для сплошных микросфер из кварцевого стекла были рассчитаны длины волн генерируемого излучения, для которых инкремент неустойчивости максимален. Полученные спектральные профили инкремента нарастания хорошо совпадают с экспериментально полученными соавторами спектральными профилями стоксовой и антистоксовой рамановских

частотных гребёнок. Это позволяет говорить о корректности введённых приближений и разработанной теоретической модели.

Показано, что нарушения идеальной сферической симметрии сплошных микросфер могут способствовать реализации нелинейных эффектов, невозможных в случае идеальных микросфер. Это связано с тем, что в микросфере неидеальной формы снимается вырождение МШГ по азимутальному индексу, что приводит как к большей спектральной плотности мод, так и к отличиям в их дисперсионных характеристиках. Высокая спектральная плотность резонансов может способствовать реализации каскадной генерации на эффекте вынужденного рассеяния Мандельштама-Бриллюэна даже если частотный сдвиг ВРМБ на порядок меньше, чем величина межмодового интервала ΔF_{WGM} микросферы, что было подтверждено соавторами теоретически и экспериментально. Помимо этого, изменения дисперсии МШГ, вызванные неидеальностью формы микрорезонатора, могут способствовать генерации оптических частотных гребёнок с кратным ΔF_{WGM} частотным интервалом за счёт формирования рамановских “паттернов Тьюринга”, что также было подтверждено соавторами.

Реализована теоретическая модель для расчёта дисперсионных и нелинейных характеристик фундаментальных МШГ оптических микрорезонаторов в виде полых тонкостенных микросфер с учётом материальной дисперсии стёкол. Проведён анализ дисперсии полых микросфер из кварцевого, германатного, теллуритного и двух видов халькогенидных стёкол (As_2S_3 и As_2Se_3). Получено, что, в отличие от сплошных микросфер, для МШГ полых тонкостенных микросфер длина волны нулевой ДГС λ_{ZD} может быть смещена как в длинноволновую, так и в коротковолновую стороны относительно нуля материальной ДГС за счёт выбора геометрических параметров микрорезонаторов. Для фундаментальных ТЕ мод полых микросфер с внутренним радиусом 100 мкм и толщиной стенки 2 мкм λ_{ZD} составляет 0.97 мкм для микрорезонаторов из кварцевого стекла (λ_{ZD} = 1.28 мкм), 1.23 мкм – из германатного стекла (λ_{ZD} = 1.75 мкм), 1.84 мкм – из теллуритного стекла (λ_{ZD} = 2.2 мкм), 3.0 мкм – из халькогенидного As_2S_3 стекла (λ_{ZD} = 4.9 мкм), 4.1 мкм – из халькогенидного As_2Se_3 стекла (λ_{ZD} = 7.2 мкм). Получено, что дисперсионные характеристики фундаментальных МШГ ТЕ и ТМ поляризаций отличаются, причём наиболее существенные различия достигаются при небольших толщинах стенок ($b \lesssim \lambda$). Для полых микросфер из теллуритного и халькогенидного As_2S_3 стёкол определён диапазон параметров, способствующих достижению небольшой аномальной ДГС на различных длинах волн накачки (2.0 мкм и 2.3 мкм для TWL; 3.5 мкм для As_2S_3), рассчитаны нелинейные коэффициенты МШГ.

Предложен дизайн сплошного микрорезонатора из кварцевого стекла с тонким покрытием из германосиликатного $(1-X)\cdot SiO_2–X\cdot GeO_2$ стекла с варьируемой концентрацией диоксида германия X. Предложен, разработан и применён способ поиска оптимальных параметров для

достижения околонулевой аномальной дисперсии групповых скоростей, рассчитаны коэффициенты кубичной нелинейности. Продемонстрировано, что в предложенных кварцевых микросферах с германосиликатным покрытием при оптимальных параметрах можно получить околонулевую ДГС в широком диапазоне длин волн 1.46…1.625 мкм, что соответствует комбинации телекоммуникационных S-, C- и L-диапазонов. Отклонения полученных оптимизированных дисперсионных зависимостей от целевой ($\beta_2 = -2$ пс^2/км) для предложенных кварцевых микросфер с германосиликатным покрытием оказались существенно меньше, чем для сплошных кварцевых микросфер без покрытия. Получено, что величина межмодового интервала ΔF_{WGM} таких микрорезонаторов практически не зависит от толщины покрытия b и преимущественно определяется радиусом SiO_2 микросферы R и составом покрытия. Это позволило найти конфигурации микрорезонаторов, одновременно обеспечивающие околонулевую аномальную ДГС в широком диапазоне длин волн и ΔF_{WGM}, подходящие для создания телекоммуникационных пассивных оптических сетей с мультиплексированием с разделением по длинам волн: ΔF_{WGM} = 200 ГГц ± 1% (R = 150 мкм, b = 1.6 мкм, относительная концентрация GeO_2 в покрытии X = 0.8) и ΔF_{WGM} = 300 ГГц ± 1% (R = 100 мкм, b = 1.6 мкм, X = 0.8).

Показано, что предложенная конструкция микрорезонатора в виде сплошной микросферы из кварцевого стекла с тонким покрытием из германосиликатного стекла предоставляет исключительные возможности для управления кривыми фазового синхронизма при вырожденном четырёхволновом взаимодействии. Обнаружено, что для некоторых параметров резонатора условия синхронизма выполняются для двух или даже трёх пар генерируемых волн. Диапазон перестройки сдвига их частот может достигать 78 ТГц (450 нм) при изменении длины частоты накачки всего на 3.8 ТГц (30 нм), что значительно превосходит возможный диапазон перестройки для обычных кварцевых микросфер.

Глава 2.
Термооптическое управление частотами МШГ в сплошных микросферах

2.1. Введение

В физике оптических диэлектрических микрорезонаторов тепловая нелинейность имеет очень большое значение [22]. Из-за частичной термализации внутрирезонаторной оптической мощности температура микрорезонатора повышается. Это приводит к изменению показателя преломления и увеличению размеров резонатора вследствие теплового расширения, а, следовательно, и к смещению резонансных частот МШГ. В реальных экспериментальных условиях этот эффект весьма существенен, так как типичные величины термооптического сдвига резонансной частоты превышают ширину резонансной линии высокодобротной МШГ на несколько порядков [22, 62].

Для практических приложений микрорезонаторов, связанных с нелинейно-оптическим преобразованием лазерного излучения, часто необходимо контролировать отстройку частоты накачки от частоты МШГ [2]. В связи с этим, термооптический дрейф частот МШГ обычно является паразитным эффектом, затрудняющим реализацию целевых нелинейно-оптических процессов преобразования излучения накачки. Но в то же время этот эффект может быть использован и во благо, в частности, для создания высокочувствительных температурных сенсоров [22, 65] и организации внешнего управления нелинейно-оптическими процессами в микрорезонаторах [66, 67].

Исследование термооптических процессов особенно важно для микрорезонаторов на основе оптических стёкол со сравнительно низкой температурой стеклования T_g, в том числе, теллуритных и халькогенидных. В этом случае теоретический анализ температурных распределений, возникающих при нагреве микрорезонатора за счёт частичного поглощения излучения накачки при реализации различных нелинейно-оптических процессов, становится особенно важной задачей (нельзя допустить нагрев до температур, близких к T_g). Помимо этого, необходимо отметить, что рассмотрение термоооптических свойств микросфер на основе различных стёкол может представлять интерес для разработки высокочувствительных температурных сенсоров за счёт существенно отличающихся теплофизических параметров этих стёкол [65, 68].

Данная глава посвящена анализу тепловых эффектов в сплошных сферических микрорезонаторах на основе тех же оптических стёкол, что и в первой главе: кварцевого (SiO_2), германатного (GeO_2), теллуритного (TeO_2–WO_3–La_2O_3) и двух типов халькогенидных (As_2S_3 и As_2Se_3). Рассматривается как общая задача нагрева микросфер и соответствующего расчёта

термооптических сдвигов частот МШГ при частичной термализации излучения накачки (разделы 2.2 и 2.3), так и практические применения термооптической нелинейности в микрорезонаторах, а именно, разработка и сравнительный анализ высокочувствительных сенсоров температуры (раздел 2.4) и организация внешнего термооптического управления рамановскими процессами в микрорезонаторах (раздел 2.5).

2.2. Нагрев микросфер при термализации лазерного излучения

2.2.1. Описание конечноэлементной модели

Начнём рассмотрение термооптических эффектов в сплошных микросферах с постановки термодинамической задачи нагрева микрорезонатора за счёт частичной термализации излучения накачки. Здесь необходимо принять во внимание реальную геометрию задачи. Так как стеклянные микросферы обычно изготавливаются методом оплавления кончика оптического волокна (как правило, предварительно растянутого), при рассмотрении термодинамической задачи нагрева необходимо учитывать процессы переноса тепла не только в микрорезонаторе, но и в оставшемся отрезке волокна. Принципиальная схема отрезка волокна с микросферой на конце приведена на рисунке 2.1 (не в масштабе); там же указаны типичные размеры отдельных участков поддерживающего волокна, приблизительно соответствующие экспериментальным.

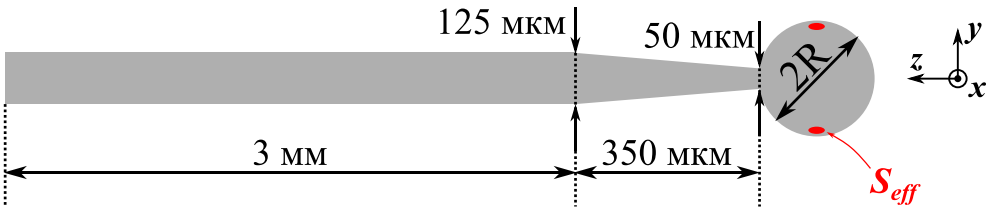


Рисунок 2.1. Типичная экспериментальная геометрия отрезка волокна с микросферой на конце (схематично). Эллипсами красного цвета площадью S_{eff} показана область МШГ в меридиональном (перпендикулярном плоскости z = 0) сечении.

Была разработана численная конечноэлементная модель в программном пакете COMSOL с использованием модуля «Теплопередача» (англ. *Heat Transfer in Solids*), учитывающая реалистичную геометрию микросферы и отрезка поддерживающего волокна. Для понижения вычислительной сложности была учтена осевая симметрия рассматриваемой системы. Модель основана на численном решении уравнения теплопроводности [69, 70]:

$$\rho c_p \frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} + div\ \vec{q} = Q, \quad (2.1)$$

$$\vec{q} = -k_{gl} \cdot grad\ \Delta T, \quad (2.2)$$

где $\Delta T = T - T_0$ – изменение температуры T относительно температуры окружающей среды T_0 = 20 °C, ρ – плотность стекла, c_p – удельная теплоёмкость стекла при постоянном давлении, $\vec{q}$ – вектор потока тепла, Q – источник тепла, k_{gl} – коэффициент теплопроводности стекла. Используемые теплофизические характеристики рассматриваемых стёкол приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Теплофизические характеристики рассматриваемых стёкол.

Стекло	Плотность (ρ), кг/м^3	Коэффициент теплопроводности (k_{gl}), Вт/(м·К)	Удельная теплоёмкость при постоянном давлении (c_p), Дж/(кг·К)	Температура стеклования (T_g), °C
Кварцевое стекло [71, 72]	2202	1.3	700	974
Германатное стекло [73–76]	3600	0.6	500	537
Теллуритное стекло [71,77]	5970	1.2	350	389
Халькогенидное As_2S_3 стекло [78]	3200	0.33	482	197
Халькогенидное As_2Se_3 стекло [79]	4630	0.24	360	185

На поверхности микросферы и волокна были выбраны граничные условия естественной конвекции в воздухе (встроенная настройка в программном пакете COMSOL):

$$-(\vec{n}; \vec{q}) = h \cdot \Delta T. \quad (2.3)$$

В формуле (2.3) $\vec{n}$ – вектор нормали к поверхности, h – коэффициент конвекции, выражения для которого в этой модели представляют собой эмпирические соотношения, зависящие от геометрии поверхности, её температуры и свойств окружающего воздуха. Для сплошной сферы радиусом R [69]:

$$h = \frac{k_{air}}{2R}\left(2 + \frac{0.589 Ra^{\frac{1}{4}}}{\left(1+\left(\frac{0.469}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{4}{9}}}\right), \quad (2.4)$$

$$Ra = \frac{g\varepsilon_{air}\rho_{air}^2 c_{p,air}|\Delta T|(2R)^3}{k_{air}\mu_{air}}. \quad (2.5)$$

В выражениях (2.4–2.5) k_{air} = 0.025 Вт/(м·К) – теплопроводность воздуха, Ra – число Рэлея, $Pr = \mu_{air} \cdot c_{p,air}/k_{air}$ = 0.72 – число Прандтля для воздуха, g = 9.81 м/с^2 – ускорение свободного падения, ε_{air} = 3.43·10^{-3} К$^{-1}$ – коэффициент теплового расширения для воздуха, ρ_{air} = 1.2 кг/м^3 – плотность воздуха, μ_{air} = 1.83·10^{-5} кг/(м·с) – динамическая вязкость воздуха, $c_{p,air}$ = 1007 Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость воздуха при постоянном давлении. При численном моделировании учитывалась температурная зависимость этих параметров в соответствии с библиотеками программного пакета COMSOL.

На боковых поверхностях отрезка поддерживающего волокна было применено аналогичное граничное условие, но с другим коэффициентом конвекции h для длинного цилиндра [69]:

$$h = \frac{k_{air}}{2R_{cyl}}\left(0.6 + \frac{0.387 Ra^{\frac{1}{6}}}{\left(1+\left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{8}{27}}}\right)^2. \quad (2.6)$$

Здесь R_{cyl} – радиус цилиндра, а число Рэлея Ra вычисляется по формуле (2.5) с заменой R на R_{cyl}. На торце волокна было использовано граничное условие фиксированной температуры ΔT = 0. Было проверено, что замена этого граничного условия на соответствующее граничное условие естественной конвекции в воздухе не влияет на результат, что объясняется большой длиной отрезка волокна (3 мм) по сравнению с характерными размерами микрорезонаторов (~50…500 мкм).

Термализация заведённого в микрорезонатор лазерного излучения происходит преимущественно за счёт поглощения в среде в области возбуждённых мод. Так как поля МШГ преимущественно локализованы в приповерхностном экваториальном регионе микросферы, основное тепловыделение суммарной мощностью P_{heat} происходит именно в этой области. В связи с этим, для упрощения, предполагалось, что область тепловыделения является осесимметричной и в меридиональном сечении (перпендикулярном плоскости z = 0) имеет форму эллипса с площадью, соответствующей эффективной площади моды S_{eff} (рисунок 2.1). Как уже говорилось в подразделе 1.2.2 настоящей диссертации, существуют различные формулы для расчёта эффективных объёмов и площадей МШГ, дающие похожие результаты. Как и ранее, здесь будет использовано определение через азимутальную компоненту вектора

Пойнтинга S_φ аналогично формуле (1.19) для вычисления коэффициента кубичной нелинейности γ:

$$S_{eff} = \frac{(\int S_\varphi(r,\theta)d^2r)^2}{\int S_\varphi^2(r,\theta)d^2r}. \quad (2.7)$$

В формуле (2.7) интегралы берутся по меридиональному сечению микросферы. Здесь стоит отметить, что для сплошных микросфер из материала с постоянным нелинейным показателем преломления n_2 эффективные площади мод S_{eff} могут быть напрямую получены из рассчитанных в подразделе 1.2.2 значений коэффициента нелинейности γ:

$$S_{eff} = \frac{2\pi n_2}{\lambda} \cdot \frac{1}{\gamma}. \quad (2.8)$$

Было установлено, что конкретная форма эллипса, в котором происходит тепловыделение, слабо влияет на получающиеся температурные распределения. Например, для кварцевой микросферы радиусом 100 мкм при варьировании соотношения осей эллипса в интервале от 1:1 до 5:1 отличия в температурных распределениях при P_{heat} = 1 мВт не превышают 0.1%. В связи с этим все расчёты проводились в предположении, что тепловыделение происходит в эллипсе с соотношением осей 3:1.

2.2.2. Пространственные распределения температуры для микросфер из различных стёкол

Для начала рассмотрим стационарную задачу, соответствующую нагреву микрорезонаторов за счёт термализации непрерывного излучения накачки. Пример расчёта стационарного распределения температуры в кварцевой микросфере показан на рисунке 2.2.

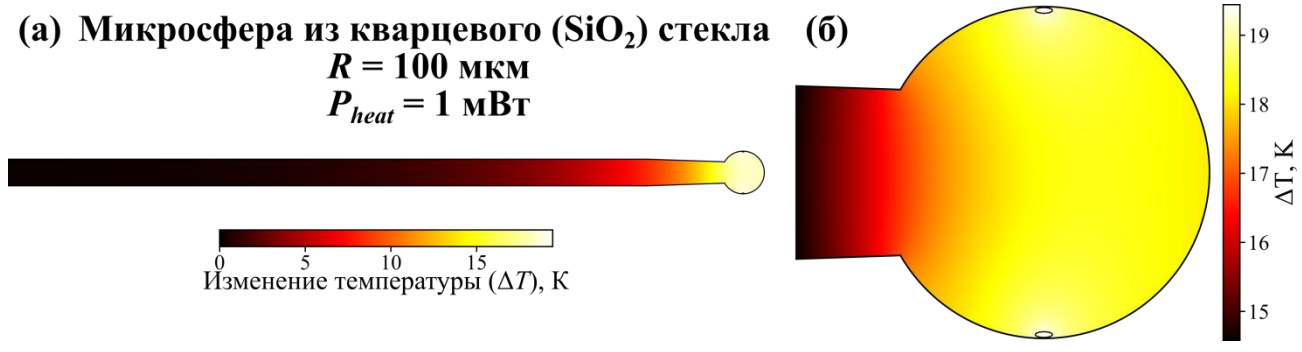


Рисунок 2.2. Результаты расчётов стационарного пространственного распределения температуры при нагреве микросферы радиусом R_0 = 100 мкм из кварцевого стекла за счёт частичной термализации излучения накачки. Панель (б) показывает микросферу в увеличенном масштабе (малыми эллипсами сверху/снизу показана область тепловыделения, с площадью, соответствующей эффективной площади моды). Мощность тепловыделения P_{heat} = 1 мВт.

Были проведены аналогичные расчёты для микросфер различного радиуса на основе всех рассматриваемых видов стёкол при варьируемых мощностях тепловыделения. Предполагалось, что S_{eff} соответствует эффективной площади фундаментальной МШГ. Для интегрального описания полученных температурных распределений будут использоваться следующие характеристики: среднее изменение температуры по всей микросфере ΔT_{av}, среднее изменение температуры в области моды ΔT_{mode} и максимальное изменение температуры ΔT_{max}. Результаты расчётов ΔT_{max} для микросфер различного радиуса при различных мощностях тепловыделения показаны на рисунке 2.3.

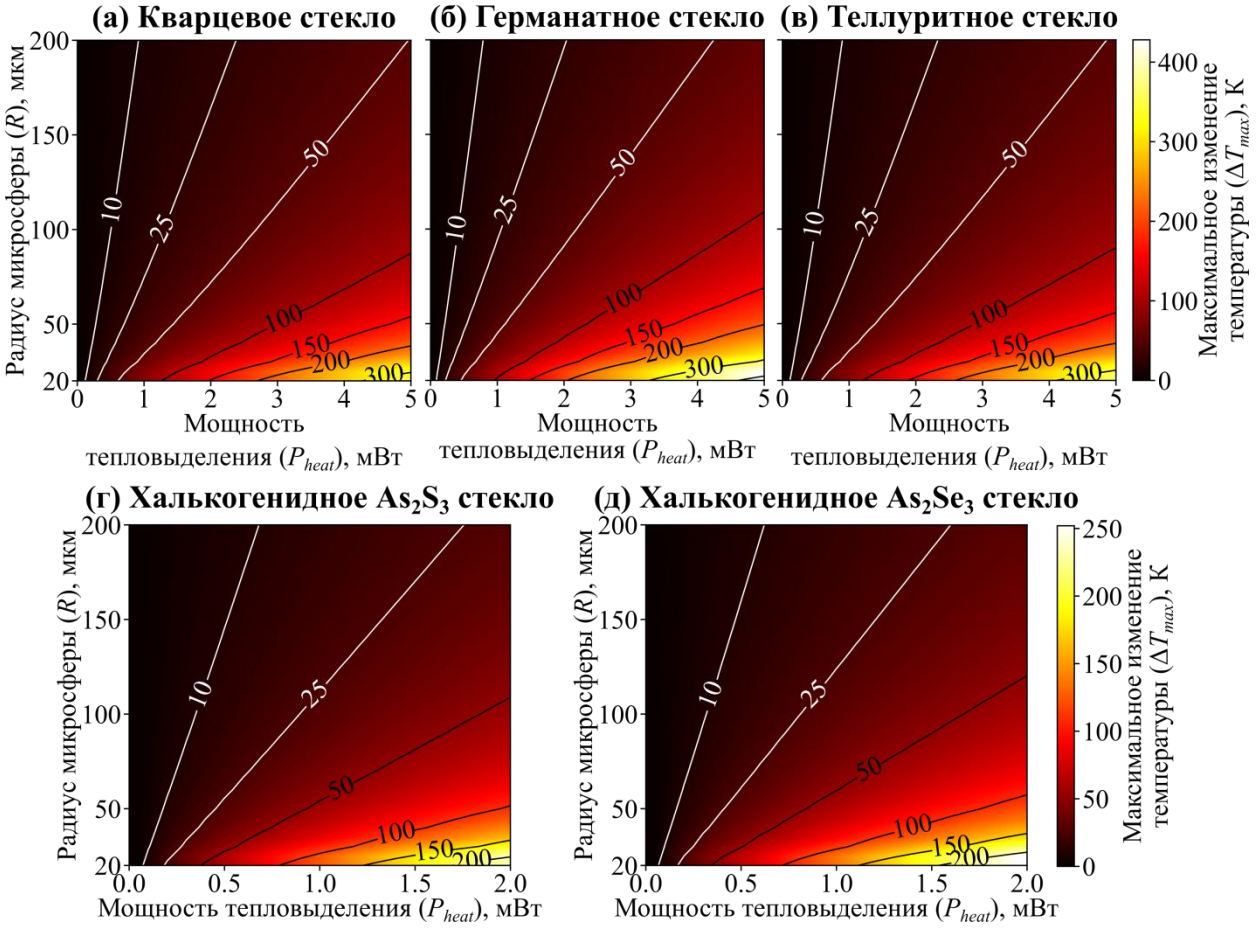


Рисунок 2.3. Результаты расчётов максимального изменения температуры микросферы ΔT_{max} как функции мощности тепловыделения P_{heat} и радиуса микросферы R в стационарном режиме для микросфер на основе различных стёкол. Предполагается, что тепловыделение происходит в области с площадью, соответствующей эффективной площади фундаментальной МШГ с $\lambda \approx 1.55$ мкм. Цветовая шкала общая для рисунков в каждом ряду.

Расчёты в широком диапазоне параметров показали, что отличия ΔT_{max} и ΔT_{av} находятся в диапазоне 5…8% для микросфер из кварцевого и теллуритного стекла, 8…15% для микросфер из германатного стекла, и 15…30% для микросфер из халькогенидных As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол.

Это объясняется как меньшими коэффициентами теплопроводности GeO_2, As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол, так и более локализованным нагревом (меньшими S_{eff}) из-за сравнительно большей оптической плотности As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол. Также стоит отметить, что отличия ΔT_{mode} и ΔT_{max} в стационарном режиме весьма малы и не превышают 1.5%.

Из результатов, представленных на рисунке 2.3, видно, что температура микрорезонаторов увеличивается как при увеличении мощности тепловыделения, так и при уменьшении радиуса микросферы. Это может быть объяснено из качественных соображений. Для этого сначала необходимо отметить, что для аналитических оценок формула (2.4) для коэффициента естественной конвекции на поверхности сферы может быть несколько упрощена в рассматриваемых условиях: для $2R \leq 500$ мкм и $\Delta T \leq 500$ K число Рэлея $Ra \leq 7 \cdot 10^{-3}$, поэтому второе слагаемое в скобках в (2.4) не превышает 0.13. Это позволяет получить упрощённое выражение:

$$h \approx \frac{k_{air}}{R}. \qquad (2.9)$$

Из полученного соотношения видно, что коэффициент конвекции h обратно пропорционален радиусу микросферы R. С другой стороны, площадь поверхности пропорциональна R^2. В стационарном режиме тепловыделение внутри микросферы мощностью P_{heat} полностью компенсируется конвективным охлаждением на её поверхности (пренебрегаем влиянием отрезка поддерживающего волокна) мощностью P_{cool}. Если также пренебречь неоднородностью нагрева микросферы, то интегральная мощность потока тепла с поверхности микросферы за счёт конвективного охлаждения может быть приближённо выражена следующим образом:

$$P_{heat} = P_{cool} = -\oint(\vec{n};\vec{q}) \approx h \oint \Delta T \propto \Delta T \cdot R. \qquad (2.10)$$

Несмотря на то, что выражение (2.10) получено с учётом множества приближений, оно позволяет качественно описать характер зависимостей $\Delta T_{av}(P_{heat},R)$. Результаты проведённых конечноэлементных расчётов также подтверждают, что зависимости средней температуры микросферы ΔT_{av} от P_{heat} и R^{-1} действительно близки к линейным, что проиллюстрировано на рисунке 2.4 для микросфер из кварцевого стекла.

Результаты проведённых расчётов стационарных температурных распределений для кварцевых микросфер были опубликованы в работе [A2], для теллуритных микросфер – в работах [A10, A11], а для халькогенидных As_2S_3 микросфер – в работе [A12].

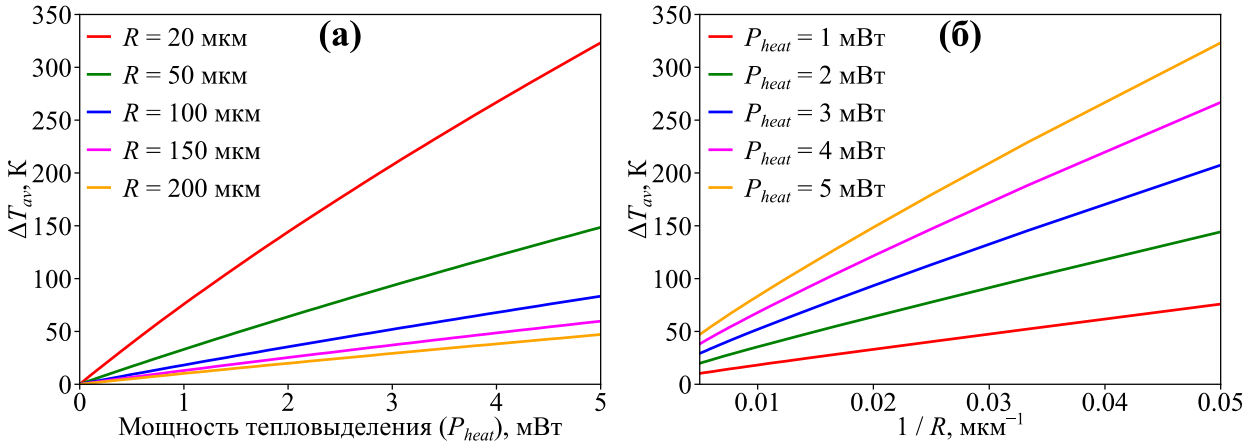


Рисунок 2.4. Рассчитанные зависимости средней температуры микросферы ΔT_{av} (а) от мощности тепловыделения P_{heat} для микросфер фиксированного радиуса $R = const$ и (б) от R^{-1} при $P_{heat} = const$. Расчёты приведены для микросфер из кварцевого стекла.

Значение максимального изменения температуры ΔT_{max} особенно важно для микросфер из теллуритных и халькогенидных стёкол, у которых температура стеклования T_g сравнительно невелика, как показано в таблице 2.1. Это особенно важно при разработке нелинейно-оптических преобразователей излучения на основе микрорезонаторов из этих стёкол, так как накладывает фундаментальные ограничения на допустимые мощности тепловыделения в системе. Для реализации многих нелинейно-оптических процессов преобразования излучения, например, на основе вырожденного четырёхволнового взаимодействия или вынужденного комбинационного (рамановского) рассеяния, предпочтительными являются условия со сравнительно большими значениями внутрирезонаторной мощности и поэтому при рассмотрении таких систем необходимо учитывать допустимые пределы тепловыделения. Это особенно важно для микросфер небольшого размера: с одной стороны, величина нелинейных коэффициентов МШГ существенно растёт при уменьшении R (рисунок 1.5), что может способствовать реализации нелинейных эффектов; с другой стороны, микросферы малого размера более подвержены перегреву при тех же мощностях тепловыделения. Результаты расчётов, приведённые на рисунке 2.3, могут быть использованы для формулировки рекомендаций по допустимым мощностям тепловыделения в микросферах различного размера на основе различных стёкол. Например, для микросфер из теллуритного стекла при мощности тепловыделения до 5 мВт рекомендуется использовать микросферы радиусом не менее 30 мкм [А11]. Для микросфер из халькогенидных стёкол требования на допустимые размеры микросфер ещё жёстче из-за небольших T_g: при мощности тепловыделения до 2 мВт рекомендуется использовать микросферы радиусом не менее 30 мкм, а при мощности тепловыделения до 5 мВт – микросферы радиусом не менее 70 мкм. Здесь стоит отметить, что

сформулированные условия носят рекомендательный и оценочный характер, так как в экспериментальных условиях мощность тепловыделения в микрорезонаторе обычно может быть оценена только приблизительно.

Помимо стационарного режима нагрева микросфер за счёт частичной термализации лазерного излучения также представляет интерес рассмотреть некоторые особенности динамики этого процесса. В частности, важной является задача нагрева (остывания) микросфер при резком включении (выключении) излучения накачки. В рамках разработанной конечноэлементной модели были проведены расчёты нестационарных температурных полей в системе при резком включении (выключении) тепловыделения. В задаче нагрева при включении накачки начальные условия соответствовали равновесию с окружающей средой ($\Delta T = 0$), а в задаче остывания при выключении накачки в качестве начального условия использовалось стационарное решение. Во всех случаях предполагалось, что момент времени $t = 0$ соответствует резкому включению (выключению) тепловыделения мощностью P_{heat}. Пример полученных временных зависимостей ΔT_{av} и ΔT_{mode} для кварцевой микросферы радиусом $R = 100$ мкм показан для задачи включения накачки на рисунке 2.5(а), а для задачи выключения накачки – на рисунке 2.5(б). Аналогичные расчёты для задачи включения тепловыделения были проведены для теллуритных микросфер [А10], а для задачи выключения тепловыделения – для халькогенидных As_2S_3 микросфер [А12]

Из графиков характерных температур, приведённых на рисунке 2.5(а,б), видно, что установление стационарного температурного распределения для SiO_2 микросферы радиусом 100 мкм происходит за доли секунды. При этом на малых временных масштабах сразу после включения/выключения накачки (~ 0.1 мс) имеется следующая особенность: ΔT_{mode} изменяется существенно быстрее ΔT_{av}. Это объясняется тем, что за счёт конечной теплопроводности стекла при резком изменении тепловыделения в первую очередь реагирует температурное поле в области моды, и этот процесс теплообмена сравнительно быстрый из-за малых пространственных размеров МШГ [А13]. Пример эволюции пространственного распределения температуры в области моды сразу после выключения тепловыделения показан на рисунке 2.5(в–е).

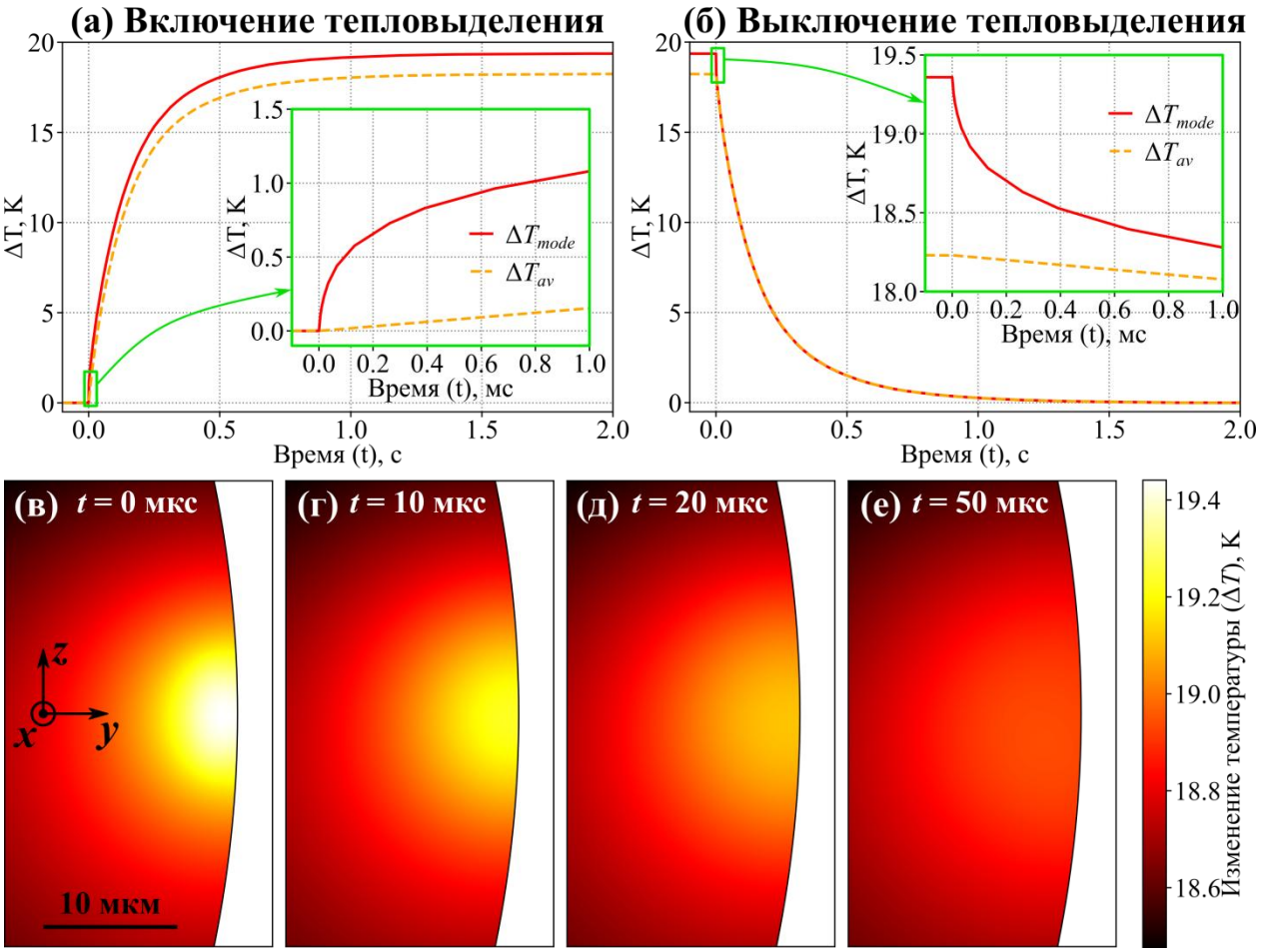


Рисунок 2.5. (а,б) Результаты расчётов в рамках конечноэлементной модели временных зависимостей характерных температур ΔT_{av} и ΔT_{mode} при резком включении (а) и выключении (б) излучения накачки в момент времени $t = 0$. На вставках показаны увеличенные области графиков вблизи нуля. (в–е) Рассчитанные пространственные распределения температуры в различные моменты времени после резкого выключения тепловыделения. Все расчёты приведены для кварцевых микросфер радиусом 100 мкм и мощности тепловыделения 1 мВт.

После быстрого перераспределения тепла в модовой области далее начинается процесс нагрева (остывания) остальной части микросферы, который происходит существенно медленнее за счёт сравнительно бóльших пространственных масштабов. Характерный временной масштаб этого процесса можно приближённо оценить аналитически, если рассмотреть задачу остывания микросферы и сделать несколько допущений. Для этого рассмотрим микросферу без поддерживающего волокна и предположим, что температурное распределение при остывании обладает сферической симметрией. Тогда уравнение теплопроводности (2.1–2.2) может быть переписано в сферических координатах (r,θ,φ), пренебрегая зависимостями от угловых координат θ и φ:

$$\frac{\rho c_p}{k_{gl}}\frac{\partial \Delta T}{\partial t} = div\ grad\ (\Delta T) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \Delta T}{\partial r}\right). \quad (2.11)$$

Граничное условие (2.3) на поверхности микросферы с учётом упрощённого выражения для коэффициента конвекции (2.9) запишется следующим образом:

$$\left.\frac{\partial \Delta T}{\partial r}\right|_{r=R} = -\frac{k_{air}}{k_{gl}R}\Delta T|_{r=R}. \quad (2.12)$$

Далее воспользуемся классическим подходом, использующим метод разделения переменных (метод Фурье), и представим искомую функцию $\Delta T(r,t)$ следующим образом [70]:

$$\Delta T(r,t) = u(r)v(t). \quad (2.13)$$

Подставим (2.13) в (2.11) и разделим обе части уравнения на $u(r)\cdot v(t)$:

$$\frac{\rho c_p}{k}\frac{1}{v(t)}\frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{r^2 u(r)}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du(r)}{dr}\right) = -\eta. \quad (2.14)$$

Так как левая часть уравнения (2.14) зависит только от времени t, а средняя часть – только от координаты r, обе части этого уравнения должны быть равны постоянной величине $-\eta$. Таким образом, уравнение (2.14) сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям на функции $u(r)$ и $v(t)$, решения которых могут быть найдены аналитически:

$$v(t) = v_{01}\,exp\left(-t\frac{k_{gl}\eta}{\rho c_p}\right) + v_{02} = v_{01}\,exp(-t/\tau_T) + v_{02}, \quad (2.15)$$

$$u(r) = \frac{u_{01}}{r}sin\sqrt{\eta}r + \frac{u_{02}}{r}cos\sqrt{\eta}r. \quad (2.16)$$

Здесь $v_{01,02}$ и $u_{01,02}$ – произвольные константы, а τ_T – искомое характерное время температурной релаксации. Так как рассматривается задача остывания микросферы, $v(t\to\infty) = 0$, откуда следует $v_{02} = 0$. Условие конечности температурного поля в центре микросферы задаёт $u_{02} = 0$. Подставляя решение (2.16) в граничное условие (2.12), можно получить уравнение на η:

$$\sqrt{\eta}R = \left(1 - \frac{k_{air}}{k_{gl}}\right)tg\ \sqrt{\eta}R. \quad (2.17)$$

Уравнение (2.17) имеет набор решений η, каждое из которых соответствует термодинамической моде (гармонике). Строго говоря, полное решение задачи может быть разложено по набору этих гармоник с различными временными и пространственными масштабами, как это было сделано, например, в работе [80] для кольцевых микрорезонаторов. Однако в настоящей задаче для простой аналитической оценки характерного времени температурной релаксации нам достаточно гармоники с наибольшими пространственными и временными масштабами, которая соответствует минимальному значению η. В этом случае уравнение (2.17) может быть ещё более упрощено с учётом $k_{air} \ll k_{gl}$:

$$\sqrt{\eta}R \approx \left(1 - \frac{k_{air}}{k_{gl}}\right)\left(\sqrt{\eta}R + \frac{\left(\sqrt{\eta}R\right)^3}{3}\right). \quad (2.18)$$

Из уравнения (2.18) можно получить приближённое решение $\eta \approx 3k_{air}/(k_{gl} \cdot R^2)$. Подставляя его в (2.15), получаем следующее выражение для характерного времени температурной релаксации τ_T:

$$\tau_T \approx \frac{\rho c_p R^2}{3k_{air}}. \quad (2.19)$$

Из выражения (2.19) видно, что характерное время температурной релаксации τ_T увеличивается пропорционально квадрату радиуса микросферы. Эта зависимость также подтверждается численными конечноэлементными расчётами в реалистичной геометрии. Рассчитанные зависимости τ_T (значения получены из аппроксимации $\Delta T_{av}(t) \propto exp(-t/\tau_T)$) от радиуса микросфер из халькогенидного As_2S_3 стекла показаны на рисунке 2.6(а) в сравнении с аналитической оценкой по формуле (2.19). Эти результаты были также опубликованы в [А12]. На рисунке 2.6(б) показаны аналогичные зависимости характерного времени температурной релаксации τ_T от радиуса микросфер, полученные из конечноэлементных расчётов для микросфер на основе всех рассматриваемых в работе стёкол.

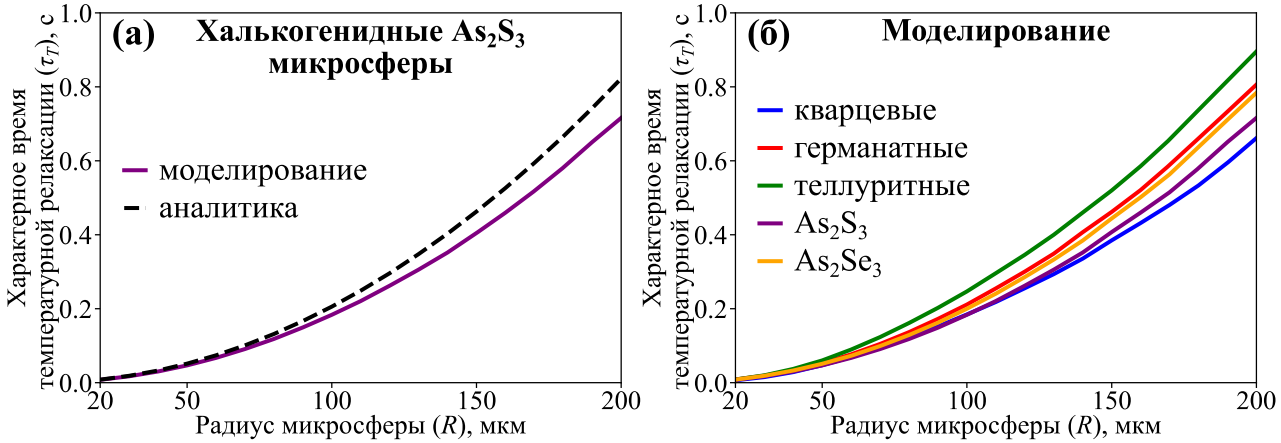


Рисунок 2.6. Результаты расчётов в рамках конечноэлементной модели характерного времени температурной релаксации τ_T в зависимости от радиуса микросферы R: (а) для микросфер из халькогенидных As_2S_3 стёкол в сравнении с аналитической оценкой по формуле (2.19), (б) – для микросфер на основе всех рассматриваемых видов стёкол.

Здесь стоит отметить, что похожие классические задачи о характерном времени температурной релаксации шара, поверхность которого поддерживается при постоянной температуре или теплоизолирована, были решены в [70] (параграф 52): в этих случаях τ_T также пропорционально R^2, но конкретные коэффициенты отличаются от выражения (2.19).

2.3. Температурные сдвиги длин волн МШГ

2.3.1. Физические основы термооптического сдвига длин волн МШГ

Как было показано в предыдущем разделе, из-за частичного поглощения излучения накачки температура микрорезонатора изменяется. Это, в свою очередь, приводит к изменению геометрии микрорезонатора за счёт эффекта теплового расширения, а также к изменению оптических свойств материала микрорезонатора. Оба этих фактора влияют на собственные частоты микрорезонаторов, что приводит к сдвигу резонансных частот. В экспериментальных условиях это очень важный эффект, так как характерные масштабы частотных сдвигов МШГ могут на несколько порядков превышать ширины резонансных линий.

Будем считать, что итоговая форма «горячего» микрорезонатора остаётся сферической. Тогда собственные частоты МШГ «горячих» микросфер могут быть найдены из характеристического уравнения (1.8), но с учётом соответствующих изменений радиуса микросферы и показателя преломления материала. Приближённо радиус «горячей» микросферы можно оценить через линейный коэффициент расширения стекла $\varepsilon = (1/L)\cdot(dL/dT)$ и усреднённое по объёму микросферы изменение температуры ΔT_{av}:

$$R = R_0 \left(1 + \int_{T = T_0}^{T = T_0 + \Delta T_{av}} \varepsilon(T)\, dT\right). \qquad (2.20)$$

Здесь R_0 – радиус микросферы при комнатной температуре $T_0 = 20$ °C, а также учтена температурная зависимость коэффициента расширения стекла. Соответствующее изменение показателя преломления за счёт термооптического эффекта (dn/dT) может быть записано аналогичным образом:

$$n = n_0(\lambda) + \int_{T = T_0}^{T = T_0 + \Delta T_{mode}} \frac{dn}{dT}(T, \lambda)\, dT. \qquad (2.21)$$

Здесь $n_0(\lambda)$ – показатель преломления стекла при комнатной температуре, вычисляемый по формуле Селлмейера (1.13), dn/dT – термооптический коэффициент стекла (абсолютное значение). В формуле (2.21) учтено, что при вычислении собственных частот микросферы основную роль играет показатель преломления стекла в области моды, поэтому в качестве эффективного изменения температуры используется ΔT_{mode} – изменение температуры, усреднённое по области моды.

Значения линейных коэффициентов расширения и термооптических коэффициентов для рассматриваемых стёкол при комнатной температуре приведены в таблице 2.2. Строго говоря, эти коэффициенты являются функциями температуры, а dn/dT – ещё и функцией длины волны излучения λ. Однако в литературе значения ε и dn/dT для рассматриваемых стёкол имеются лишь в ограниченном диапазоне параметров, что отражено в таблице 2.2, где указаны доступные диапазоны данных и ссылки на соответствующие работы.

Таблица 2.2. Линейные коэффициенты расширения и термооптические коэффициенты для рассматриваемых стёкол при комнатной температуре, а также доступные в литературе диапазоны параметров.

Стекло	Коэффициент теплового расширения ε		Термооптический коэффициент dn/dT	
	$\varepsilon(T_0)$, 10^{-6} К$^{-1}$	Доступные данные $\varepsilon(T)$	$dn/dT(T_0)$, 10^{-6} К$^{-1}$	Доступные данные $dn/dT(T,\lambda)$
Кварцевое (SiO_2) [81, 82]	0.48	$\varepsilon(T)$; 10 К $\leq T \leq$ 1000 К	8.2	$dn/dT(T,\lambda)$; 30 К $\leq T \leq$ 300 К
Германатное (GeO_2) [83, 84]	6.1	$\varepsilon(T)$; 95 К $\leq T \leq$ 720 К	16	$dn/dT = const$
Теллуритное (TWL) [77, 85]	14.2	$\varepsilon(T)$; $T \leq$ 600 К	−8	$dn/dT = const$
Халькогенидное (As_2S_3) [78, 86]	22.5	$\varepsilon(T)$; 2 К $\leq T \leq$ 373 К	3.7	$dn/dT(\lambda)$
Халькогенидное (As_2Se_3) [79, 87]	21.4	$\varepsilon = const$; 293 К $\leq T \leq$ 423 К	48.6	$dn/dT(\lambda)$

Как видно из таблицы 2.2, значения коэффициента расширения и термооптического коэффициента для рассматриваемых стёкол существенно отличаются при комнатной температуре. Так, для кварцевого стекла значение ε на порядок меньше, чем dn/dT, а у халькогенидного As_2S_3 стекла ситуация обратная – коэффициент теплового расширения на порядок превышает термооптический коэффициент. В целом, стоит отметить, что теллуритные и халькогенидные стёкла отличаются высокими значениями коэффициентов теплового расширения, а теллуритное стекло – отрицательным значением термооптического коэффициента. Необходимо подчеркнуть, что диапазон доступных в литературе данных весьма ограничен, в особенности это касается значений термооптического коэффициента dn/dT. В связи с этим, при необходимости, будут использоваться постоянные значения ε и dn/dT, соответствующие ближайшему доступному значению T (экстраполяция константой).

Другой эффект, который, строго говоря, необходимо учитывать при расчёте собственных частот «горячего» микрорезонатора – фотоупругость материала. Этот эффект заключается в появлении оптической анизотропии из-за механических напряжений, которые в рассматриваемой задаче нагрева микрорезонатора возникают из-за теплового расширения. Изменения компонент показателя преломления Δn_{ij} для изотропного материала за счёт фотоупругого эффекта могут быть выражены через тензор напряжений σ_{ij} [88]:

$$\Delta n_{ij} = -\frac{n_0^3}{2}\sum_{k,l=1}^{3}\pi_{ijkl}\sigma_{kl} + \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\rho}\cdot T. \qquad (2.22)$$

Здесь n_0 – невозмущённый показатель преломления, а π_{ijkl} – тензор пьезооптических коэффициентов материала, который часто записывают в форме матрицы 6×6, переходя от четырёхиндексным к двухиндексным обозначениям по следующему правилу: 11 → 1; 22 → 2; 33 → 3; 12,21 → 4; 13,31 → 5; 23,32 → 6. Для изотропных материалов π_{ij} имеет лишь две независимые компоненты и может быть записан в следующем виде [88]:

$$\pi_{ij} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{11}-\pi_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{11}-\pi_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{11}-\pi_{12} \end{pmatrix}. \qquad (2.23)$$

Параметры материала π_{11} и π_{12} выражаются через так называемые фотоупругие постоянные C_1 и C_2:

$$\pi_{1j} = -\frac{2}{n_0^3}C_j. \qquad (2.24)$$

Подставляя выражения (2.24) и (2.23) в (2.22), получаем следующее соотношение:

$$\Delta n_{ij} = \begin{pmatrix} C_1\sigma_{11} + C_2(\sigma_{22}+\sigma_{33}) & (C_1-C_2)(\sigma_{12}+\sigma_{21}) & (C_1-C_2)(\sigma_{13}+\sigma_{31}) \\ (C_1-C_2)(\sigma_{12}+\sigma_{21}) & C_1\sigma_{22} + C_2(\sigma_{11}+\sigma_{33}) & (C_1-C_2)(\sigma_{23}+\sigma_{32}) \\ (C_1-C_2)(\sigma_{13}+\sigma_{31}) & (C_1-C_2)(\sigma_{23}+\sigma_{32}) & C_1\sigma_{11} + C_2(\sigma_{22}+\sigma_{33}) \end{pmatrix} + \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\rho} T. \qquad (2.25)$$

Формула (2.25) описывает полное изменение компонент показателя преломления среды за счёт изменения температуры и возникающих термомеханических напряжений. В частности, усреднённые диагональные элементы матрицы в выражении (2.25) соответствуют вкладу теплового расширения в изменения показателя преломления. Соответственно, для оценки применимости упрощённой модели, использующей только значение dn/dT, необходимо вычесть из матрицы в (2.25) её усреднённые диагональные элементы и сравнить значения элементов полученной матрицы $\Delta(\Delta n_{ij})$ со значениями изменений показателя преломления стекла Δn за счёт dn/dT, вычисленными по формуле (2.21). Здесь стоит отметить, что элементы матрицы $\Delta(\Delta n_{ij})$ зависят только от разности фотоупругих постоянных $C_1 - C_2$ и значений σ_{ij}. Разумеется, чтобы провести эту оценку, необходимы значения компонент тензора механических напряжений σ_{ij}, возникающих при тепловом расширении из-за нагрева системы. В связи с этим была разработана численная конечноэлементная модель в программном пакете COMSOL, решающая комплексную задачу теплового расширения (мультифизический модуль *Thermal Expansion*, включающий в себя модули *Heat Transfer in Solids* и *Solid Mechanics*) в реалистичной геометрии с теми же параметрами термодинамической задачи, что и в подразделе 2.2.1

настоящей диссертации. Проведённые оценки для микросфер из кварцевого стекла (фотоупругие постоянные $C_1 = -4.22\cdot10^{-12}$ м^2/Н и $C_2 = -0.65\cdot10^{-12}$ м^2/Н [89]) показали, что величина $\Delta(\Delta n_{ij})/\Delta n$ мала и не превышает $5\cdot10^{-4}$ при нагреве микросфер за счёт частичной термализации излучения накачки в стационарном режиме. Аналогичные оценки для микросфер из халькогенидного As_2S_3 стекла ($C_1 - C_2 = -6\cdot10^{-12}$ м^2/Н [90]) показывают $\Delta(\Delta n_{ij})/\Delta n \le 5.5\cdot10^{-2}$, а для халькогенидного As_2Se_3 стекла ($C_1 - C_2 = -40\cdot10^{-12}$ м^2/Н [91]) эта величина не превышает $2.5\cdot10^{-2}$. Проведённые оценки показывают, что для микросфер с МШГ в рассматриваемом диапазоне параметров эффектом фотоупругости можно пренебречь и считать, что материал микрорезонатора остаётся оптически изотропным.

Таким образом для расчёта термооптического сдвига собственных частот МШГ сплошных микросфер из рассматриваемых стёкол достаточно учитывать только эффект теплового расширения и температурную зависимость показателя преломления стекла.

2.3.2. Термооптические сдвиги длин волн МШГ микросфер на основе различных стекол

Были проведены расчёты теплового сдвига частот МШГ для сплошных микросфер из различных стёкол в широком диапазоне параметров. Для этого был применён многоступенчатый подход. На первом шаге из характеристического уравнения (1.8) вычислялась «холодная» собственная частота $f_{cold} = c/\lambda_{cold}$ МШГ микрорезонатора радиуса R_0 при комнатной температуре. Затем решалась стационарная термодинамическая задача нагрева микрорезонатора за счёт частичной термализации излучения накачки с мощностью тепловыделения P_{heat} (раздел 2.2 диссертации). Далее по полученному пространственному распределению температуры рассчитывались новые параметры «горячего» микрорезонатора – изменившиеся за счёт эффекта теплового расширения радиус (формула (2.20)) и показатель преломления стекла (формула (2.21)). Собственная частота «горячего» микрорезонатора $f_{hot} = c/\lambda_{hot}$ вычислялась из решения характеристического уравнения (1.8) с соответствующими параметрами и была использована для расчёта температурного сдвига длин волн МШГ $\Delta\lambda = \lambda_{hot} - \lambda_{cold}$. При всех расчётах в данном разделе предполагалось, что площадь области тепловыделения соответствует эффективной площади фундаментальной МШГ, а её изменение за счёт вариаций температуры не учитывалось.

Результаты расчётов зависимостей $\Delta\lambda(P_{heat},R_0)$ показаны на рисунке 2.7 для микросфер из всех рассматриваемых стёкол: кварцевого, германатного, теллуритного, халькогенидного As_2S_3 и халькогенидного As_2Se_3. Расчёты были проведены для фундаментальных МШГ с $\lambda_{cold} \approx 1.55$ мкм.

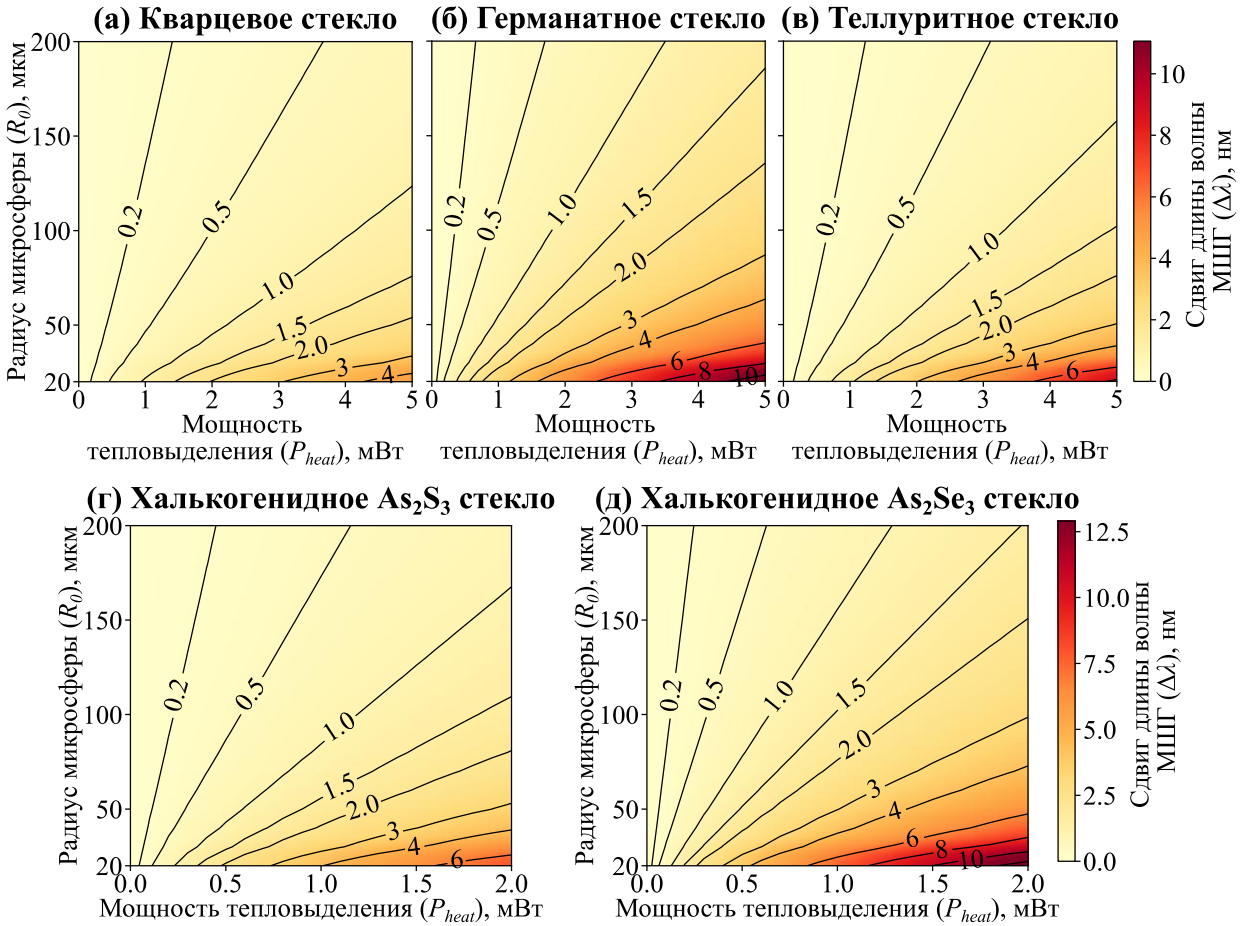


Рисунок 2.7. Результаты расчётов термооптического сдвига длин волн МШГ $\Delta\lambda = \lambda_{hot} - \lambda_{cold}$ в зависимости от мощности тепловыделения P_{heat} и радиуса микросферы при комнатной температуре R_0.

Из результатов, показанных на рисунке 2.7, видно, что для микросфер на основе всех рассматриваемых типов стёкол величина термооптического сдвига длин волн МШГ $\Delta\lambda$ положительна, что свидетельствует о смещении резонансов в длинноволновую область при нагревании. Здесь стоит особенно подчеркнуть случай микросфер из теллуритного стекла: несмотря на отрицательный знак термооптического коэффициента dn/dT (таблица 2.2), смещение частот МШГ этих микросфер при нагревании также происходит в длинноволновую область, что качественно объясняется сравнительно более сильным влиянием эффекта теплового расширения. Также необходимо отметить, что величины термооптических сдвигов для микросфер из халькогенидных As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол существенно выше, чем для микросфер из кварцевых, германатных и теллуритных стёкол, что объясняется большими значениями ε и/или dn/dT для халькогенидных стёкол по сравнению с другими рассмотренными стёклами.

Было проведено сравнение теоретических расчётов, проведённых в рамках разработанной модели, с экспериментальными данными, полученными соавторами для микросфер из теллуритного и халькогенидного As_2S_3 стёкол. На рисунке 2.8(а) показана рассчитанная зависимость величины теплового сдвига длин волн МШГ от мощности тепловыделения для теллуритной микросферы радиусом 160 мкм (пунктирной линией) в сравнении с экспериментальными данными (точками) [А10].

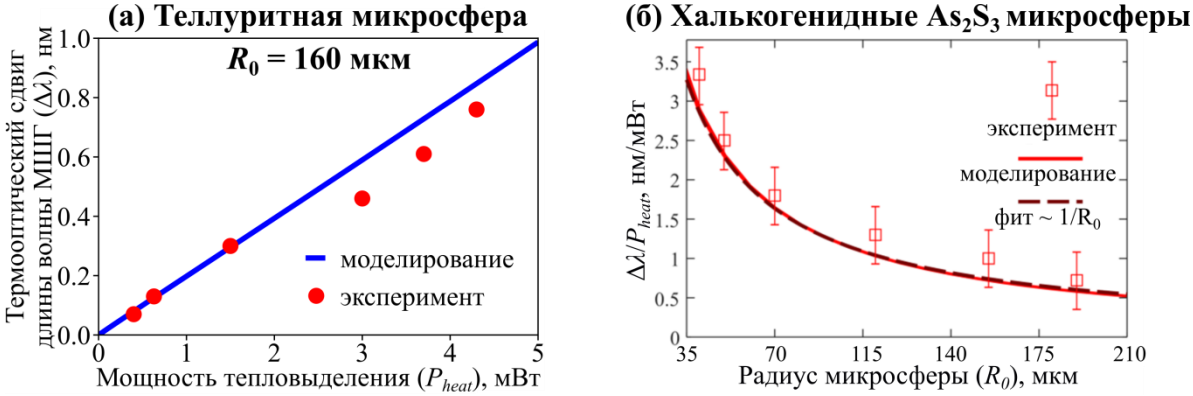


Рисунок 2.8. Сравнение теоретических расчётов (сплошными линиями) термооптического сдвига длин волн МШГ с экспериментальными данными (точками), полученными соавторами. (а) Зависимость термооптического сдвига длин волн МШГ от мощности тепловыделения P_{heat} для теллуритной микросферы радиусом R_0 = 160 мкм [А10]. (б) Зависимость $\Delta\lambda/P$ от радиуса микросферы R_0 для микросфер из халькогенидного As_2S_3 стекла [А12]; пунктиром показана аппроксимация $\propto 1/R_0$.

Как видно из рисунка 2.8(а), результаты для теллуритных микросфер хорошо согласуются с экспериментальными данными. Также стоит отметить, что зависимость термоооптического сдвига длин волн МШГ от мощности тепловыделения P_{heat} близка к линейной. Аналогичные эксперименты также были проведены соавторами для микросфер из халькогенидного As_2S_3 стекла: на рисунке 2.8(б) приведено сравнение экспериментально полученной зависимости $\Delta\lambda/P_{heat}$ от радиуса микросферы R_0 с результатами теоретических расчётов (сплошная линия) [А12]. Теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными. Здесь также стоит отметить, что полученная зависимость $\Delta\lambda/P_{heat}$ хорошо аппроксимируется кривой $\propto 1/R_0$ (пунктирная линия на рисунке 2.8(б)).

Было проверено, что тепловой сдвиг частот МШГ сплошных микросфер практически не влияет на дисперсию групповых скоростей β_2 (формула (1.15)) и величину межмодового интервала ΔF_{WGM} (формула (1.20)). Например, для микросферы из кварцевого стекла радиусом ~164 мкм ($\Delta F_{WGM} \approx 200$ ГГц, $\beta_2 \approx -10$ пс^2/км на длине волны $\lambda = 1.55$ мкм) при мощности

тепловыделения 5 мВт относительное изменение ΔF_{WGM} составляет −0.175 ГГц (< 0.09%), а вариации β_2 не превышают $2 \cdot 10^{-3}$ пс^2/км [А2]. Изменения нелинейного коэффициента γ также пренебрежимо малы (< 0.5%).

2.4. Сенсоры температуры на основе микросфер с МШГ

2.4.1. Температурная чувствительность МШГ микросфер одинакового размера

В предыдущем разделе диссертации было показано, что величины термооптических сдвигов резонансных длин волн МШГ $\Delta\lambda$ за счёт частичного поглощения излучения накачки для микросфер из рассмотренных оптических стёкол (германатного, теллуритного, халькогенидного As_2S_3 и халькогенидного As_2Se_3) существенно превышают $\Delta\lambda$ для микросфер из кварцевого стекла в аналогичных условиях. При экспериментальной реализации процессов нелинейно-оптического преобразования излучения в микрорезонаторах тепловой сдвиг частот МШГ обычно является паразитным эффектом, осложняющим процесс настройки на резонанс. Тем не менее, этот эффект может быть использован и во благо, например, для реализации высокочувствительных сенсоров температуры на основе микрорезонаторов с МШГ, чему и посвящён данный раздел.

Принципиальная схема измерений с помощью такого микросенсора представлена на рисунке 2.9(а). Предполагается, что накачка микрорезонатора осуществляется широкополосным излучением (например, с помощью источника усиленного спонтанного излучения (ASE) на основе легированного эрбием оптического волокна) с низкой мощностью, чтобы избежать действия керровской нелинейности. Это излучение заводится в микросферу с помощью тонкой волоконной перетяжки, расположенной вблизи поверхности микрорезонатора в «экваториальной» ($z = 0$) плоскости. Через установившуюся эванесцентную связь между светом в перетяжке и оптическими модами микросферы также осуществляется вывод излучения для его спектрального анализа. Резонансные частоты МШГ в спектре пропускания проявляются как провалы; при вариации внешних условий они сдвигаются, как проиллюстрировано на рисунке 2.9(б,в). По величине сдвига резонансных длин волн в дальнейшем делается вывод о количественном изменении температуры.

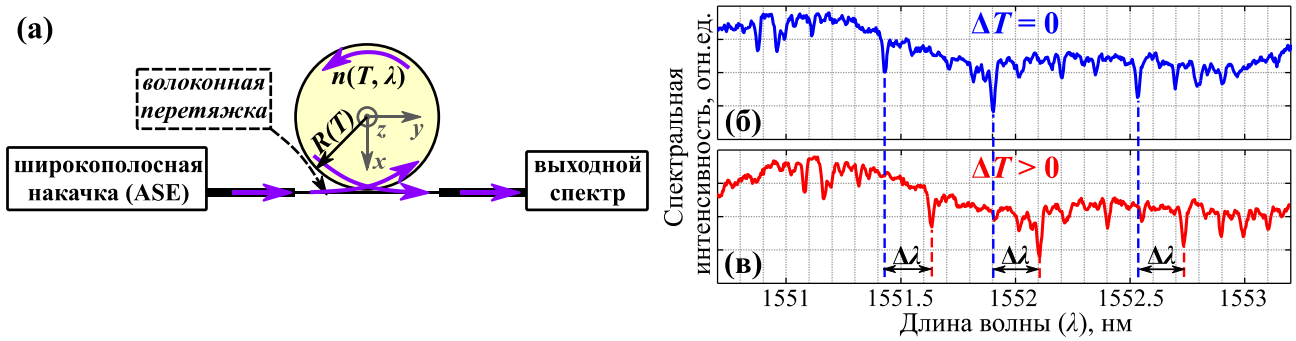


Рисунок 2.9. (а) Принципиальная схема температурного микросенсора; фиолетовыми стрелками обозначено направление распространения излучения. (б,в) Пример измерения термооптического сдвига резонансных длин волн МШГ Δλ из экспериментальных спектров [A10].

Наиболее важной характеристикой таких микросенсоров является их температурная чувствительность $d\lambda/dT$, показывающая величину сдвига резонансной длины волны при изменении температуры на один градус. Для количественных расчётов $d\lambda/dT$ была использована численная модель, разработанная в разделе 2.3 настоящей диссертации. Так как рассматривалась задача измерения температуры окружающей среды в стационарном режиме, пространственное распределение температуры в микросфере предполагалось однородным.

Были проведены серии расчётов зависимостей температурной чувствительности $d\lambda/dT$ от температуры для микрорезонаторов из рассматриваемых стекол при различных параметрах: радиус микросферы R_0 при комнатной температуре 20 мкм $\leq R_0 \leq$ 200 мкм, длина волны пробного излучения 1.0 мкм $\leq \lambda \leq$ 2.2 мкм. Вычисления производились в широком диапазоне температур (150 K $\leq T \leq$ 450 K), границы которого устанавливались дополнительно для каждого типа стёкол в соответствии с доступностью в литературе данных по свойствам стёкол (таблица 2.2). На рисунке 2.10 представлены результаты расчётов $d\lambda/dT$ в зависимости от температуры для микросенсоров радиусом R_0 = 100 мкм, изготовленных из различных материалов; графики показаны для фундаментальных мод TE поляризации, которые при конкретной температуре являются ближайшими к λ = 1.55 мкм.

Как видно из рисунка 2.10, наибольшая температурная чувствительность достигается для микросенсоров на основе халькогенидных стёкол: 57 пм/К для As_2Se_3 и 37 пм/К для As_2S_3 микросфер при комнатной температуре [A14]. Это значительно больше, чем для микросфер из обычного кварцевого стекла (9.4 пм/К) или из халькогенидного стекла другого состава ($Ge_{20}Ga_5Sb_{10}S_{65}$, 28 пм/К [68]).

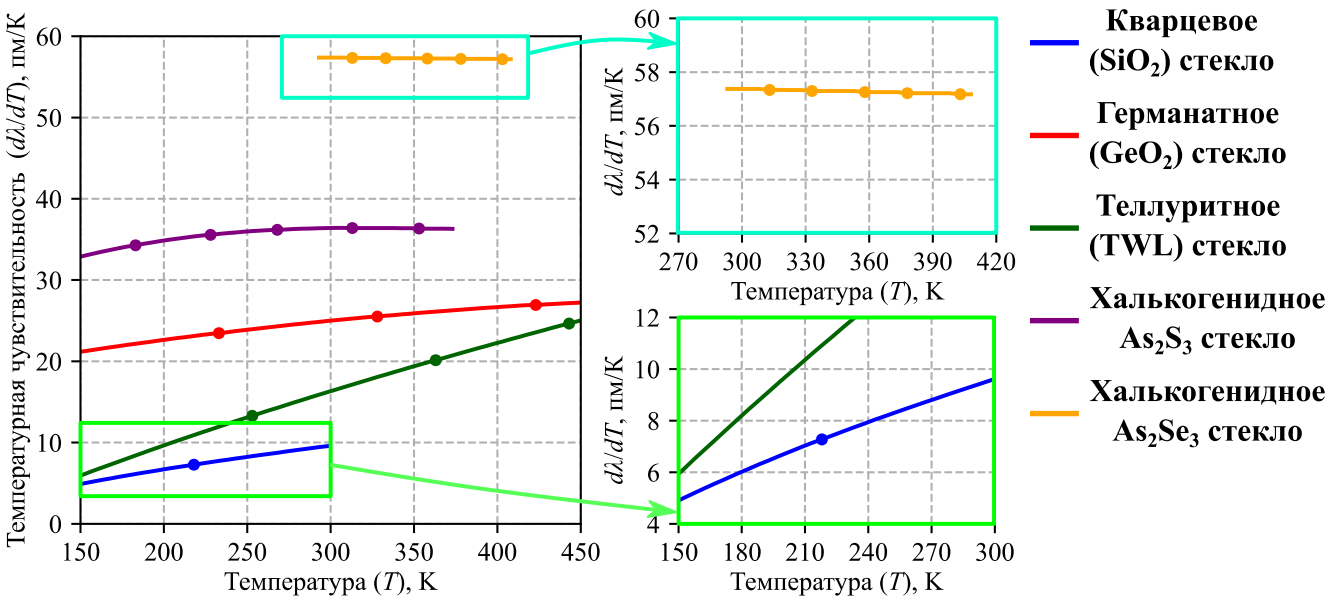


Рисунок 2.10. Результаты расчётов температурной чувствительности dλ/dT МШГ сферических микрорезонаторов из различных стёкол в зависимости от температуры. Расчёты приведены для фундаментальных TE мод, которые при конкретной температуре являются ближайшими к λ = 1.55 мкм. Точками отмечены переходы между рабочими фундаментальными модами. Радиус всех микросфер при комнатной температуре T_0 = 293 K составляет R_0 = 100 мкм.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами экспериментальных измерений, ранее известных из литературы, что свидетельствует о корректности используемой математической модели. В работе [92] авторы экспериментально измеряли температурную чувствительность микросфер из кварцевого стекла при криогенных температурах (120 К ≤ T ≤ 293 К): при T = 150 К чувствительность достигала 5.9 пм/К, при T = 200 К $d\lambda/dT$ = 7.8 пм/К, а при комнатной температуре – 10.7 пм/К. На низкотемпературной части графика на рисунке 2.10 (справа внизу) подробно показаны полученные в настоящей работе теоретические результаты расчётов чувствительности микрорезонаторов из кварцевого стекла (синяя кривая): 4.9 пм/К для T = 150 К, 6.7 пм/К для T = 200 К и 9.4 пм/К для комнатной температуры. Расчёты температурной чувствительности МШГ сплошных микросфер на основе германатного (GeO_2), теллуритного (TeO_2–WO_3–La_2O_3) и халькогенидных As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол были выполнены впервые.

Важно подчеркнуть, что результаты, представленные на рисунке 2.10, показаны только для фундаментальных TE мод идеальных микросфер одинакового радиуса. В реальном эксперименте неизбежны отклонения формы и размера микрорезонаторов от расчётных. Помимо этого, по спектральным данным обычно невозможно сделать вывод о поляризации и структуре возбуждаемых МШГ.

В связи с этим были проведены расчёты температурной чувствительности $d\lambda/dT$ для МШГ различной структуры и поляризаций. При расчётах предполагалось небольшое нарушение сферической симметрии в рамках приближения сфероидальной деформации, ранее введённого в подразделе 1.2.4 настоящей диссертации, что приводило к снятию вырождения мод по азимутальному индексу моды m в соответствии с выражением (1.38). Так как при возбуждении МШГ коэффициент связи пропорционален интегралу перекрытия полей мод волоконной перетяжки и микросферы, наиболее эффективно будут возбуждаться МШГ, преимущественно локализованные в «экваториальной» плоскости микросферы ($z = 0$). В связи с этим рассматривались только МШГ с небольшим количеством вариаций поля в радиальном и «меридиональном» направлениях с индексами $q \leq 10$, $l - |m| \leq 10$. При расчётах было получено, что для достижения относительных отклонений температурной чувствительности менее 0.1% для МШГ различной структуры и поляризации необходимо, чтобы параметр деформации $\eta = (R_z - R_z)/R_0$ для микросфер радиусом $R_0 = 100$ мкм не превышал 0.03 для микрорезонаторов из кварцевого стекла и 0.06 – для микрорезонаторов из As_2Se_3 стекла. Полученные результаты показывают высокую степень устойчивости микросенсоров предложенного дизайна к несовершенству изготовления, что является важным качеством для практического применения.

Помимо измерений в телекоммуникационном диапазоне на длине волны $\lambda \approx 1.55$ мкм, также могут представлять практический интерес измерения вблизи других длин волн, например, около 1 мкм и 2 мкм, где доступны дешёвые широкополосные Yb и Tm волоконные лазерные источники, соответственно. Поэтому также был исследован вопрос зависимости температурной чувствительности от длины волны пробного излучения λ. Результаты расчётов для микросфер радиусом $R_0 = 100$ мкм приведены на рисунке 2.11. Как видно из представленных данных, $d\lambda/dT$ микросенсора растёт с увеличением λ. Микросферы из халькогенидных As_2S_3 и As_2Se_3 стёкол здесь также представляют особенный интерес из-за их высокой температурной чувствительности.

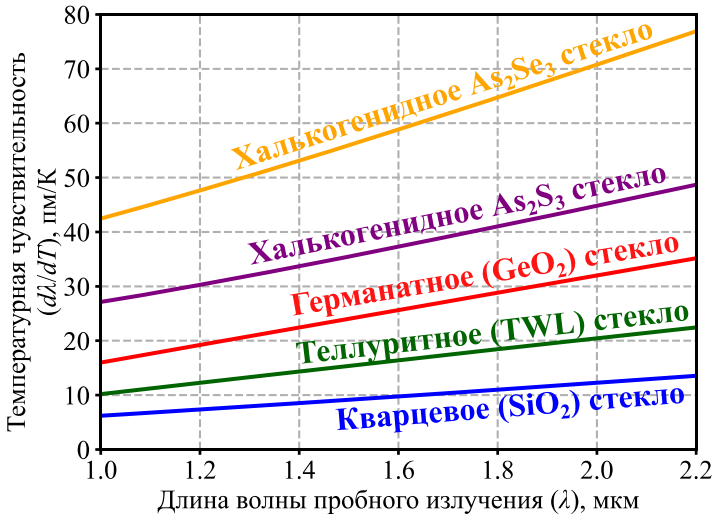


Рисунок 2.11. Температурная чувствительность МШГ как функция длины волны пробного излучения. Расчёты приведены для комнатной температуры $T_0 = 293$ K, радиус микросфер $R_0 = 100$ мкм.

2.4.2. Температурная чувствительность МШГ микросфер различного размера

Далее были проведены расчёты температурной чувствительности для микросфер различного радиуса R_0: 20 мкм $\leq R_0 \leq$ 200 мкм. На рисунке 2.12 представлены результаты соответствующих расчётов для микросфер из рассмотренных оптических стёкол; данные показаны только для фундаментальных TE мод в силу причин, оговоренных в предыдущем подразделе диссертации. Здесь стоит подчеркнуть, что температурная чувствительность $d\lambda/dT$ практически не зависит от радиуса микросфер: относительные вариации составляют не более 1% в рассматриваемом диапазоне параметров.

Была также подробно исследована температурная чувствительность МШГ с разной структурой и поляризацией для микрорезонаторов различного размера. Получено, что $d\lambda/dT$ практически не зависит от этих параметров: в рассматриваемом диапазоне радиусов микросфер максимальный разброс значений $d\lambda/dT$ для МШГ с $1 \leq q \leq 10$ составляет 5% и достигается для SiO_2 микросенсоров радиусом 20 мкм. При увеличении R_0 разброс температурной чувствительности $d\lambda/dT$ для различных мод значительно уменьшается, и уже при $R_0 \geq 50$ мкм вариации не превышает 1% для кварцевых и 0.2% для теллуритных и халькогенидных микросфер. Подробно это проиллюстрировано на рисунке 2.13.

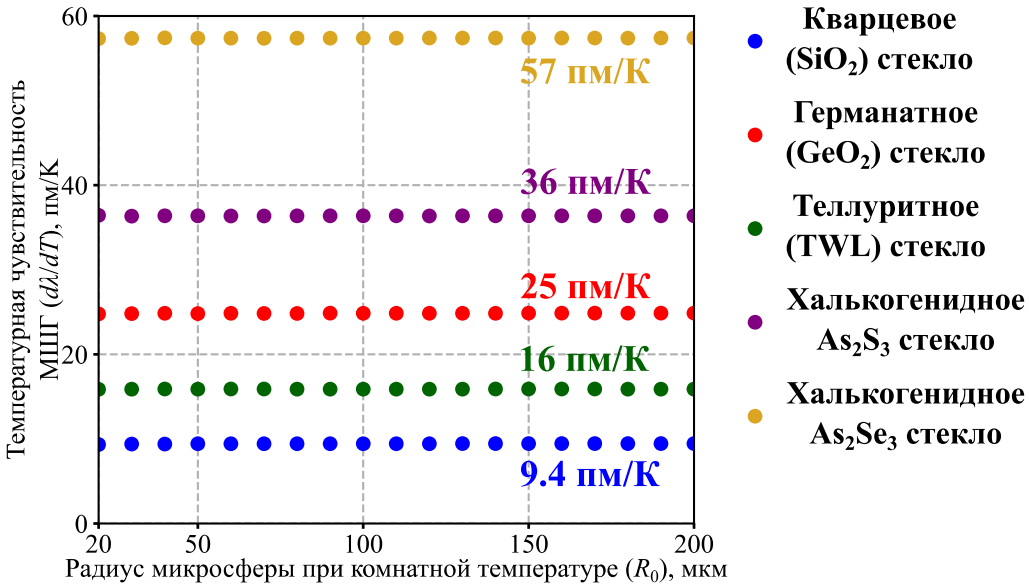


Рисунок 2.12. Результаты расчёта температурной чувствительности МШГ dλ/dT как функции радиуса микросфер при комнатной температуре. Расчёты приведены для фундаментальных (q = 1) TE мод, ближайших к λ = 1.55 мкм.

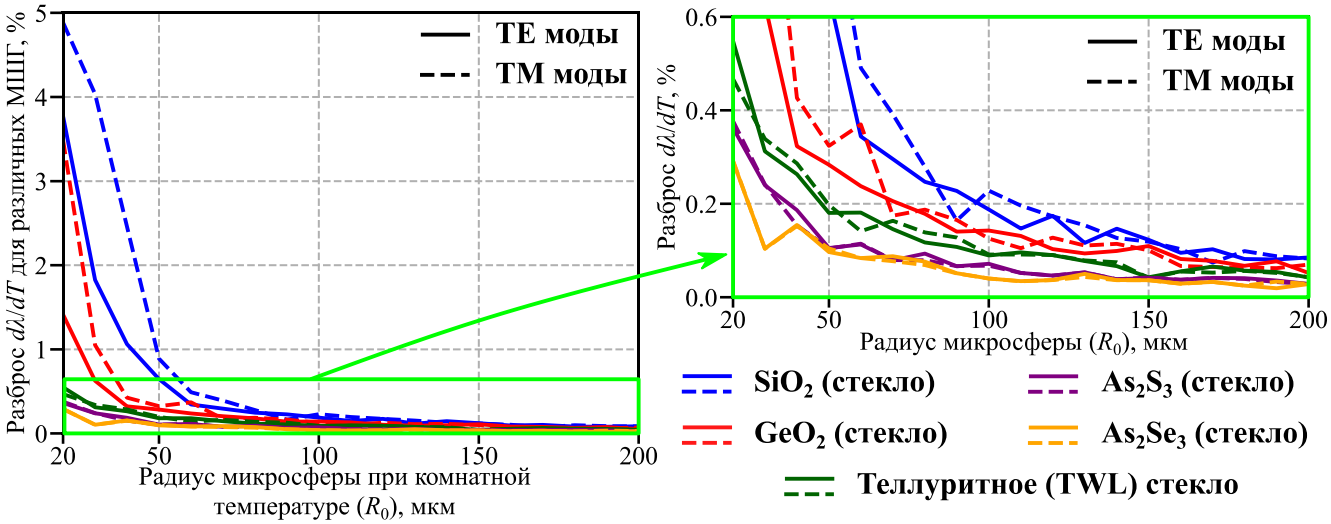


Рисунок 2.13. Рассчитанный разброс температурной чувствительности dλ/dT для МШГ с радиальными индексами $1 \le q \le 10$ в зависимости от радиуса микросферы R_0 для мод TE (сплошными линиями) и TM (штриховыми линиями) поляризаций и различных стёкол (цветом). Расчёты приведены для $T = T_0 = 293$ K, $\lambda = 1.55$ мкм.

Как уже было упомянуто ранее, очень слабая зависимость температурной чувствительности от структуры конкретной МШГ – критически важное качество рассматриваемых микросенсоров. Расчёты также показали, что $d\lambda/dT$ практически не зависит от размера микросферы (это также было подтверждено экспериментально для кварцевых микросфер в работе [92]), что серьёзно упрощает требования к изготовлению таких

температурных сенсоров. Вкупе с достаточно мягкими условиями на несовершенства сферической формы микрорезонаторов (подраздел 2.4.2), все эти свойства подчёркивают высокую практичность микросенсоров предлагаемого дизайна.

Слабую зависимость температурной чувствительности микросенсора от радиуса микросферы, индексов МШГ и поляризации можно объяснить, воспользовавшись приближённым условием резонанса в терминах эффективного показателя преломления моды n_{eff}:

$$l \cdot \lambda \approx 2\pi \cdot R(T) \cdot n_{eff}. \quad (2.26)$$

Здесь l – полярный индекс МШГ. Исходя из этого выражения, малому изменению температуры dT будет соответствовать некое изменение резонансной длины волны $d\lambda$. Так как измерения $d\lambda$ происходят для одной и той же моды, $l = const$. Принимая во внимание температурные зависимости радиуса микросферы (2.20) и показателя преломления стекла (2.21), получим выражение для $d\lambda$ при малой вариации температуры dT:

$$d\lambda = \frac{2\pi}{m}\left(n_{eff} \cdot dR + R(T) \cdot dn(T)\right), \quad (2.27)$$

$$d\lambda \approx \lambda\left(\varepsilon(T) + \frac{1}{n_{eff}} \cdot \frac{dn}{dT}(T, \lambda)\right) \cdot dT. \quad (2.28)$$

Если иметь в виду, что эффективный показатель преломления n_{eff} – достаточно слабая функция радиуса микросферы, индексов моды и длины волны, то из выражения (2.28) напрямую следует, что температурная чувствительность $d\lambda/dT$ практически не должна зависеть от этих параметров. Этот факт очень удобен для создания температурных сенсоров, основанных на эффекте теплового сдвига частот МШГ в оптических микрорезонаторах. Однако следует подчеркнуть, что выражение (2.26) написано в приближении геометрической оптики, предполагающем, что свет циркулирует по окружности микросферы, и при уменьшении размеров резонатора оно становится менее точным. Этим объясняется увеличение разброса значений $d\lambda/dT$ для различных мод при уменьшении радиуса микросферы. Также формула (2.28) хорошо согласуется с тем, что расчётные зависимости температурной чувствительности от длины волны излучения близки к линейным, как показано на рисунке 2.11.

Стоит отметить, что рассмотренные халькогенидные волокна коммерчески доступны (фирма SCHOTT производит волокно из халькогенидного As_2S_3 стекла под маркой “IRG-27”, а волокно из As_2Se_3 стекла – под маркой “IRG-26”), а методы изготовления микросфер на их основе хорошо отработаны и относительно просты [A12]. Вкупе с минимальными требованиями к размерам и форме микрорезонаторов, микросенсоры предложенного дизайна могут стать относительно дешёвым надёжным прибором для высокоточного локального измерения температуры. Важно подчеркнуть, что добротность микросфер также не влияет на величину $d\lambda/dT$ (добротность определяет только ширину резонансного провала, а не положение

его центра). В рассмотренной схеме минимальный сдвиг резонансных длин волн, определяющий минимально измеряемое изменение температуры, определяется разрешением оптического анализатора спектра и может составлять ~0.01 нм. Для достижения более высокого разрешения также можно использовать узкополосный частотно-перестраиваемый непрерывный лазер накачки в режиме сканирования частоты, а для диагностики выходного излучения – фотодетектор и осциллограф, что потенциально позволяет на несколько порядков повысить точность температурных измерений.

2.5. Термооптическое включение/выключение рамановских процессов с использованием вспомогательных лазерных диодов

Как уже упоминалось, типичные термооптические сдвиги собственных частот микрорезонаторов, вызванные частичной термализацией излучения накачки, весьма существенны (~10…100 ГГц) и обычно на несколько порядков превышают ширины резонансных линий (~0.01…1 ГГц). Этот факт усложняет настройку на резонанс в реальных экспериментальных условиях, так как резонансные частоты «холодного» микрорезонатора и микрорезонатора под нагрузкой существенно отличаются. В связи с этим существуют разнообразные активные и пассивные методы для запуска процессов нелинейно-оптического преобразования излучения в микрорезонаторах [26]. В частности, один из методов заключается в сканировании длины волны излучения накачки λ_p в длинноволновом направлении, что позволяет подойти к резонансной длине волны λ_0 с коротковолновой стороны ($\lambda_p \lesssim \lambda_0$, применимо при $\Delta\lambda_0 > 0$). В этом случае при малых вариациях $\delta\lambda_0 < 0$ отстройка Δ между излучением накачки и модой резонатора уменьшится, что приведёт к росту внутрирезонаторной мощности P. Увеличение P, в свою очередь, приведёт к росту тепловыделения в микрорезонаторе, повышению его температуры и, следовательно, термооптическому сдвигу λ_0 в длинноволновую сторону, который скомпенсирует изначальную флуктуацию $\delta\lambda_0$. Аналогично, малые изменения $\delta\lambda_0 > 0$ приведут к увеличению Δ, уменьшению P и тепловыделения в резонаторе и последующему уменьшению λ_0. Эти рассуждения свидетельствуют об устойчивости системы при настройке на резонанс за счёт сканирования с увеличением λ_p. Напротив, при попытках настроиться на резонанс при сканировании с уменьшением λ_p, малые вариации λ_0 будут усиливаться, что приведёт к выходу из резонансного состояния. В литературе этот эффект иногда называют эффектом затягивания мод (англ. *mode pulling*).

Описанный выше метод настройки на резонанс требует использования в качестве источника лазера с перестраиваемой длиной волны излучения λ_p. Однако на основе похожих принципов можно реализовать схему настройки на резонанс без использования

перестраиваемого лазера накачки за счёт реализации внешнего термооптического управления резонансной длиной волны λ_0, что может быть сделано, например, за счёт термализации в микросфере излучения вспомогательного лазерного диода регулируемой мощности P_{aux}. Здесь стоит отметить, что для достижения указанного эффекта в окрестности резонанса необходимо выполнение условия $\lambda_p \lesssim \lambda_0$; таким образом, настройка на резонанс должна происходить с уменьшением λ_0. В настоящей работе на основе этой идеи был предложен метод управления рамановскими процессами в микросферах из теллуритного и кварцевого стёкол.

Начнём с рассмотрения задачи термооптического включения/выключения непрерывной рамановской генерации в теллуритной микросфере [A15]. Принципиальная схема системы показана на рисунке 2.14(а).

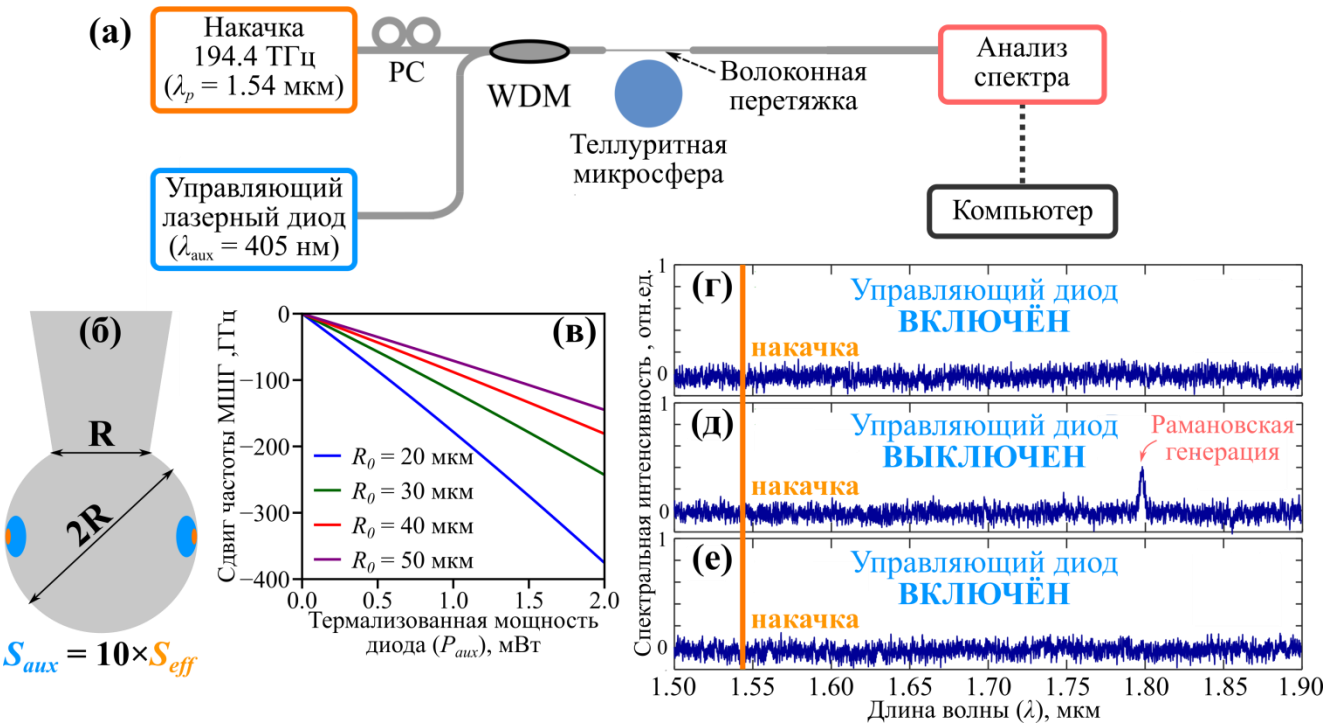


Рисунок 2.14. Термооптическое включение/выключение непрерывной рамановской генерации в микросфере из теллуритного стекла. (а) Упрощённая схема эксперимента, проведённого соавторами [A15] (PC – контроллер поляризации, WDM – мультиплексор). (б) Схематичное изображение теллуритной микросферы и областей тепловыделения за счёт термализации излучения управляющего диода (голубым цветом) и излучения накачки (оранжевым цветом). (в) Теоретически рассчитанные зависимости термооптических сдвигов частоты МШГ от мощности тепловыделения управляющего диода P_{aux} для микросфер различного радиуса. (г–е) Экспериментальные спектры, демонстрирующие выключение (г,д) и включение (д,е) непрерывной рамановской генерации за счёт включения/выключения управляющего диода при P_p = const, λ_p = const.

Так как теллуритное стекло отличается низкой прозрачностью в ближнем УФ-диапазоне [93], в качестве управляющего излучения можно использовать дешёвый лазерный диод с длиной волны излучения λ_{aux} = 405 нм, излучение которого заводится в микрорезонатор через ту же волоконную перетяжку, что и излучение узкополосного лазера накачки с частотой 194.4 ТГц.

Для расчёта термооптического сдвига частот МШГ в такой модели разработанный в разделах 2.2 и 2.3 настоящей диссертации подход был несколько модифицирован с учётом того, что тепловыделение происходит не только за счёт частичной термализации накачки в области моды, но и за счёт термализации излучения управляющего диода. Предполагалось, что нагрев мощностью P_{aux} происходит в околоэкваториальной области с площадью поперечного сечения $S_{aux} = 10 \cdot S_{eff}$, выделенной голубым цветом на рисунке 2.14(б). Это объясняется тем, что термализация излучения управляющего диода происходит не только в фундаментальной МШГ, но и в других модах с большими эффективными площадями. Было проверено, что результаты слабо зависят от конкретной величины S_{aux}; в частности, при $S_{aux} = 50 \cdot S_{eff}$ величина теплового сдвига частот МШГ отличается всего на 0.7% от рассмотренного здесь случая $S_{aux} = 10 \cdot S_{eff}$. Результаты расчётов термооптических сдвигов частоты в зависимости от мощности управляющего диода приведены на рисунке 2.14(в); видно, что зависимости близки к линейным, как и в случае нагрева за счёт частичной термализации накачки.

Таким образом, собственной частотой моды можно эффективно управлять, варьируя мощность управляющего диода. Эта схема была использована в эксперименте, проведённом соавторами, для включения и выключения непрерывной рамановской генерации в теллуритных микросферах радиусом 20…40 мкм в условиях накачки постоянной мощности $P_p = const$ с постоянной длины волны излучения $\lambda_p = const$. Как уже обсуждалось, для достижения эффекта затягивания мод, обеспечивающего устойчивость системы при настройке на резонанс, подход к резонансному состоянию $\lambda_p \lesssim \lambda_0$ должен выполняться за счёт уменьшения λ_0 и, соответственно, уменьшения P_{aux}. Для этого в экспериментальных условиях в начальном состоянии управляющий диод был включён (оценка мощности нагрева за счёт поглощения излучения управляющего диода $P_{aux} \approx 1$ мВт). В этом случае резонансная длина волны МШГ «горячего» микрорезонатора λ_0 существенно превышает λ_p и рамановская генерация не происходит из-за малости внутрирезонаторной мощности P (экспериментальный спектр показан на рисунке 2.14(г)). При выключении управляющего диода λ_0 начинает уменьшаться, и по достижении окрестности резонанса $\lambda_p \lesssim \lambda_0$, внутрирезонаторная мощность P растёт, что приводит к непрерывной рамановской генерации с частотным сдвигом 27.5 ТГц ($\lambda \approx 1.8$ мкм), как проиллюстрировано на рисунке 2.14(д) [А15]. Важно подчеркнуть, что за счёт использования эффекта затягивания мод при $\lambda_p \lesssim \lambda_0$ рамановская генерация будет стабильной. Дальнейшее

выключение рамановской генерации и выход из резонанса могут быть осуществлены за счёт включения управляющего диода, что приведёт систему в начальное состояние, как проиллюстрировано на экспериментальном спектре, приведённом на рисунке 2.14(е). Таким образом, был продемонстрирован простой и дешёвый способ организации термооптического включения/выключения непрерывной рамановской генерации в микросфере из теллуритного стекла [А15].

На основе того же принципа – термализации излучения управляющего диода для внешнего управления длиной волны λ_0 МШГ «горячей» микросферы – было также предложено и рассмотрено тепловое управление рамановскими процессами в микросфере из кварцевого стекла радиусом 90 мкм при накачке на длине волны λ_p = 1.46 мкм = *const* [А16]. Управление λ_0 позволяет контролировать частотную отстройку между излучением накачки и модой резонатора, величина которой качественно влияет на режимы рамановской генерации. Принципиальная схема эксперимента, проведённого соавторами, показана на рисунке 2.15(а). В качестве управляющего излучения использовалось излучение лазерного диода с длиной волны λ_{aux} = 980 нм. Так как кварцевое стекло прозрачно в ближнем ИК-диапазоне, для эффективного нагрева микрорезонатора управляющим диодом на «приполярную» область микросферы ($\theta \approx 0$) было нанесено специальное поглощающее покрытие, состоящее из смеси порошка графита и TiO_2 в силиконовой смазке. Так как покрытие нанесено в области вдали от МШГ, оно не влияет на добротность мод [А16]. Материал покрытия был выбран за счёт высокого поглощения графитового порошка в ближнем ИК-диапазоне и высокой теплопроводности TiO_2 в силиконовой смазке.

Для расчёта термооптического сдвига собственных частот МШГ разработанные ранее численные модели, описанные в разделах 2.2 и 2.3 настоящей диссертации, были модифицированы с учётом особенностей термодинамической задачи в рассматриваемой системе. Как и ранее, предполагалось, что тепловыделение мощностью P_{heat}, обусловленное частичным поглощением излучения накачки, происходит в околоэкваториальной области с площадью поперечного сечения S_{eff}. Нагрев за счёт термализации излучения управляющего диода в поглощающем покрытии моделировалось за счёт введения граничного условия постоянной температуры $T_{ext} = T_0 + \Delta T_{ext}$ в области радиусом 20 мкм вблизи одного из «полюсов» микросферы, что объясняется высокой теплопроводностью нанесённого покрытия. Пример рассчитанного пространственного распределений температуры в функционализированной микросфере при относительной температуре покрытия ΔT_{ext} = 100 К и отсутствия тепловыделения в моде P_{heat} = 0 мВт приведён на рисунке 2.15(б), а при ΔT_{ext} = 100 К и P_{heat} = 2 мВт – на рисунке 2.15(в).

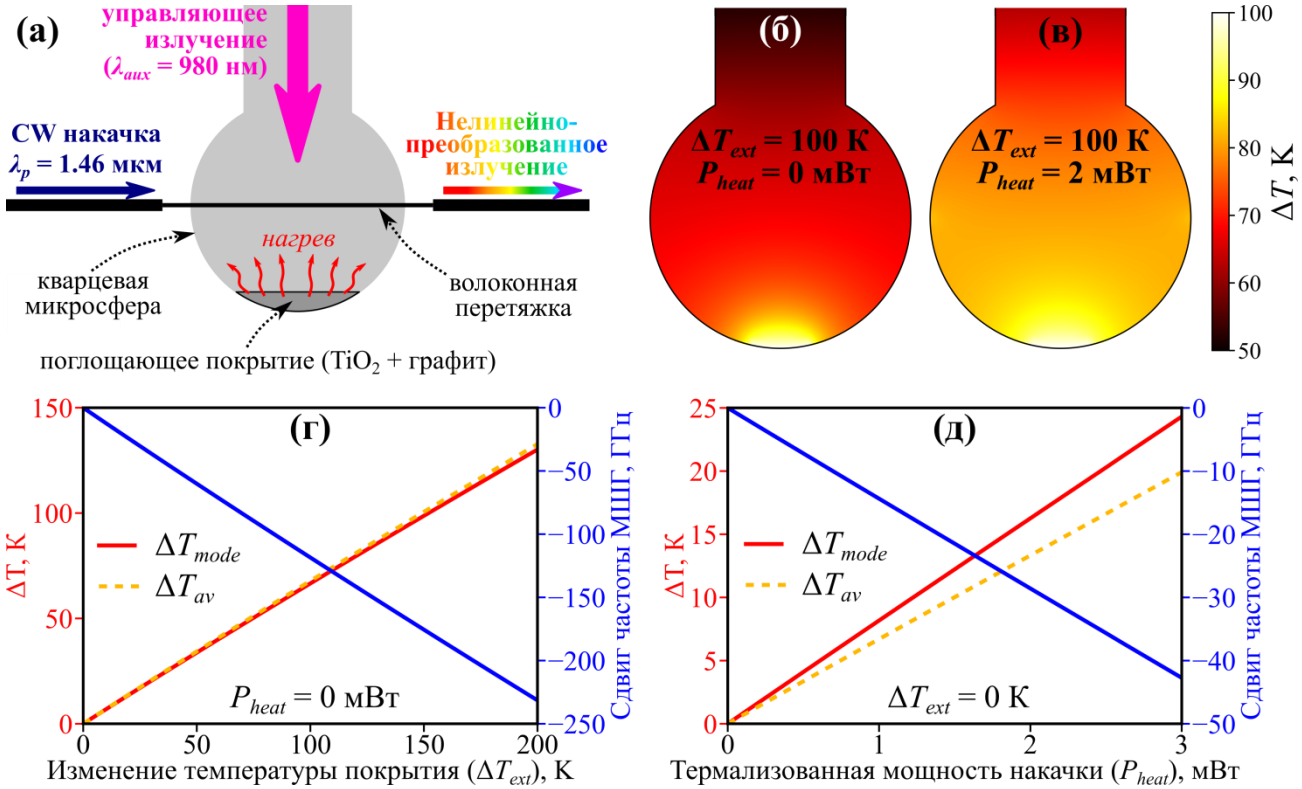


Рисунок 2.15. (а) Принципиальная схема термооптического управления рамановскими процессами в функционализированной кварцевой микросфере [А16]. (б,в) Рассчитанные пространственные распределения температуры при ΔT_{ext} = 100 К и мощности тепловыделения за счёт частичной термализации накачки P_{heat} = 0 мВт (б) и P_{heat} = 2 мВт (в). (г,д) Зависимости усреднённых температур ΔT_{av} и ΔT_{mode} (красным и оранжевым цветами, шкала слева), а также термооптического сдвига частоты МШГ (синим цветом, шкала справа) от ΔT_{ext} (г) и P_{heat} (д).

Были проведены серии расчётов стационарного распределения температуры при различных относительных температурах покрытия ΔT_{ext} и мощностях тепловыделения в моде P_{heat}. Получено, что совокупное влияние ΔT_{ext} и P_{heat} на температурное поле близко к аддитивному (отличия не превышают 2%):

$$\Delta T(\vec{r}, \Delta T_{ext}, P_{heat}) \approx \Delta T(\vec{r}, \Delta T_{ext} = 0\ \text{К}, P_{heat}) + \Delta T(\vec{r}, \Delta T_{ext}, P_{heat} = 0\ \text{мВт}). \quad (2.29)$$

Рассчитанные зависимости среднего по объёму микросферы изменения температуры ΔT_{av} и среднего по объёму моды изменения температуры ΔT_{mode} от величины ΔT_{ext} при P_{heat} = 0 мВт приведены на рисунке 2.15(г), а от величины P_{heat} при ΔT_{ext} = 0 К – на рисунке 2.15(д) (красным цветом, шкала слева). На рисунках 2.15(г,д) также приведены рассчитанные значения термооптических сдвигов частоты МШГ (синие кривые, шкала справа). Видно, что достижимые значения термооптических сдвигов частоты в такой системе весьма существенны, что позволяет эффективно управлять собственной частотой резонатора.

За счёт варьирования мощности управляющего диода P_{aux} можно изменять тепловыделение в покрытии, что позволяет контролировать термооптический сдвиг частоты моды и, следовательно, частотную отстройку между излучением накачки и частотой МШГ. Как и в случае с термооптическим управлением непрерывной рамановской генерацией в теллуритных микросферах, для достижения устойчивого резонансного состояния необходимо термооптически подводить длину волны МШГ λ_0 к резонансу с длинноволновой стороны $\lambda_p \lesssim \lambda_0$. В связи с этим в начальном состоянии мощность управляющего диода P_{aux} максимальна, λ_0 значительно превышает λ_p и резонанс не достигается. Далее при последовательном уменьшении P_{aux} происходит уменьшение безразмерной частотной отстройки Δ между излучением накачки и частотой моды, что в рассматриваемой системе может приводить к затягиванию мод и рамановской генерации в различных режимах. В частности, в эксперименте, проведённом соавторами, в этой системе при последовательном уменьшении мощности управляющего диода был продемонстрирован переход от генерации рамановских солитонов различной спектральной ширины (рисунок 2.16(а,в)) к многомодовой (рисунок 2.16(д)) и одномодовой (рисунок 2.16(ж)) рамановской генерации (при выключении управляющего диода). В качестве накачки использовался узкополосный лазерный диод, длина волны и мощность которого были неизменны в течение всего эксперимента.

Численные расчёты нелинейно-оптических процессов в этой системе, проведённые соавторами, подтвердили, что такое разнообразие рамановских процессов преобразования излучения в рассматриваемой системе обусловлено вариациями безразмерной частотной отстройки Δ; примеры теоретически рассчитанных спектров показаны на рисунке 2.16(б,г,е,з) [А16]. Именно управление Δ, реализованное за счёт термооптического сдвига частот МШГ, вызванного частичным поглощением излучения управляющего диода в поглощающем покрытии, позволяет контролировать и управлять рамановскими процессами преобразования излучения накачки.

Также необходимо отметить, что в этой системе при выборе другой рабочей моды с помощью той же методики было осуществлено термооптическое включение/выключение рамановских “паттернов Тьюринга”, о которых упоминалось в подразделе 1.2.4 настоящей диссертации [А6].

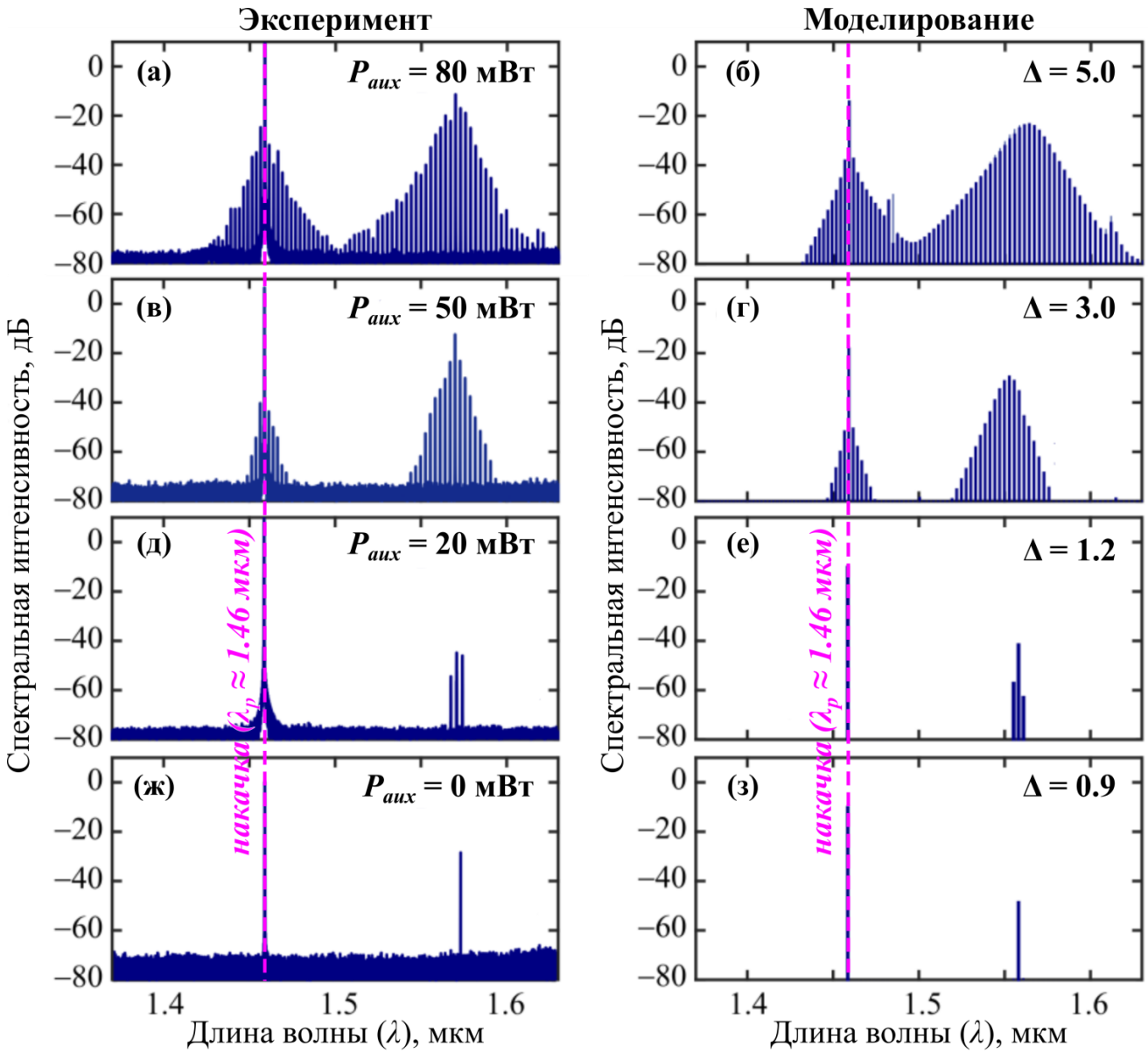


Рисунок 2.16. Термооптическое управление рамановскими процессами в функционализированной кварцевой микросфере радиусом 90 мкм: полученные соавторами экспериментальные (слева) и расчётные (справа) спектры выходного излучения [A16]. Мощность управляющего диода $P_{аих}$ (слева) и безразмерная частотная отстройка Δ между излучением накачки и МШГ (справа) последовательно уменьшаются от верхней строки к нижней. Вертикальной пунктирной линией розового цвета показана постоянная длина волны излучения накачки λ_p = 1.46 мкм.

2.6. Заключение к главе 2

Разработана гибридная численная модель для расчёта термооптических сдвигов длин волн $\Delta\lambda$ МШГ микрорезонаторов в виде сплошных микросфер. Модель состоит из двух частей:

решения термодинамической задачи нагрева микрорезонатора за счёт частичного поглощения излучения накачки методом конечных элементов и последующего расчёта $\Delta\lambda$ с учётом эффекта теплового расширения и температурной зависимости показателя преломления стекла. Разработанный подход позволяет учитывать неоднородность тепловыделения в системе и реалистичную геометрию системы, приближенную к типичной экспериментальной геометрии. Проведён теоретический анализ температурных распределений для микросфер на основе кварцевого (SiO_2), германатного (GeO_2), теллуритного (TeO_2–La_2O_3–WO_3, TWL), халькогенидного As_2S_3 и халькогенидного As_2Se_3 стёкол для микросфер различного радиуса при различных мощностях нагрева. Проведены оценки допустимых размеров микрорезонаторов при различных мощностях тепловыделения для микросфер из теллуритного и халькогенидных стёкол с учётом их невысоких температур стеклования. При мощности тепловыделения до 5 мВт рекомендуется использовать теллуритные микросферы радиусом не менее 30 мкм, и халькогенидные микросферы радиусом не менее 70 мкм, а при мощности тепловыделения до 2 мВт – халькогенидные микросферы радиусом не менее 30 мкм. Результаты расчётов тепловых сдвигов длин волн МШГ для теллуритных и халькогенидных As_2S_3 микросфер согласуются с экспериментальными данными, полученными соавторами.

Рассмотрена возможность использования сплошных микросфер с МШГ на основе рассматриваемых стёкол в качестве высокочувствительных сенсоров температуры. В результате сравнительного анализа температурной чувствительности длин волн МШГ ($d\lambda/dT$) показано, что наибольшее значение $d\lambda/dT$ = 57 пм/К на длине волны 1.55 мкм достигается для микросфер из стекла As_2Se_3, что в шесть раз выше значения для кварцевых микросфер, равного 9.4 пм/К, в то время как температурные чувствительности для микросфер из стекол As_2S_3, GeO_2, и TWL составляют 36 пм/К, 25 пм/К и 16 пм/К соответственно. Продемонстрировано, что чувствительность рассмотренных микросенсоров практически не зависит от добротности микросферы и ее размера (при радиусах микросфер более 30 мкм), малых отклонений формы от сферической и выбора рабочей моды. Исследования температурной чувствительности МШГ микросфер из германатного, теллуритного и халькогенидных As_2S_3 и As_2Se_3 стекол выполнены впервые.

Предложен способ, позволяющий с использованием вспомогательного лазерного диода включать/выключать непрерывную рамановскую генерацию в теллуритной микросфере, а также генерацию рамановских солитонов с контролируемой шириной спектра и рамановских “паттернов Тьюринга” в функционализированной кварцевой микросфере со специально нанесенным поглощающим покрытием вблизи ее полюса (вдали от рабочей МШГ). Разработанная гибридная численная модель для расчёта $\Delta\lambda$ была модифицирована для учёта термализации излучения управляющего диода. В результате выполненного численного

моделирования найдены отстройки МШГ относительно постоянной частоты узкополосной накачки, влияющие на динамику упомянутых рамановских процессов.

Глава 3.
Мультистабильные состояния света в двух связанных микрорезонаторах с термооптической нелинейностью

3.1. Введение

Одной из актуальных тенденций в оптике микрорезонаторов является переход от одиночных микрорезонаторов к системам из нескольких связанных микрорезонаторов. Появление дополнительных степеней свободы в системе может привести к обнаружению новых интересных эффектов и значительно расширить её функциональность. Например, в системах из нескольких связанных микрорезонаторов ранее была продемонстрирована генерация оптических гребёнок в новых режимах [23–25] и эффекты нарушения симметрии «чётность-время» [94, 95]. Помимо этого, на основе систем из нескольких связанных микрорезонаторов были предложены концепции фотонных устройств (в частности, оптических фильтров, переключателей и сенсоров) с улучшенными характеристиками по сравнению с аналогичными устройствами на основе одиночных микрорезонаторов [96–100].

Как уже упоминалось, термооптические эффекты играют важную роль при рассмотрении одиночных микрорезонаторов. При этом для систем из нескольких связанных микрорезонаторов имеющиеся в литературе данные по нелинейным термооптическим эффектам весьма ограничены [101–104]. Также необходимо подчеркнуть, что большинство имеющихся исследований посвящено изучению случая связанных микрорезонаторов с идентичными парциальными частотами, в то время как в реальных экспериментальных условиях обычно всегда присутствует малая отстройка между взаимодействующими парциальными модами [105], что делает рассмотрение этого случая более важным с практической точки зрения.

В данной главе проводится детальный теоретический анализ нелинейного поведения системы из двух связанных микрорезонаторов с учетом термооптической нелинейности, исследование устойчивости стационарных состояний и нетривиальных гистерезисных переключений между ними при медленном изменении частоты излучения накачки. Рассматривается система с относительно невысокой добротностью ($\sim 5 \cdot 10^5$), в которой порог термооптической нелинейности существенно ниже, чем порог керровской нелинейности. В работе особое внимание уделено влиянию отстройки между парциальными частотами микрорезонаторов, наличие которой, как будет показано, приводит к качественным отличиям по сравнению со случаем идентичных парциальных собственных частот.

Приведённые в данной главе результаты анализа системы из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью были опубликованы в работе [A17].

3.2. Гибридизация МШГ в линейной системе связанных микрорезонаторов

Для изучения нелинейных термооптических эффектов в рассматриваемой системе двух связанных микрорезонаторов был разработан гибридный подход. Основной анализ проводился в рамках численной модели, основанной на использовании нелинейной теории связанных мод (англ. *coupled mode theory*, сокращённо CMT), детали которой будут приведены далее в разделе 3.3. Однако использование уравнений CMT требует знания определённых свойств взаимодействующих парциальных мод (в частности, межмодового коэффициента связи и коэффициента связи с волоконной перетяжкой), зависящих от конкретной геометрии системы. Для корректного определения необходимых параметров сначала была рассмотрена линейная задача о распространении непрерывного лазерного излучения в системе связанных микрорезонаторов с реалистичной конфигурацией. С этой целью была разработана численная конечноэлементная модель, обеспечивающая решение уравнений Максвелла, описанная в подразделе 3.2.1. Эта модель позволяет получить выходные линейные спектры системы, демонстрирующие гибридизацию парциальных МШГ микрорезонаторов для широкого диапазона геометрических параметров системы и взаимодействующих мод различной структуры. Далее с помощью подхода в рамках линейной CMT, описанного в подразделе 3.2.2, из полученных спектров были определены численные характеристики парциальных МШГ и их зависимость от геометрических параметров системы для случая взаимодействия мод в идентичных микрорезонаторах. На основе этих данных была выбрана конкретная реалистичная конфигурация системы, использованная в дальнейших расчётах. Так как в реальных экспериментальных системах параметры микрорезонаторов обычно слегка отличаются из-за неточностей в изготовлении, подраздел 3.2.3 полностью посвящён гибридизации мод в системе микрорезонаторов с немного отличающимися характеристиками. В частности, были рассмотрены случаи гибридизации мод с одинаковыми и различающимися конфигурациями электрического поля, а также возможность управления частотами образующихся супермод посредством изменения температуры одного из резонаторов за счёт термооптического эффекта.

3.2.1. Конечноэлементная линейная модель

Принципиальная схема рассматриваемой системы из двух связанных микрорезонаторов показана на рисунке 3.1(а). Предполагалось, что в первый волновод (слева) поступает

непрерывное лазерное излучение. Из-за малости расстояния между волноводом и резонатором происходит частичное возбуждение поля МШГ в первом резонаторе. Далее, за счёт малости межрезонаторного расстояния, возможен обмен энергией между первым и вторым резонаторами, а также последующее возбуждение поля во втором волноводе (справа). Жирными чёрными стрелками обозначены направления распространения непрерывного излучения накачки (мощностью P_{in}) и выходного излучения (мощностями P_T и P_D). Предполагалось, что волноводы имеют одинаковую ширину 1 мкм, что соответствует характерным размерам волоконных перетяжек, используемых в экспериментах.

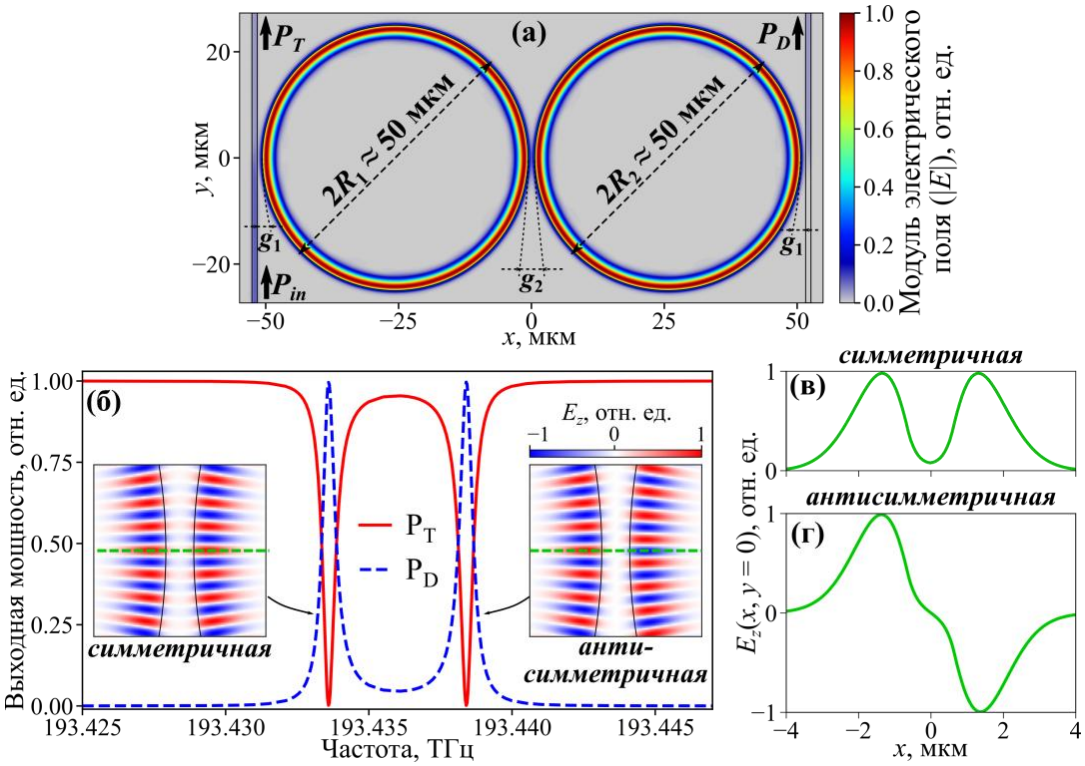


Рисунок 3.1. (а) Пример распределения модуля электрического поля в супермоде рассматриваемой системы, рассчитанного с помощью разработанной конечноэлементной модели. Пунктирными линиями отмечены геометрические параметры системы: зазоры g_1 и g_2, а также диаметры микрорезонаторов $2R_1$ и $2R_2$. Ширина волноводов 1 мкм. Жирными стрелками отмечены направления входного (мощностью P_{in}) и выходного излучения (с мощностями P_T и P_D). (б) Пример рассчитанного выходного линейного спектра системы для случая идентичных микрорезонаторов. Цветные вставки показывают особенности электрического поля (E_z) в межрезонаторной области (масштаб 8 мкм × 8 мкм) для симметричной и антисимметричной супермод. (в,г) Электрическое поле супермод в межрезонаторной области на прямой $y = 0$ в соответствии с зелёным пунктиром на вставках на рисунке (б). Расчёты приведены для $2R_1 = 2R_2 = 50$ мкм, $g_1 = 0.8$ мкм, $g_2 = 1.0$ мкм.

Пунктирными линиями на рисунке 3.1 обозначены геометрические параметры системы: диаметры микрорезонаторов $2R_1 \approx 2R_2 \approx 50$ мкм, расстояние между микрорезонатором и волоконной перетяжкой g_1 и межрезонаторное расстояние g_2.

Так как характерные размеры системы на несколько порядков превышают длину волны излучения ($\lambda \approx 1.55$ мкм), полномасштабное 3D моделирование представляет собой вычислительно сложную задачу. Поэтому, для упрощения, расчёты были проведены в планарной геометрии. Аналогичный подход применялся ранее другими исследователями, и его эффективность и достоверность были показаны для, например, рассмотрения гибридизации МШГ в нескольких микросферах одного размера [100]. Как отмечено в [100], двумерная модель может адекватно отразить физические процессы, наблюдаемые экспериментально как в микросферах, так и в микрорезонаторах цилиндрической формы.

В связи с этим была разработана численная конечноэлементная модель, обеспечивающая решение уравнений Максвелла для излучения на заданной частоте. В её основе лежит использование программного пакета COMSOL, модуль «Волновая оптика» (англ. *Wave Optics*). Предполагалось, что входное излучение поступает в первый волновод в виде фундаментальной TE моды планарного волновода с заданной частотой f, распространяющейся в направлении оси y (как показано на рисунке 3.1(а)). Таким образом, электрическое поле в системе имеет только z-компоненту, что также способствует снижению вычислительной сложности задачи за счёт уменьшения числа степеней свободы. Расчёты производились на треугольной сетке, максимальный размер элемента которой был определён путём последовательного измельчения сетки с целью достижения сходимости решения и составлял $\lambda/(8n) \approx 0.134$ мкм в микрорезонаторах и волноводах (n – показатель преломления стекла), и $\lambda/8 \approx 0.194$ мкм в свободном пространстве. Предполагалось, что волноводы и резонаторы изготовлены из кварцевого (SiO_2) стекла, при расчётах учитывалась его дисперсия по формуле Селлмейера (1.13).

Использование разработанной конечноэлементной модели позволяет получить выходные спектры мощностей излучения в первом и втором волноводах ($P_T(f)$ и $P_D(f)$, соответственно) в рассматриваемой линейной системе. Пример рассчитанного спектра для микрорезонаторов идентичного диаметра $2R_1 = 2R_2 = 50$ мкм показан на рисунке 3.1(б). Из-за гибридизации парциальных МШГ в системе образуется пара супермод, соответствующих провалам и пикам в выходных спектрах $P_T(f)$ и $P_D(f)$, соответственно. В случае, показанном на рисунке 3.1(б), взаимодействующие моды резонаторов имеют одинаковые парциальные частоты ($\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$), но из-за наличия межмодовой связи частоты образующихся супермод различны и расположены симметрично относительно ω_0. Помимо этого, супермоды одной пары имеют различные характерные черты, что проиллюстрировано на цветных вставках на рисунке

3.1(б), а также на рисунке 3.1(в,г): у высокочастотной (*антисимметричной*) супермоды электрическое поле в межрезонаторной области зануляется, в то время как у низкочастотной (*симметричной*) супермоды этого не происходит [100, 106].

3.2.2. Определение реалистичных параметров системы с помощью линейной теории связанных мод

Для определения коэффициентов связи, частот и добротностей парциальных МШГ рассматриваемых микрорезонаторов (рисунок 3.1(а)) разработанная конечноэлементная линейная модель была использована в совокупности с подходом, основанным на теории связанных мод в линейном приближении [107–110]. Уравнения этой теории представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения на комплексные амплитуды взаимодействующих мод A_1 и A_2 и, в случае монохроматического излучения накачки с циклической частотой ω, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dt} = -\left(\tau_1^{-1} + i(\omega_{10} - \omega)\right)A_1 + i\kappa A_2 + \sqrt{\frac{2}{\tau_{e1}}}S_{in} \\ \frac{dA_1}{dt} = -\left(\tau_2^{-1} + i(\omega_{20} - \omega)\right)A_2 + i\kappa A_1 \end{cases}. \qquad (3.1)$$

Здесь t – время, $\omega_{10,20}$ – частоты взаимодействующих парциальных мод, κ – коэффициент связи мод, S_{in} – комплексная амплитуда излучения накачки. $\tau_{1,2}^{-1} = \tau_{01,02}^{-1} + \tau_{e1,e2}^{-1}$, где $\tau_{1,2}$ – полное время жизни фотона в соответствующей моде; $\tau_{01,02}$ – время жизни фотона в моде, обусловленное собственными потерями в микрорезонаторе; $\tau_{e1,e2}$ – время жизни фотона в моде, обусловленное взаимодействием с соответствующей перетяжкой. Времена жизни фотонов напрямую связаны с соответствующими добротностями мод: собственными добротностями $Q_{01,02} = \omega_{10,20}\cdot\tau_{01,02}/2$, добротностями связи с перетяжками $Q_{e1,e2} = \omega_{01,02}\cdot\tau_{e1,e2}/2$ и полными добротностями $Q_{1,2} = \omega_{10,20}\cdot\tau_{1,2}/2$. Мощность излучения накачки P_{in} и мощности выходного излучения P_T (в первой перетяжке) и P_D (во второй перетяжке) в такой системе единиц выражаются следующим образом:

$$\begin{cases} P_{in} = |S_{in}|^2 \\ P_T = \left|S_{in} - \sqrt{\frac{2}{\tau_{e1}}}\,A_1\right|^2 \\ P_D = 2\frac{|A_2|^2}{\tau_{e2}} \end{cases}. \qquad (3.2)$$

Здесь и далее при использовании уравнений линейной и нелинейной СМТ будет предполагаться, что взаимодействуют МШГ с одинаковыми радиальными и азимутальными индексами и близкими парциальными частотами, что позволяет пренебречь различиями в

добротностях мод, а, соответственно, и во временах жизни фотонов в модах: $\tau_1 = \tau_2 = \tau$, $\tau_{01} = \tau_{02} = \tau_0$ и $\tau_{e1} = \tau_{e2} = \tau_e$.

Стационарное решение линейной системы (3.1):

$$\begin{cases} A_1 = -\frac{i}{\kappa} A_2(\tau^{-1} + i\Omega_{20}) \\ A_2 = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} S_{in} \frac{i\kappa}{(\tau^{-1}+i\Omega_{10})(\tau^{-1}+i\Omega_{20})+\kappa^2} \end{cases}. \quad (3.3)$$

Здесь введены величины частотной отстройки накачки от парциальных частот $\Omega_{10,20} = \omega_{10,20} - \omega$. Подставляя стационарное решение (3.3) в выражения для выходных мощностей излучения (3.2), можно получить явные выражения для относительных мощностей выходного излучения в стационарном режиме:

$$\begin{cases} \frac{P_T}{P_{in}} = \left|1 - \frac{2}{\tau_e} \frac{\tau^{-1} - i\Omega_{20}}{(\tau^{-1}-i\Omega_{10})(\tau^{-1}-i\Omega_{20})+\kappa^2}\right|^2 \\ \frac{P_D}{P_{in}} = \frac{4}{\tau_e^2} \frac{\kappa^2}{|(\tau^{-1}-i\Omega_{10})(\tau^{-1}-i\Omega_{20})+\kappa^2|^2} \end{cases}. \quad (3.4)$$

Определение неизвестных линейных параметров системы связанных МШГ, необходимых для дальнейшего использования СМТ-подхода в нелинейном случае происходило с помощью комбинации линейного СМТ-подхода, описанного в данном разделе, и линейной конечноэлементной модели, детально описанной в подразделе 3.2.1. Для этого производилась аппроксимация спектров выходного излучения, полученных конечноэлементным методом для конкретных геометрических конфигураций системы, выражениями (3.4) по методу наименьших квадратов. В качестве варьируемых переменных выступали коэффициенты $\omega_{10,20}$, κ, τ и τ_e. Данный подход аналогичен применённому в [109]; он позволяет не только получать значения априори неизвестных параметров в уравнениях линейной СМТ, но и изучать их зависимости от реальной геометрической конфигурации. Пример аппроксимации выходных спектров излучения показан на рисунке 3.2(а): синими и красными точками показаны результаты конечноэлементных расчётов, а полученная аппроксимация – черной пунктирной линией. Видно, что кривые аппроксимации идеально совпадают с результатами расчётов.

Были проведены серии расчётов для различных величин g_1 и g_2, что позволило исследовать зависимости коэффициента связи мод κ и добротности связи с перетяжкой Q_e от геометрической конфигурации системы. Было проверено, что получаемый таким методом межмодовый коэффициент связи κ экспоненциально уменьшается при увеличении межрезонаторного зазора g_2 и не зависит от расстояния между резонатором и перетяжкой g_1. В свою очередь, добротность связи Q_e экспоненциально растёт с ростом g_1 и, в рассматриваемых условиях, не зависит от g_2. Это согласуется с известными из литературы результатами [111]. Рассчитанные зависимости $\kappa(g_2)$ и $Q_e(g_1)$ показаны на рисунке 3.2(б,в) для фундаментальной моды и моды с двумя радиальными вариациями при $2R_1 = 2R_2 = 50$ мкм.

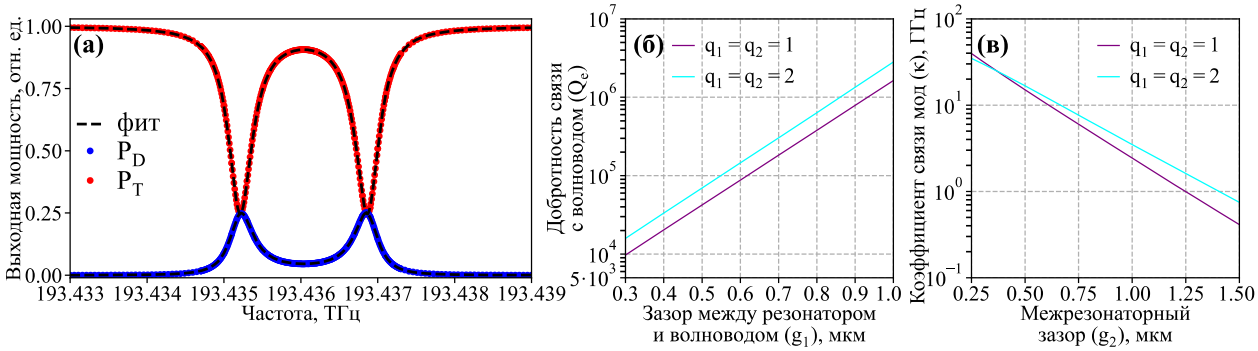


Рисунок 3.2. Определение линейных параметров системы идентичных связанных микрорезонаторов с помощью комбинации CMT-подхода и конечноэлементных расчётов. (а) Пример аппроксимации спектра выходного излучения выражениями (3.4). (б,в) Рассчитанные зависимости коэффициента связи мод κ от величины межрезонаторного зазора g_2 (б) и добротности связи с перетяжкой Q_e от зазора между резонатором и перетяжкой g_1 (в); расчёты показаны для взаимодействия идентичных фундаментальных мод (фиолетовым цветом) и идентичных МШГ с двумя радиальными вариациями (голубым цветом). $2R_1 = 2R_2 = 50$ мкм.

Как уже отмечалось в подразделе 1.2.3 настоящей диссертации, в экспериментальных условиях часто работают в режиме критической связи, когда собственная добротность парциальной моды резонатора Q_0 равна добротности связи с перетяжкой Q_e. Важно отметить, что в экспериментальных условиях собственная добротность Q_0, помимо радиационных потерь, также ограничена потерями излучения при распространении в микрорезонаторе, вызванными как слабым поглощением в стекле, так и несовершенствами поверхности микрорезонатора. Поэтому для получения реалистичных значений Q_0 из конечноэлементных расчётов в материал микрорезонатора было добавлено дополнительное поглощение за счёт введения мнимой части показателя преломления n_{imag}. В связи с этим, достижение режима критической связи $Q_e = Q_0$ в моделировании возможно как за счёт подстройки Q_e, варьируя расстояние между резонатором и перетяжкой g_1, так и за счёт подстройки Q_0, осуществляемой изменением значения n_{imag}. Для обеспечения реалистичных значений добротностей $Q_0 = Q_e \approx 10^6$ были подобраны следующие параметры конечноэлементной модели: расстояние между резонатором и перетяжкой $g_1 = 0.94$ мкм ($Q_e \approx 1.035 \cdot 10^6$) и $n_{imag} = 7.135 \cdot 10^{-7}$ ($Q_0 \approx 1.035 \cdot 10^6$). При этом полная добротность одиночного микрорезонатора $Q = Q_e/2 = Q_0/2 \approx 5.17 \cdot 10^5$, а полное время жизни фотона в резонаторе $\tau \approx 0.85$ нс. В рамках исследования нелинейных термооптических эффектов в рассматриваемой системе изначально предполагались условия, обеспечивающие так называемую сильную связь парциальных мод $\kappa \cdot \tau \gtrsim 1$, когда спектральное расстояние между расщепленными спектральными пиками превышает ширину отдельного пика [110]. В связи с

этим было выбрано межрезонаторное расстояние $g_2 = 1.3$ мкм, что соответствует $\kappa \approx 2\pi \times 833$ МГц ($\kappa \cdot \tau \approx 4.5$). Соответствующий этим параметрам линейный спектр выходного излучения показан на рисунке 3.2(а).

3.2.3. Супермоды системы микрорезонаторов с близкими парциальными частотами

Если размеры микрорезонаторов немного отличаются, то частоты парциальных МШГ не совпадают, что может как значительно ухудшить гибридизацию мод, так и привести к гибридизации различных парциальных мод. Парциальные собственные моды микрорезонаторов в рассматриваемой двумерной системе обладают двумя модовыми индексами, задающими конфигурацию поля в МШГ: радиальным $q \geq 1$ и азимутальным m. На рисунке 3.3 показан пример гибридизации парциальных МШГ различной структуры: фундаментальной МШГ ($q_1 = 1$) в первом микрорезонаторе диаметром $2R_1 = 50$ мкм и МШГ с двумя радиальными вариациями ($q_2 = 2$) во втором микрорезонаторе с варьируемым радиусом.

Изменение радиуса второго резонатора приводит к изменению частоты второй парциальной МШГ, что ведёт к трансформации выходных спектров системы, как проиллюстрировано на рисунке 3.3(а–д); частота первой парциальной МШГ неизменна и показана вертикальным зелёным пунктиром. Рассчитанные частоты супермод и парциальных мод как функции радиуса второго резонатора показаны на рисунке 3.3(е) сплошными и пунктирными линиями соответственно. Видно, что при достаточно большом частотном расстоянии между парциальными модами ($\gtrsim 3$ ГГц для выбранных параметров) частоты супермод близки к парциальным частотам, что соответствует слабому взаимодействию мод. В области близких парциальных резонансов гибридизация мод приводит к тому, что частотные ветки супермод не пересекаются, как проиллюстрировано на рисунке 3.3(е). Наблюдаемая картина гибридизации парциальных мод полностью соответствует известной из литературы [24, 112], что подтверждает корректность и достоверность выбранного численного подхода.

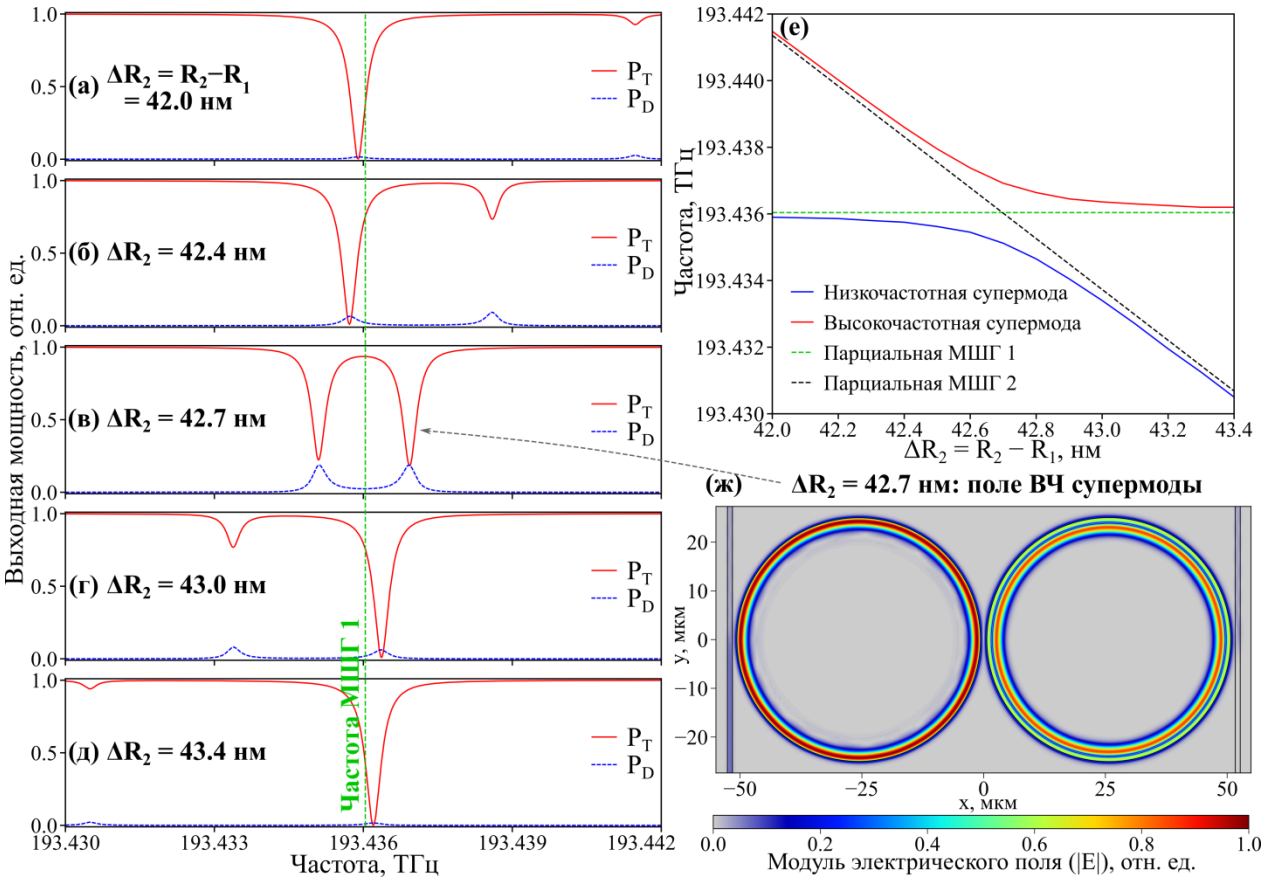


Рисунок 3.3. Результаты расчётов в рамках конечноэлементной модели особенностей частотной гибридизации фундаментальной МШГ в первом микрорезонаторе и МШГ с двумя радиальными вариациями во втором микрорезонаторе. (а–д) Выходные линейные спектры системы для различных радиусов второго микрорезонатора ($\Delta R_2 = R_2 - R_1$). Зелёным пунктиром обозначена постоянная парциальная частота первого микрорезонатора радиусом $R_1 = 25$ мкм. (е) Рассчитанная зависимость частот супермод (сплошными линиями) и парциальных мод (пунктирными линиями) от размера второго резонатора. (ж) Рассчитанное распределение модуля электрического поля в высокочастотной супермоде для случая одинаковых парциальных частот мод ($\Delta R_2 = 42.7$ нм), что соответствует спектру (в). Расчёты приведены для $g_1 = 0.94$ мкм, $g_2 = 1.3$ мкм, $n_{imag} = 7.135 \cdot 10^{-7}$.

Прямое изменение размеров микрорезонаторов в эксперименте обычно не представляется возможным. Тем не менее, аналогичное изменение частоты второй парциальной МШГ может быть, например, осуществлено за счёт внешнего нагрева второго микрорезонатора аналогично схеме, рассмотренной в главе 2 настоящей диссертации для организации внешнего термооптического управления рамановскими процессами в микрорезонаторах (раздел 2.5). Как было описано ранее, повышение температуры второго микрорезонатора приведёт к изменению его размера и показателя преломления стекла за счёт эффекта теплового расширения и термооптического эффекта соответственно. Учёт этих эффектов был добавлен в разработанную

конечноэлементную модель. Для простоты изменение температуры второго микрорезонатора ΔT_2 предполагалось пространственно-однородным. На рисунке 3.4 приведены рассчитанные частоты супермод и парциальных мод системы в зависимости от ΔT_2 для различных случаев гибридизации парциальных мод: (а) – идентичных фундаментальных мод ($q_1 = q_2 = 1$; $m_1 = m_2$), (б) – фундаментальной моды в первом резонаторе и моды с двумя радиальными вариациями во втором резонаторе ($q_1 = 1$; $q_2 = 2$), (в) – фундаментальных мод с азимутальными индексами, отличающимися на единицу ($q_1 = q_2 = 1$; $m_2 = m_1 + 1$).

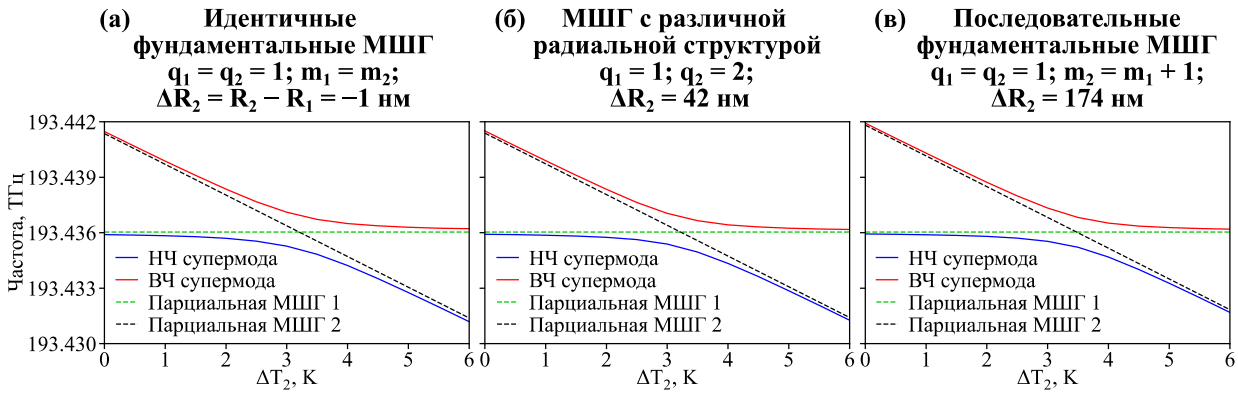


Рисунок 3.4. Термооптическое управление линейной гибридизацией парциальных МШГ в микрорезонаторах различного размера. (а–в) Рассчитанные частоты супермод (сплошными линиями) и парциальных мод (пунктиром) в зависимости от изменения температуры второго микрорезонатора ΔT_2. (а) – взаимодействие идентичных фундаментальных МШГ, (б) – взаимодействие фундаментальной МШГ в первом резонаторе и МШГ с двумя радиальными вариациями во втором резонаторе, (в) – взаимодействие фундаментальных МШГ с азимутальными индексами, отличающимися на единицу. Расчёты приведены для $2R_1 = 50$ мкм, $g_1 = 0.94$ мкм, $g_2 = 1.3$ мкм, $n_{imag} = 7.135 \cdot 10^{-7}$.

Общий вид полученных зависимостей частот супермод и парциальных мод от ΔT_2 аналогичен расчётам, показанным на рисунке 3.3(е) для случая прямого изменения ΔR_2. Результаты, приведённые на рисунке 3.4, показывают, что варьирование ΔT_2 позволяет управлять процессом линейной гибридизации парциальных мод в микрорезонаторах с неидеально совпадающими размерами. Это актуально для экспериментальной реализации таких систем, так как позволяет нивелировать всегда присутствующие неточности в изготовлении микрорезонаторов заданного размера. Важно подчеркнуть, что, несмотря на то, что в случае микрорезонаторов отличающегося размера взаимодействующие моды могут обладать различной пространственной структурой, спектральные свойства супермод очень близки, что видно из сравнения рисунков 3.4(а–в). Также стоит отметить несколько важных особенностей

образующихся супермод. Во-первых, в случае, когда частоты парциальных мод совпадают, частоты супермод существенно отличаются и расположены симметрично относительно парциальной частоты. Во-вторых, в области параметров, где частоты парциальных мод существенно отличаются (по сравнению с коэффициентом связи мод κ) частоты супермод близки к парциальным частотам. В-третьих, конечноэлементные расчёты показывают, что супермоды обладают теми же пространственными особенностями в межрезонаторной области, что и в случае идентичных микрорезонаторов: поле низкочастотной супермоды симметрично относительно плоскости, разделяющей микрорезонаторы, а высокочастотной – антисимметрично. Наличие этих общих закономерностей позволяет в дальнейшем абстрагироваться от конкретных пространственных особенностей парциальных мод и полностью перейти к описанию в рамках СМТ, считая взаимодействующие моды идентичными.

3.3. Математическая модель для нелинейного случая

При достижении мощности накачки P_{in} ~ 10 нВт рассматриваемая система перестаёт быть линейной (это отразится в существенном наклоне пиков в спектре пропускания и появлении областей бистабильности аналогично случаю, показанному на рисунке 1.8(б) для одиночного микрорезонатора). В первую очередь становится необходимо учитывать процессы, связанные с термооптической нелинейностью, так как керровская нелинейность начинает играть роль при значительно больших мощностях. Частичная термализация внутрирезонаторного излучения приводит к нагреву микрорезонаторов. Этот процесс, в свою очередь, ведёт к термооптическому сдвигу парциальных частот МШГ $\omega_{1,2}$, механизм которого был подробно описан в разделе 2.3. Так как в системе связанных микрорезонаторов мощность, запасённая в каждой из парциальных мод, существенно зависит от соотношения парциальных частот и частоты накачки (выражение (3.3)), даже слабые изменения парциальных частот МШГ могут значительно влиять на внутрирезонаторную мощность и, соответственно, на тепловыделение в каждом из резонаторов. Это неизбежно приведёт к изменению характера нагрева каждого из резонаторов и новому соответствующему сдвигу парциальных частот.

Для учёта влияния этих нелинейных эффектов на свойства внутрирезонаторного излучения разработанная ранее линейная численная модель в рамках теории связанных мод (система уравнений (3.1)) была расширена с учётом зависимости парциальных частот МШГ $\omega_{1,2}$ от изменений температуры микрорезонаторов $\Delta T_{1,2}$, а также с учётом конечного времени температурной релаксации. Таким образом, полная система уравнений нелинейной СМТ имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dt} = -(\tau^{-1} + i[\omega_1(\Delta T_1) - \omega])A_1 + i\kappa A_2 + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}S_{in} \\ \frac{dA_2}{dt} = -(\tau^{-1} + i[\omega_2(\Delta T_2) - \omega])A_2 + i\kappa A_1 \\ \frac{d\Delta T_{1,2}}{dt} + \frac{\Delta T_{1,2}}{\tau_T} = \gamma_{abs}\left|A_{1,2}\right|^2 \end{cases} . \quad (3.5)$$

Здесь τ_T – характерное время релаксации температуры микрорезонатора, $\gamma_{abs} = \alpha_{abs} \cdot v_G/(c_p \cdot \rho_m \cdot V_{eff})$ – параметр тепловыделения [113, 114], α_{abs} – линейный коэффициент поглощения, $v_G = 2\pi \cdot R \cdot \Delta F_{WGM}$ – групповая скорость излучения в микрорезонаторе, ΔF_{WGM} – межмодовой интервал, c_p – удельная теплоёмкость стекла при постоянном давлении, ρ_m – плотность стекла, V_{eff} – эффективный объём МШГ. Так как величина α_{abs} для кварцевого стекла в рассматриваемом диапазоне длин волн ($\lambda \approx 1.55$ мкм) очень мала, основные потери на поглощение обусловлены несовершенствами поверхности микрорезонаторов. Поэтому для корректной оценки α_{abs} было использовано значение собственной добротности кварцевых микросфер: $\alpha_{abs} = 2\pi \cdot n/(Q_0 \cdot \lambda)$. Оценка характерного времени релаксации температуры $\tau_T \approx 12.9$ мс была произведена аналитически по формуле (2.19) в пренебрежении неоднородностями нагрева, а расчёты $\Delta F_{WGM} \approx 1.335$ ТГц и эффективного объёма моды $V_{eff} \approx 1.353 \cdot 10^3$ мкм^3 – в рамках разработанного в главе 1 подхода.

Зависимости частот парциальных МШГ от температуры микрорезонаторов $\omega_{1,2}(\Delta T_{1,2})$ были приняты линейным в соответствии с результатами, полученными при рассмотрении термооптики одиночных микрорезонаторов (раздел 2.3):

$$\omega_{1,2}\left(\Delta T_{1,2}\right) = \omega_{10,20} - \alpha \Delta T_{1,2}. \quad (3.6)$$

Здесь $\alpha = -d\omega/dT$ – частотная температурная чувствительность МШГ. Так как термооптический сдвиг МШГ для кварцевых микрорезонаторов происходит в длинноволновую сторону, $\alpha > 0$. Значение температурной чувствительности МШГ $\alpha = 2\pi \cdot 1.17$ ГГц/К было взято из результатов, полученных в разделе 2.4 настоящей диссертации при рассмотрении сенсоров температуры на базе одиночных микрорезонаторов.

В системе (3.5) величины $|A_{1,2}|^2$ имеют смысл запасённой энергии в парциальной моде. Внутрирезонаторные мощности $P_{1,2}$ напрямую связаны с $|A_{1,2}|^2$: $P_{1,2} = v_G \cdot (2\pi \mathrm{R})^{-1} \cdot |A_{1,2}|^2$ [114].

Было проверено, что изменения межмодового коэффициента связи κ и добротности связи с перетяжкой Q_e, вызванные изменениями геометрии системы за счёт теплового расширения, пренебрежимо малы. Действительно, для характерных значений внутрирезонаторных мощностей $P_{1,2} \approx 1$ мВт соответствующее изменение температуры составляет $\Delta T \approx 5.4$ К. Такое изменение температуры приведёт к расширению каждого из микрорезонаторов и, соответственно, уменьшению межрезонаторного зазора на величину $\Delta g_2 \approx 2R \cdot \varepsilon_{exp} \cdot \Delta T \approx 1.3 \cdot 10^{-4}$ мкм ($\varepsilon_{exp} = 4.8 \cdot 10^{-7}$ К$^{-1}$ – линейный коэффициент расширения кварцевого стекла). Для выбранного «холодного» межрезонаторного расстояния $g_2 = 1.3$ мкм, в соответствии с

зависимостью $\kappa(g_2)$, показанной на рисунке 3.2(в), относительное изменение межмодового коэффициента связи составляет $\Delta\kappa/\kappa \approx 5\cdot10^{-4}$, что позволяет пренебречь зависимостью $\kappa(\Delta T_1, \Delta T_2)$ и ограничиться линейной связью мод. Аналогичные оценки показывают, что вариации Q_e, вызванные тепловым расширением микрорезонаторов, также не превышают 1%.

Для удобства перепишем систему уравнений (3.5) в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \frac{da_1}{dt'} = (-1 - i\Delta + i\theta_1)a_1 + iCa_2 + \sqrt{F} \\ \frac{da_2}{dt'} = (-1 - i(\Delta + \delta) + i\theta_2)a_2 + iCa_1 \\ \frac{d\theta_{1,2}}{dt'} = \varepsilon_T\left(-\theta_{1,2} + \left|a_{1,2}\right|^2\right) \end{cases}. \quad (3.7)$$

Здесь $t' = t/\tau$ – безразмерное время, $\Delta = \tau\cdot(\omega_{10} - \omega)$ – нормированная отстройка частоты накачки от «холодной» частоты первого микрорезонатора, $\delta = \tau\cdot(\omega_{20} - \omega_{10})$ – нормированная межмодовая частотная отстройка, $C = \kappa\cdot\tau$ – нормированный коэффициент связи мод, $\varepsilon_T = \tau/\tau_T$, $a_{1,2} = \sqrt{\alpha\gamma_{abs}\tau\tau_T}A_{1,2}$ – безразмерные комплексные амплитуды мод, $F = 2\alpha\gamma_{abs}\tau^3\tau_T P_{in}/\tau_e$ – безразмерная мощность накачки, $\theta_{1,2} = \alpha\tau\cdot\Delta T_{1,2}$ – безразмерные изменения температур микрорезонаторов. Для выбранной конфигурации системы $C \approx 4.5$ (режим сильной связи мод), $\varepsilon_T \approx 6.6\cdot10^{-8}$. Выбранная процедура перехода к нормированным величинам соответствует общепринятой в литературе [110].

Важно отметить, что в случае обратного знака термооптического отклика ($\alpha < 0$), что может быть реализовано, например для микрорезонаторов на основе CaF_2 или ZBLAN-стекла, поведение системы также будет описываться уравнениями (3.7), но с учётом следующих замен: $\Delta \to -\Delta$, $\delta \to -\delta$, $a_1 \to a_1^*$, $a_2 \to a_2^*$ (* обозначает комплексное сопряжение). В этом случае в нормировочных коэффициентах необходимо использовать $|\alpha|$ вместо α.

Найдём стационарное решение системы уравнений (3.7):

$$\begin{cases} (-1 - i\Delta + i\theta_1)a_1 + iCa_2 = -\sqrt{F} \\ a_1 = \frac{i}{C}(-1 - i(\Delta + \delta) + i\theta_2)a_2 \\ \theta_{1,2} = \left|a_{1,2}\right|^2 \end{cases}. \quad (3.8)$$

Подставим третье уравнение системы в первые два и возьмём квадрат модуля от первых двух уравнений системы, вводя замену $\rho_{1,2} = \left|a_{1,2}\right|^2$ для безразмерных внутрирезонаторных мощностей:

$$\begin{cases} F = \frac{\rho_2}{C^2}\left|(1 - i[\rho_1 - \Delta])(1 - i[\rho_2 - \Delta - \delta]) + C^2\right|^2 \\ \rho_1 = \frac{\rho_2}{C^2}(1 + [\rho_2 - \Delta - \delta]^2) \\ \theta_{1,2} = \rho_{1,2} \end{cases}. \quad (3.9)$$

Полученное стационарное решение (3.9) на внутрирезонаторные мощности $\rho_{1,2}$ представляет собой универсальное выражение, зависящее от мощности накачки F, коэффициента связи C и

двух нормированных частотных отстроек: отстройки накачки от частоты первой моды Δ и межмодовой отстройки δ. Важно отметить, что это решение, в общем случае, представляет собой многозначную функцию. Действительно, второе уравнение показывает, что ρ_1 может быть выражено из ρ_2 как решение кубического уравнения; соответственно, конкретному значению ρ_2 может соответствовать от 1 до 3 значений ρ_1. Аналогично, первое уравнение системы (3.9) представляет собой кубическое уравнение на ρ_2 с коэффициентами, зависящими от ρ_1. Таким образом, система (3.9) математически может иметь до 9 решений.

Линейная устойчивость найденных стационарных решений (3.9) была исследована путём анализа временной эволюции малых возмущений к стационарному решению в рамках динамической системы (3.7) [109, 115– 118]. Для этого для каждого из стационарных решений находились собственные значения $\lambda_{1–6}$ матрицы Якоби системы (3.7):

$$J = \begin{pmatrix} -1 & \Delta - \theta_{10} & 0 & -C & -y_{10} & 0 \\ -\Delta + \theta_{10} & -1 & C & 0 & x_{10} & 0 \\ 0 & -C & -1 & \Delta + \delta - \theta_{20} & 0 & -y_{20} \\ C & 0 & -\Delta - \delta + \theta_{20} & -1 & 0 & x_{20} \\ 2\varepsilon_T x_{10} & 2\varepsilon_T y_{10} & 0 & 0 & -\varepsilon_T & 0 \\ 0 & 0 & 2\varepsilon_T x_{20} & 2\varepsilon_T y_{20} & 0 & -\varepsilon_T \end{pmatrix}. \qquad (3.10)$$

Здесь $a_{10,20} = x_{10,20} + iy_{10,20}$ и $\theta_{10,20}$ – выбранное стационарное решение. Если все собственные значения (3.10) имеют отрицательные действительные части, то система устойчива. Если существует хотя бы одно собственное значение с положительной действительной частью, то система неустойчива; в этом случае наличие ненулевой мнимой части у такого собственного значения может свидетельствовать о существовании автоколебательных режимов [109, 115, 116].

Важно отметить, что стационарные решения рассматриваемой системы с малым $\varepsilon_T \ll 1$ полностью идентичны стационарным решениям нелинейной системы с произвольным значением ε_T, в том числе, в случае мгновенного материального отлика $\varepsilon_T \to \infty$. С физической точки зрения, система с $\varepsilon_T \to \infty$ соответствует системе из двух связанных микрорезонаторов с керровской нелинейностью. Однако так как термооптическая нелинейность и керровская нелинейность обладают на порядки отличающимися характерными временами отклика, *устойчивость* получаемых стационарных решений будет отличаться.

Для моделирования динамического нелинейного отклика рассматриваемой системы из двух связанных микрорезонаторов, строго говоря, необходимо решать полную динамическую систему (3.7), состоящую из 6 действительных обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако прямое численное интегрирование системы (3.7) сопряжено с некоторыми вычислительными сложностями, так как временные масштабы оптических и тепловых процессов, происходящих в системе, сильно отличаются. Для рассматриваемых

микрорезонаторов из кварцевого стекла характерное время температурной релаксации $\tau_T \approx 12.9$ мс, характерное время жизни фотона в резонаторе $\tau \approx 0.85$ нс, а характерное время обмена оптической мощностью между резонаторами может быть оценено как $2\pi/\kappa \approx 1.2$ нс. Так как величина временного шага в расчётах ограничена минимальным характерным временем процессов в системе, а общее время моделирование связано, наоборот, с максимальным характерным временем, различие в 7 порядков между этими величинами делает прямые численные вычисления чрезвычайно трудоёмкими.

В связи с этим был разработан упрощённый подход к моделированию динамики системы, заключающийся в адиабатическом исключении уравнений на комплексные амплитуды оптических мод (первое и второе уравнения в системе (3.7)). А именно, предполагается, что можно пренебречь изменениями температуры микрорезонаторов на временных масштабах, которые требуются для достижения квази-равновесного состояния оптического поля ($\sim \tau$). Это может быть сделано только в случае, если временные масштабы процессов оптической релаксации много меньше временного масштаба температурной релаксации ($\tau_T \gg \tau, 2\pi/\kappa$) [116], что выполняется в рассматриваемой системе. Таким образом, сначала комплексные амплитуды оптических полей $a_{1,2}$ находятся как стационарные решения первых двух уравнений системы (3.7) при фиксированных температурах $\theta_{1,2}$. Затем полученные выражения $a_{1,2}(\theta_{1,2})$ подставляются в третье и четвёртое динамические уравнения системы (3.7), описывающие медленную динамику изменения температур в микрорезонаторах. В результате, итоговая динамическая система теперь состоит только из двух действительных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\theta_{1,2}}{dt'} = \varepsilon_T \left(-\theta_{1,2} + \rho_{1,2}(\theta_1, \theta_2)\right) \\ \rho_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{\rho_2}{C^2}(1 + [\Delta + \delta - \theta_2]^2) \\ \rho_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{FC^2}{|(1+i[\Delta-\theta_1])(1+i[\Delta+\delta-\theta_2])+C^2|^2} \end{cases} . \qquad (3.11)$$

Важно отметить, что переход от системы (3.7) к упрощённой системе (3.11) может быть осуществлён только при условии, что «быстрая» оптическая подсистема устойчива [116], что, очевидно, выполняется в данном случае (оптическая подсистема – первые два уравнения системы (3.7) – линейна с положительными потерями).

Для расчёта стационарных решений нелинейной системы по формулам (3.9), исследования их устойчивости с помощью собственных значений матрицы Якоби (3.10) и анализа динамики сокращённой нелинейной системы (3.11) был разработан численный код на языке программирования Python.

3.4. Связанные микрорезонаторы с одинаковыми «холодными» парциальными частотами

3.4.1. Мультистабильные стационарные состояния системы

Рассмотрим задачу о нелинейном взаимодействии парциальных мод микрорезонаторов с одинаковыми «холодными» частотами ($\omega_{10} = \omega_{20}$, соответственно, межмодовая отстройка $\delta = 0$) с учётом термооптической нелинейности в рамках подхода, описанного в разделе 3.3. В этом случае в системе уравнений (3.7) остаётся лишь два независимых внешних параметра, не связанных с характеристиками микрорезонаторов: нормированная частотная отстройка накачки Δ и нормированная мощность накачки F. Для начала сфокусируемся на стационарных решениях системы и их устойчивости.

Было получено, что в зависимости от параметров накачки F и Δ в системе возможны от 1 до 9 различных стационарных состояний. Вырожденных веток стационарного решения обнаружено не было (вырождение присутствует только в точках седло-узловых бифуркаций). Полное число стационарных состояний системы в зависимости от параметров накачки показано на рисунке 3.5(а). Разумеется, не все из стационарных состояний системы устойчивы; число устойчивых стационарных состояний показано на рисунке 3.5(б). Было показано, что в рассматриваемом диапазоне параметров устойчивость стационарных решений обусловлена лишь двумя собственными значениями матрицы Якоби (3.10) $\lambda_{1,2}$, в то время как λ_{3-6} всегда представляют собой две пары комплексно-сопряженных значений с отрицательными действительными частями, что согласуется с тем, что оптическая подсистема всегда устойчива. Важно отметить, что выражение для матрицы Якоби (3.10) содержит параметры, отличающиеся на несколько порядков, и прямые численные вычисления требуют особого подхода. Для обеспечения точности численных решений применялись методы арифметики произвольной точности, в частности, библиотека *mpmath* в Python. Было проверено, что собственные значения матрицы Якоби полной динамической системы (3.7) совпадают с собственными значениями матрицы Якоби сокращённой динамической системы (3.11), содержащей только «медленные» уравнения на эволюцию температур. Использование сокращённой модели существенно упрощает вычисления без потерь в точности при рассматриваемых параметрах системы.

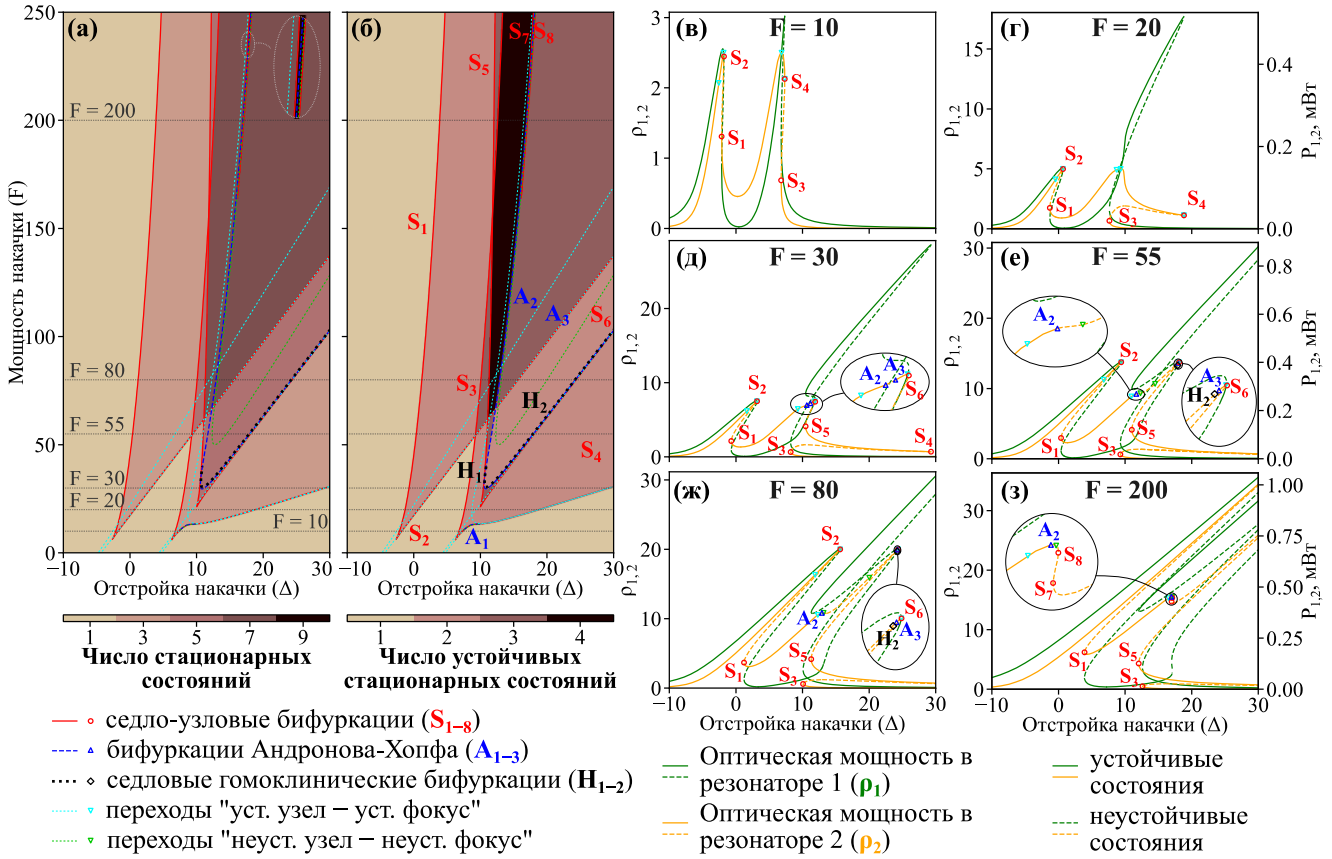


Рисунок 3.5. (а,б) Диаграммы мультистабильности системы из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью с идентичными «холодными» парциальными частотами ($\delta = 0$) в зависимости от нормированной частотной отстройки накачки (Δ) и нормированной мощности накачки (F). Области различного цвета показывают общее число стационарных состояний системы (а) и число устойчивых стационарных состояний системы (б). Вставка в правом верхнем углу панели (а) показывает увеличенный участок с 9 стационарными состояниями. (в–з) Стационарные состояния системы в зависимости от частотной отстройки накачки Δ при различных фиксированных значениях мощности накачки F: сплошными линиями показаны устойчивые ветки стационарного решения, штриховыми – неустойчивые. Бифуркации показаны линиями (а,б) и маркерами (в–з), а также подписаны заглавными латинскими буквами соответствующих цветов.

На рисунке 3.5(а,б) помимо областей мультистабильности также показаны бифуркационные диаграммы системы в плоскости параметров (Δ, F). Области с различным числом стационарных состояний показаны различными цветами; при переходе из одной области в другую в системе происходит бифуркация. Цвет линий на границах областей мультистабильности задаёт тип бифуркаций в соответствии с легендой. Помимо этого, бифуркации подписаны заглавными латинскими буквами: “***S***” для седло-узловых бифуркаций, “***A***” – для бифуркаций Андронова-Хопфа и “***H***” – для седловых гомоклинических бифуркаций

(бифуркаций петли сепаратрисы седла). На рисунке 3.5(а,б) также показаны переходы «устойчивый узел – устойчивый фокус» и «неустойчивый узел – неустойчивый фокус», которые не влияют на устойчивость стационарных состояний системы, и потому их обсуждение не представляет интереса.

Рассчитанные зависимости внутрирезонаторных мощностей $\rho_{1,2}$ от величины отстройки накачки Δ при фиксированных значениях мощности накачки F показаны на рисунке 3.5(в–з); выбранные значения F соответствуют горизонтальным пунктирным линиям на рисунке 3.5(а,б). Бифуркации отмечены заглавными латинскими буквами тех же цветов, что и на рисунке 3.5(а,б). Появлению или уничтожению каждой новой пары стационарных решений соответствуют седло-узловые бифуркации $\boldsymbol{S_{1–8}}$. Для бифуркаций $\boldsymbol{S_{1–6}}$ каждой новой паре стационарных решений соответствует одна устойчивая ветка (устойчивый узел, $\lambda_{1,2} < 0$) и одна неустойчивая ветка (седло, $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$). Бифуркации $\boldsymbol{S_{7–8}}$ соответствуют рождению пары неустойчивых веток стационарных решений (седло и неустойчивый узел с $\lambda_{1,2} > 0$). Важно отметить, что именно эта пара бифуркаций и соответствующая пара веток стационарного решения не были упомянуты в [110], где была рассмотрена похожая система с керровской нелинейностью.

При достаточно малых значениях F ($F < 5$, что соответствует $P_{in} < 1.3 \cdot 10^{-7}$ Вт) функции $\rho_{1,2}(\Delta, F = const)$ выглядят как два близких спектральных пика, расположенных около $\Delta = \pm C$, что соответствует двум линейным супермодам системы (аналогично спектру выходной мощности P_T на рисунке 3.2(а)). Для таких малых значений мощности накачки у системы есть только одно стационарное состояние, которое является устойчивым. При увеличении F спектральные пики наклоняются вправо ($\Delta > 0$ соответствует частоте накачки меньшей, чем частота парциальных мод), и появляются две пары седло-узловых бифуркаций $\boldsymbol{S_{1,2}}$ и $\boldsymbol{S_{3,4}}$. Они создают малые области около каждого из спектральных пиков с тремя ветками стационарного решения, как проиллюстрировано на рисунке 3.5(в). Из этих трёх веток решения, средняя является неустойчивой, и при её достижении система переключится в одно из двух других устойчивых стационарных состояний, как и в случае одиночных нелинейных микрорезонаторов, где наблюдается похожее бистабильное поведение [52]. При дальнейшем росте F (рисунок 3.5(г)) форма резонансного пика справа, соответствующего бóльшим значениям $\Delta = \tau \cdot (\omega_{10} - \omega)$, т.е. низкочастотной супермоде, качественно изменяется, в отличие от резонанса слева, изменения которого сводятся исключительно к увеличению наклона. Последующее увеличение мощности накачки ($F > 20$, $P_{in} > 5 \cdot 10^{-7}$ Вт) приводит к образованию новой пары веток стационарного решения за счёт пары седло-узловых бифуркаций $\boldsymbol{S_{5,6}}$ (рисунок 3.5(д,е)). Для этой мощности накачки существует область частотных отстроек Δ, при которых в системе существуют 3 устойчивых состояния равновесия. Важно отметить, что изменение

структуры резонансного пика справа приводят к тому, что две образовавшиеся устойчивые ветки стационарного решения $\boldsymbol{S_1S_6}$ и $\boldsymbol{S_5S_4}$ соответствуют асимметричным распределениям оптической мощности между резонаторами. Действительно, устойчивая ветка стационарного решения $\boldsymbol{S_5S_4}$ соответствует существенно большей мощности в первом резонаторе (ρ_1), чем во втором (ρ_2); напротив, для ветки $\boldsymbol{S_1S_6}$ ρ_2 существенно превышает ρ_1. При этом для резонансного пика слева, соответствующего меньшим Δ (высокочастотной супермоде), оптическая мощность в первом резонаторе лишь незначительно превышает мощность во втором резонаторе.

Для значений $F > 60$, седло-узловая бифуркация $\boldsymbol{S_2}$ происходит при больших значениях Δ, чем седло-узловая бифуркация $\boldsymbol{S_5}$, что приводит к образованию области с 4 устойчивыми состояниями равновесия (рисунок 3.5(ж)). Это вызвано наложением областей би- и тристабильности от левого и правого резонансных пиков. Дальнейшее увеличение мощности накачки ($F > 150$, $P_{in} > 3.8 \cdot 10^{-6}$ Вт, рисунок 3.5(з)) приводит к образованию ещё одной пары седло-узловых бифуркаций $\boldsymbol{S_{7,8}}$. Однако, как уже было упомянуто выше, эти бифуркации соответствуют состояниями равновесия типа «седло» и «неустойчивый узел», и потому не приводят к образованию новых устойчивых веток стационарного решения.

Таким образом, в зависимости от параметров накачки в системе из двух связанных микрорезонаторов с одинаковыми «холодными» частотами в условиях термооптической нелинейности возможны от 1 до 4 устойчивых стационарных состояний. Важно отметить, что достижение 3 или 4 устойчивых стационарных решений невозможно в системе из одиночного нелинейного микрорезонатора с двунаправленной накачкой, где существует лишь единственная область бистабильности [52].

3.4.2. Автоколебания в системе из двух идентичных связанных микрорезонаторов

Помимо бифуркаций седло-узлового типа в системе микрорезонаторов с идентичными парциальными частотами также были обнаружено несколько бифуркаций Андронова-Хопфа $\boldsymbol{A_{1–3}}$, обозначенных синим цветом на рисунке 3.5. Этот тип бифуркаций соответствует трансформации устойчивого состояния равновесия типа «устойчивый фокус» ($\mathrm{Im}(\lambda_{1,2}) \neq 0$, $\mathrm{Re}(\lambda_{1,2}) < 0$) в неустойчивое состояние равновесия типа «неустойчивый фокус» ($\mathrm{Im}(\lambda_{1,2}) \neq 0$, $\mathrm{Re}(\lambda_{1,2}) > 0$) или наоборот. Переход через точки бифуркаций Андронова-Хопфа соответствует образованию/уничтожению устойчивого или неустойчивого предельного цикла [116]. Согласно проведённым численным расчётам в рамках динамической системы (3.11), бифуркация $\boldsymbol{A_1}$ не приводит к образованию устойчивого предельного цикла в рассматриваемой системе. С другой стороны, были найдены значения входной мощности накачки F ($F > 29.5$), при которых переход через точки бифуркации $\boldsymbol{A_{2,3}}$ соответствует образованию устойчивого предельного цикла на

фазовой плоскости. Иными словами, в рассматриваемой динамической системе возникают автоколебания. Зависимость амплитуды автоколебаний от величины частотной отстройки накачки Δ при $F = 30$ показана на рисунке 3.6(а) пунктирными кривыми коричневого цвета. Примеры временных зависимостей внутрирезонаторных мощностей в автоколебательном режиме показаны на рисунке 3.6(б1–б5) при различных значениях Δ. Видно, что амплитуда и период автоколебаний уменьшаются по мере приближения к точкам бифуркации Андронова-Хопфа $\boldsymbol{A_{2,3}}$. Численные расчёты показывают, что для $F = 30$ все фазовые траектории, начинающиеся на неустойчивом отрезке ветки стационарного решения $\boldsymbol{A_2A_3}$, приходят на образовавшийся устойчивый предельный цикл.

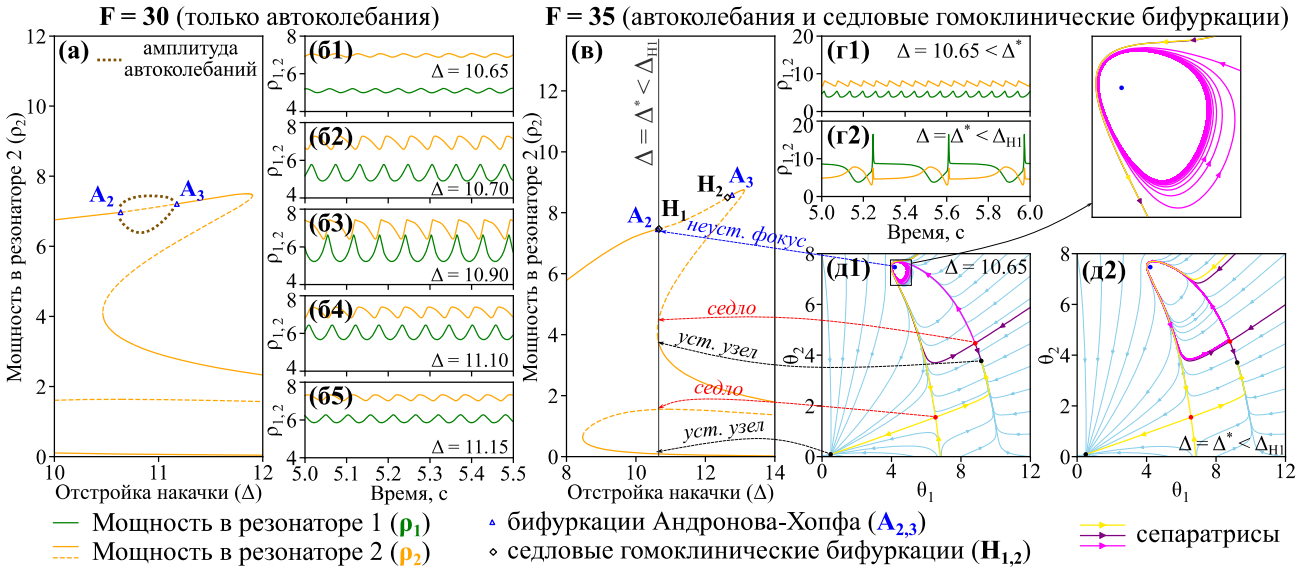


Рисунок 3.6. (а) Структура стационарных решений нелинейной системы связанных микрорезонаторов с одинаковыми «холодными» парциальным частотами при значениях частотной отстройки Δ, близких к точкам бифуркации Андронова-Хопфа $\boldsymbol{A_{2,3}}$ *для мощности накачки* $F = 30$*. Пунктирными линиями коричневого цвета показана зависимость амплитуды установившихся автоколебаний от Δ. (б1–б5) Временные зависимости внутрирезонаторных мощностей от времени в автоколебательном режиме при различных Δ. (в) Структура стационарных решений в окрестности бифуркаций Андронова-Хопфа (*$\boldsymbol{A_{2,3}}$*) и седловых гомоклинических бифуркаций (*$\boldsymbol{H_{1,2}}$*) для* $F = 35$*. Временные зависимости внутрирезонаторных мощностей в автоколебательном режиме (г1–г2) и соответствующие фазовые плоскости (д1–д2) для значений Δ, близких к* Δ_{H1}*.* $F = 35$*,* $\Delta^* = 10.663896 < \Delta_{H1}$*. Линиями жёлтого, фиолетового и розового цвета на фазовой плоскости показаны сепаратрисы, начинающиеся или заканчивающиеся в состояниях равновесия типа «седло». Вставка в правом верхнем углу показывает увеличенную область с предельным циклом с рисунка (д1). В состояниях равновесия* $\rho_{1,2} = \theta_{1,2}$*.*

Дальнейшее увеличение мощности накачки ($F > 30.3$) приводит к образованию пары седловых гомоклинических бифуркаций (также называемых бифуркациями петли сепаратрисы седла [116]) $\boldsymbol{H_{1,2}}$ около точек $\boldsymbol{A_{2,3}}$, как показано на рисунке 3.6(в) для $F = 35$. Рассмотрим подробнее процесс трансформации фазовой плоскости, происходящий при увеличении Δ от значения Δ_{A2}, соответствующего бифуркации Андронова-Хопфа $\boldsymbol{A_2}$, до значения Δ_{H1}, соответствующего бифуркации $\boldsymbol{H_1}$. Как показано на рисунке 3.6(г1–г2, д1–д2), при последовательном увеличении $\Delta_{A2} < \Delta < \Delta_{H1}$ предельный цикл приближается к седлу, при этом период автоколебаний увеличивается. В точке бифуркации $\Delta = \Delta_{H1}$ предельный цикл сливается с сепаратрисой и становится гомоклинической траекторией, а период колебаний становится бесконечно большим [116]. Аналогичная ситуация возникает и в окрестности точки бифуркации $\boldsymbol{H_2}$: в этом случае устойчивый предельный цикл существует при $\Delta_{H2} < \Delta < \Delta_{A3}$. Проведённые численные расчёты для $F > 40$ не показали наличие бифуркации $\boldsymbol{H_1}$ и устойчивых автоколебаний при $\Delta_{A2} < \Delta < \Delta_{H2}$. Тем не менее, подробности соответствующих изменений на фазовой плоскости выходят за рамки настоящей работы, так как основным фокусом данного исследования являлось определение структуры и устойчивости стационарных состояний системы, которые могли бы быть достигнуты в эксперименте относительно простыми методами.

3.4.3. Гистерезисные переключения между устойчивыми стационарными состояниями при медленном сканировании частоты накачки

Так как в системе наблюдается выраженная мультистабильность, следующим шагом было теоретическое исследование возможности организации переходов между различными устойчивыми состояниями системы за счёт медленного изменения частоты накачки. Для этого были проведены численные расчёты в рамках сокращённой динамической системы (3.11) при условии адиабатически медленного сканирования частотной отстройки накачки Δ. Скорость сканирования была выбрана существенно меньше характерной скорости термооптического отклика: $\left|d\Delta/dt'\right| = 10^{-4} \cdot \varepsilon_T$. В качестве начального условия выбиралось одно из устойчивых стационарных решений.

Если медленное сканирование частоты накачки производится в области, где выбранное стационарное состояние системы существует, непрерывно и устойчиво, то состояние системы двигается по выбранной ветке стационарного решения в соответствии с изменениями Δ. Наибольший интерес представляют окрестности седло-узловых бифуркаций, где выбранная устойчивая ветка стационарного решения исчезает, сливаясь с другой (неустойчивой) веткой. В этом случае изменения Δ приведут к переходу системы в другое устойчивое стационарное

состояние. Для одиночного нелинейного резонатора такие переключения возможны только на границах области бистабильности: в этом случае конечное состояние системы всегда очевидно, так как за пределами области бистабильности существует только одно устойчивое стационарное решение [52]. Однако в рассматриваемой системе из двух связанных нелинейных микрорезонаторов, помимо областей бистабильности, также существуют и области мультистабильности с 3 и 4 устойчивыми стационарными состояниями. В этом случае направления переключений между ними не всегда могут быть легко определены исходя только из структуры веток стационарного решения.

Результаты расчётов направлений переключений между устойчивыми ветками стационарного решения, вызываемых медленным сканированием частоты накачки, приведены на рисунке 3.7.

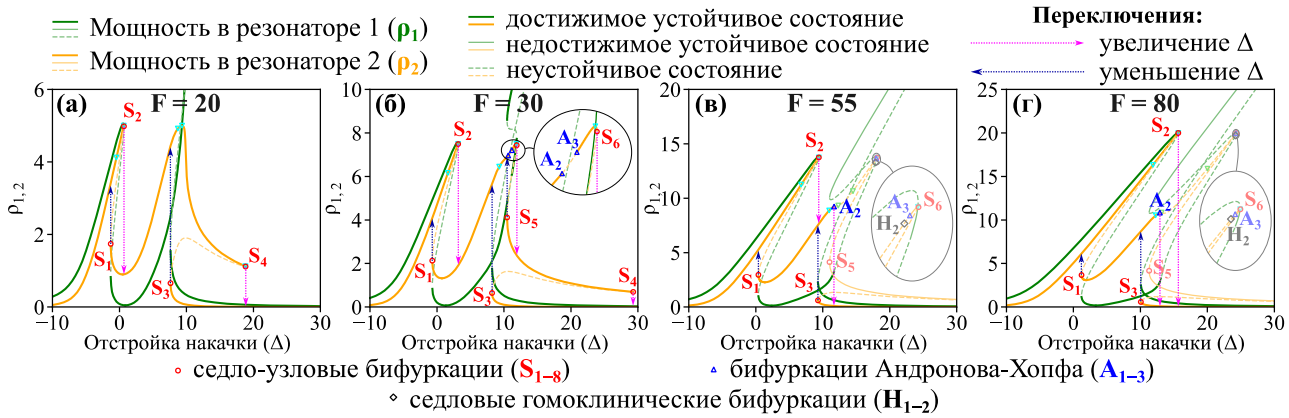


Рисунок 3.7. Схема гистерезисных переключений между устойчивыми стационарными состояниями системы из двух связанных нелинейных микрорезонаторов с одинаковыми «холодными» парциальными частотами (δ = 0) для различных мощностей накачки F. Пунктирными стрелками показаны направления переходов, вызываемых адиабатически медленным сканированием частоты накачки в различных направлениях: розовыми стрелками – при сканировании слева направо (увеличение частотной отстройки Δ, уменьшение частоты накачки), тёмно-синими стрелками – при сканировании справа налево (уменьшение Δ, увеличение частоты накачки). Яркими сплошными линиями показаны устойчивые стационарные состояния, которые могут быть достигнуты сканированием Δ при заданных F = const; бледными сплошными линиями – устойчивые стационарные состояния, недостижимые частотным сканированием; бледными пунктирными линиями – неустойчивые стационарные состояния. Показаны переключения только из достижимых устойчивых состояний.

На рисунке 3.7 пунктирными стрелками розового цвета показаны переключения, соответствующие увеличению Δ (слева направо, т.е. уменьшению частоты накачки); а пунктирными стрелками тёмно-синего цвета – переключения при уменьшении Δ (справа налево, увеличение частоты накачки). Как и в случае одиночного нелинейного резонатора, в системе наблюдается гистерезис: направления переключений зависят от направления сканирования частоты накачки. Как видно из рисунка 3.7, не все устойчивые ветки стационарного решения могут быть достигнуты медленной перестройкой частоты накачки при фиксированной мощности накачки. Такие «недостижимые» устойчивые стационарные состояния отмечены на рисунке 3.7 бледными сплошными линиями. Важно отметить, что для сравнительно небольших мощностей накачки ($F \lesssim 30$) все существующие устойчивые ветки стационарного решения достижимы, в том числе, и в области тристабильности. В частности, при $F = 30$ ветка $\boldsymbol{A_3S_6}$ достигается медленным увеличением Δ при движении с устойчивой ветки $\boldsymbol{S_1A_2}$ за счёт того, что в промежутке $\boldsymbol{A_2A_3}$ существует устойчивый предельный цикл (несмотря на то, что сама ветка $\boldsymbol{A_2A_3}$ неустойчива). Однако при бóльших F устойчивые ветки $\boldsymbol{A_3S_6}$ и $\boldsymbol{S_5S_4}$ не могут быть достигнуты медленным сканированием Δ, поэтому на рисунке 3.7 не показаны переходы с них, а сами они отмечены бледными сплошными линиями. Недостижимость $\boldsymbol{A_3S_6}$ при больших F напрямую связана с разрушением устойчивого предельного цикла в промежутке $\mathbf{A_2A_3}$, что было рассмотрено ранее в подразделе 3.4.2.

При анализе направлений переключений между устойчивыми ветками стационарного решения при различных значениях мощности накачки было выведено несколько закономерностей. Для сканирования с увеличением Δ переход из точки $\boldsymbol{S_6}$ (вершина правого резонансного пика) всегда происходит на ветку $\boldsymbol{S_5S_4}$, а из точки $\boldsymbol{S_4}$ – всегда в нерезонансное состояние с $\rho_1 \sim \rho_2 \sim 0$. Направление переключения из точки $\boldsymbol{S_2}$ (вершина левого резонансного пика) зависит от величины F: при $F \lesssim 20$ переход происходит на ветку $\boldsymbol{S_1S_4}$, при $F \lesssim 65$ – на ветку $\boldsymbol{S_1A_2}$ (которая является частью $\boldsymbol{S_1S_4}$ при меньших F). При $F \gtrsim 65$ точка $\boldsymbol{S_2}$ соответствует частотной отстройке Δ, при которой устойчивая ветка $\boldsymbol{S_1A_2}$ уже закончилась, и система переключается на нерезонансную нижнюю ветку с $\rho_1 \sim \rho_2 \sim 0$, а не в доступное устойчивое состояние $\boldsymbol{S_5S_4}$.

Определение закономерностей переключений из точки $\boldsymbol{A_2}$ при сканировании с увеличением Δ, строго говоря, тесно связано с особенностями образующихся предельных циклов и соответствующих трансформаций фазовой плоскости. Численные расчёты показали, что, например, при $F = 35$ переход через точку седловой гомоклинической бифуркации $\boldsymbol{H_1}$ может привести как к переключению на асимметричную устойчивую ветку $\boldsymbol{S_5S_4}$, так и в низшее нерезонансное состояние ($\rho_1 \sim \rho_2 \sim 0$), в зависимости от скорости сканирования. Такое

поведение системы проще всего объяснить через трансформацию фазовых плоскостей, как проиллюстрировано на рисунке 3.8.

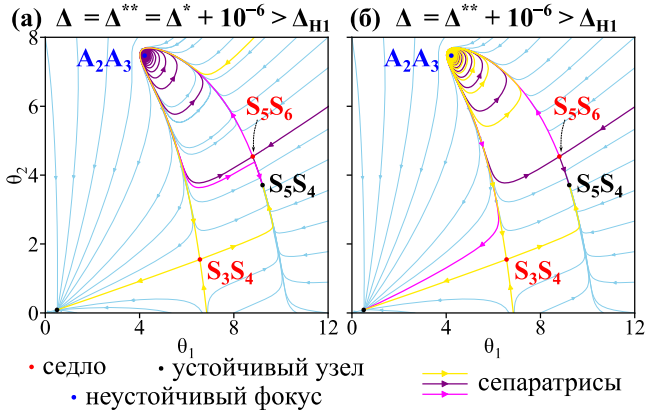


Рисунок 3.8. Фазовые портреты системы из двух нелинейных микрорезонаторов с одинаковыми «холодными» парциальными частотами при частотных отстройках $\Delta \gtrsim \Delta_{H1}$, близких к точке седловой гомоклинической бифуркации ***H1****, происходящей при* Δ_{H1}*:* $\Delta^* < \Delta_{H1} < \Delta^{**} = \Delta^* + 10^{-6}$*.* $F = 35$*,* $\Delta^* = 10.663896$*.*

Рисунок 3.8(а) иллюстрирует фазовую плоскость системы при частотной отстройке $\Delta = \Delta^{**} \gtrsim \Delta_{H1}$: обе неустойчивые сепаратрисы седла $\boldsymbol{S_5S_6}$ ($\theta_1 \approx 9$, $\theta_2 \approx 4$), помеченные розовым и фиолетовым цветом, заканчиваются на одном и том же устойчивом узле, соответствующем устойчивой ветке $\boldsymbol{S_5S_4}$ ($\rho_1 = \theta_1 \approx 9$, $\rho_2 = \theta_2 \approx 3$). Это означает, что они образуют замкнутую область, внутри которой находится неустойчивый фокус, соответствующий ветке $\boldsymbol{A_2A_3}$ ($\rho_1 = \theta_1 \approx 4$, $\rho_2 = \theta_2 \approx 7$). Следовательно, все траектории, начинающиеся в окрестности неустойчивого фокуса, обязательно заканчиваются на том же устойчивом узле $\boldsymbol{S_5S_4}$. Однако при малом увеличении Δ происходит глобальная бифуркация, качественно изменяющая структуру фазовой плоскости, как показано на рисунке 3.8(б) для $\Delta = \Delta^{**} + 10^{-6}$. В этом случае одна из неустойчивых сепаратрис седла $\boldsymbol{S_5S_6}$ приходит на тот же устойчивый узел $\boldsymbol{S_5S_4}$, а другая – на другой устойчивый узел, соответствующий нерезонансному состоянию с $\rho_1 \sim \rho_2 \sim 0$. В этом случае некоторые траектории, начинающиеся на неустойчивом фокусе $\boldsymbol{A_2A_3}$, заканчиваются на одном устойчивом узле, а некоторые – на другом, что означает, что конечное состояние, строго говоря, будет зависеть от малого отклонения от неустойчивого начального состояния равновесия $\boldsymbol{A_2A_3}$.

Для сканирования с уменьшением частотной отстройки Δ также были выведены закономерности переключений. Переход с асимметричной ветки $\boldsymbol{S_5S_4}$ в точке $\boldsymbol{S_5}$ всегда происходит на ветку $\boldsymbol{S_1S_6}$, если она устойчива при соответствующем Δ, иначе – в низшее нерезонансное состояние (даже при условии существования устойчивой ветки левого

резонансного пика). Переключение в основании правого резонансного пика в точке $\boldsymbol{S_3}$ всегда происходит на ветку $\boldsymbol{S_1A_2}$ или $\boldsymbol{S_1S_4}$ (одна и та же ветка с различными названиями в зависимости от существования $\boldsymbol{A_2}$). Наконец, переключение вблизи основания левого резонансного пика с точки $\boldsymbol{S_1}$ всегда происходит в направлении единственного устойчивого стационарного решения с $\rho_1 \sim \rho_2 \gtrsim 1$.

3.5. Связанные микрорезонаторы с близкими «холодными» парциальными частотами

3.5.1. Области мультистабильности при наличии межмодовой отстройки

Исследование эффектов в системах с немного отличающимися парциальными частотами представляет собой практически важную задачу, так как в реальных экспериментах всегда присутствует межмодовая отстройка $\delta \neq 0$ из-за неидеальности изготовления микрорезонаторов заданного размера. Например, для рассматриваемых микрорезонаторов диаметром 50 мкм и полной добротностью $Q \sim 5 \cdot 10^5$ единичной нормированной межмодовой отстройке $\delta = 1$ соответствует частотная межмодовая отстройка $f_{10} - f_{20} = \delta/(2\pi\tau) \approx 1.9 \cdot 10^9$ Гц, что примерно в ~350 раз меньше частотного расстояния между последовательными фундаментальными модами $\Delta F_{WGM} \approx 6.6 \cdot 10^{11}$ Гц. Разумеется, управление δ можно реализовать независимым образом, например, изменяя парциальную частоту второго микрорезонатора с помощью того же самого термооптического эффекта. Практически это может быть осуществлено, в частности, за счёт нагрева с помощью управляющего диода в микрорезонаторе, как было показано в разделе 2.5, или с помощью микронагревателя, расположенного вблизи микрорезонатора [119].

В случае $\delta \neq 0$ в системе уравнений (3.7) имеются уже три независимых безразмерных внешних параметра: мощность накачки F, отстройка излучения накачки от «холодной» парциальной частоты первого резонатора $\Delta = (\omega_{10} - \omega) \cdot \tau$ и межмодовая отстройка $\delta = (\omega_{20} - \omega_{10}) \cdot \tau$. Для начала, как и в случае нулевой межмодовой отстройки, рассмотрим стационарные состояния системы, их устойчивость и области мультистабильности. На рисунке 3.9(а–г) приведены результаты расчётов числа *устойчивых* стационарных состояний системы в зависимости от параметров накачки F и Δ для различных значений межмодовой отстройки δ (аналогично рисунку 3.5(б)), а на рисунке 3.9(д–з) – в зависимости от δ и Δ при различных F.

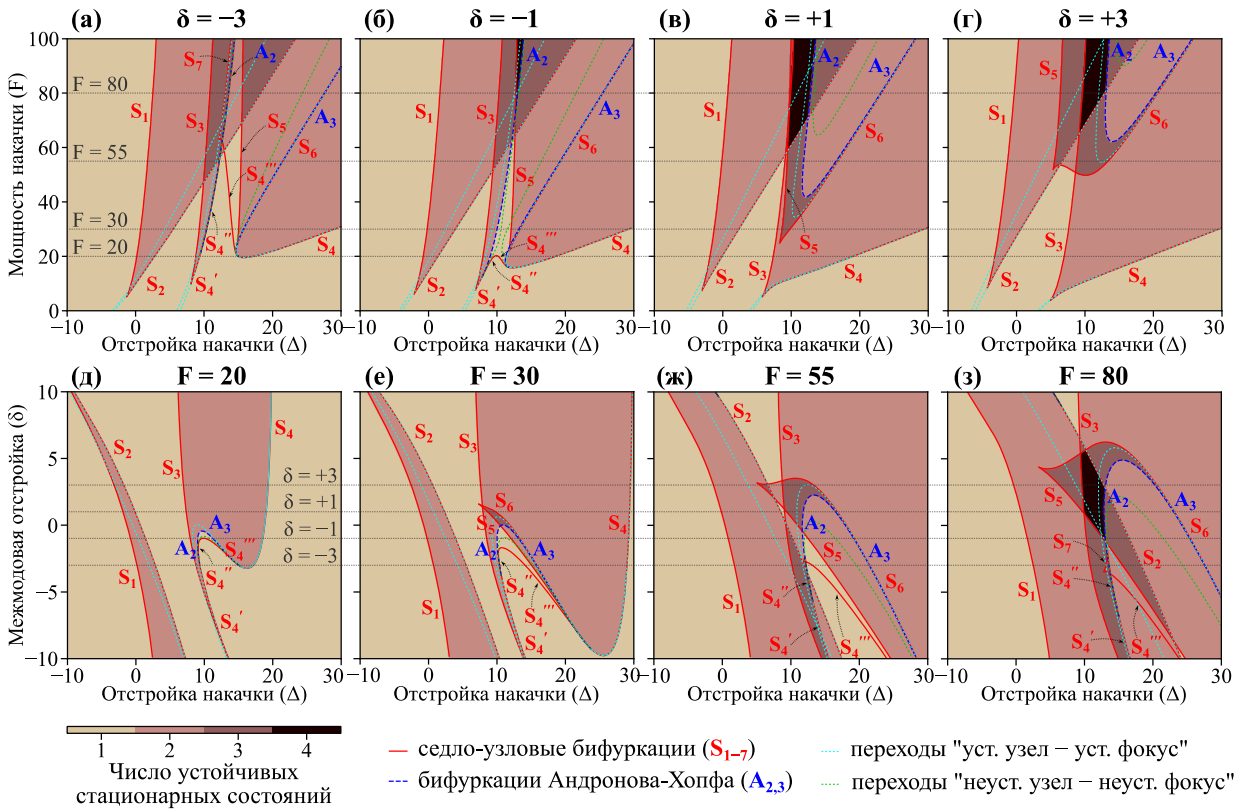


Рисунок 3.9. Число устойчивых стационарных состояний системы в зависимости от внешних параметров: нормированной частотной отстройки излучения накачки от частоты первого микрорезонатора (Δ), нормированной мощности излучения накачки (F) и нормированной межмодовой отстройки (δ) между «холодными» парциальными частотами микрорезонаторов. (а–г) Результаты расчётов при фиксированных δ на плоскости (Δ,F). (д–з) Результаты расчётов при фиксированных F на плоскости (Δ,δ). Найденные бифуркации показаны линиями и подписаны заглавными латинскими буквами соответствующих цветов, соблюдая обозначения, введённые на рисунке 3.5(б), где это возможно.

На рисунке 3.9 также отмечены найденные седло-узловые бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа, соблюдая обозначения, введённые в разделе 3.4, где это возможно. Так как основной интерес с практической точки зрения представляют собой устойчивые стационарные состояния системы и простые методы их достижения, поиск седловых гомоклинических бифуркаций и других бифуркаций, не связанных с изменением количества или устойчивости стационарных состояний, не производился ввиду высокой вычислительной сложности.

Рассмотрим подробнее результаты, показанные на рисунке 3.9. Наиболее важное топологическое изменение происходит с кривой седло-узловой бифуркацией $\boldsymbol{S_4}$: при $\delta < -0.5$ она разделяется на 4 части, которые в дальнейшем будут обозначаться как $\boldsymbol{S_4'}$, $\boldsymbol{S_4''}$, $\boldsymbol{S_4'''}$ и $\boldsymbol{S_4}$ (см. рисунок 3.9(д) при движении снизу вверх). Крайние части получившейся многосоставной кривой на плоскости параметров (Δ, δ), обозначенные $\boldsymbol{S_4'}$ и $\boldsymbol{S_4}$, соответствуют бифуркациям

типа «седло – устойчивый узел», как и $\boldsymbol{S_4}$ в случае $\delta = 0$. Напротив, бифуркации $\boldsymbol{S_4}$'' и $\boldsymbol{S_4}$''' соответствуют бифуркациям типа «седло – неустойчивый узел», и потому, в отличие от $\boldsymbol{S_4}$' и $\boldsymbol{S_4}$, не приводят к появлению устойчивых веток стационарного решения. Максимально достижимое число устойчивых стационарных состояний составляет 4, как и в случае нулевой межмодовой отстройки.

При небольших мощностях накачки F ($F \lesssim 10$) знак межмодовой отстройки по-разному влияет на образование областей бистабильности в окрестности каждого из резонансных пиков. В частности, при $\delta < 0$ левый резонансный пик (соответствующий высокочастотной супермоде в линейном пределе) становится бистабильным при меньших мощностях, чем правый резонансный пик. Следует напомнить, что в случае $\delta = 0$, рассмотренном в предыдущем разделе, бистабильность для обоих пиков наступает при одинаковых значениях F. Этот эффект можно объяснить качественно исходя из физических соображений в пределе существенной отрицательной межмодовой отстройки мод: $\delta \ll -C$. Действительно, отрицательной межмодовой отстройке $\delta = \tau\cdot(\omega_{20} - \omega_{10}) < 0$ соответствует $\omega_{10} > \omega_{20}$. В этом случае, чем больше $|\delta|$, тем ближе частота линейной низкочастотной супермоды к ω_{20}, а частота линейной высокочастотной супермоды – к ω_{10} (в соответствии с результатами, приведёнными в подразделе 3.2.3). Так как накачка системы осуществляется через волоконную перетяжку, расположенную вблизи первого резонатора, в условиях существенной расстройки мод первый резонатор получает больше оптической мощности (это можно понять, если вспомнить, что предел $\delta \to -\infty$ соответствует одиночному микрорезонатору). Это означает, что нелинейные эффекты в первом микрорезонаторе проявятся при меньших мощностях накачки, чем во втором. Математически это будет соответствовать появлению области бистабильности вблизи ω_{10} при меньших F, чем вблизи ω_{20}. В условиях существенной отрицательной межмодовой отстройки парциальная частота первой моды ω_{10} близка к частоте линейной *высокочастотной* супермоды, которая в нелинейном случае соответствует резонансному пику *слева* (с меньшим Δ). Таким образом, для существенных $\delta < 0$, области бистабильности для левого резонансного пика должна наступать при меньших F, чем для правого резонансного пика, что и наблюдается на рисунке 3.9(а,д,е). Похожая ситуация происходит и при $\delta > 0$: достижение нелинейного резонанса с низкочастотной супермодой (справа) происходит при меньших F, чем для пика слева (рисунок 3.9(г)). Качественное объяснение аналогично: в случае существенной отстройки $\delta > 0$ обеспечить резонанс с модой в первом резонаторе проще, а так как её частота ω_{10} близка к частоте *низкочастотной* линейной супермоды (так как $\omega_{10} < \omega_{20}$), область бистабильности вблизи *правого* резонансного пика появляется при меньших F, чем вблизи левого. Важно отметить, что, независимо от знака межмодовой отстройки, чем больше $|\delta|$, тем большая мощность накачки требуется для достижения областей мультистабильности с 3 или 4

устойчивыми состояниями. Это объясняется тем, что введение межмодовой отстройки осложняет одновременное достижение резонанса в первом и втором резонаторах.

3.5.2. Гистерезисные переключения между устойчивыми стационарными состояниями

Перейдём к рассмотрению структуры веток устойчивых стационарных состояний системы в условиях ненулевой межмодовой отстройки δ между «холодными» парциальными модами. Рассчитанные зависимости внутрирезонаторных мощностей $\rho_{1,2}$ от частотной отстройки накачки Δ при фиксированных мощностях накачки F показаны на рисунке 3.10 для двух принципиально отличающихся случаев: $\delta = -3$ (верхний ряд) и $\delta = +3$ (нижний ряд).

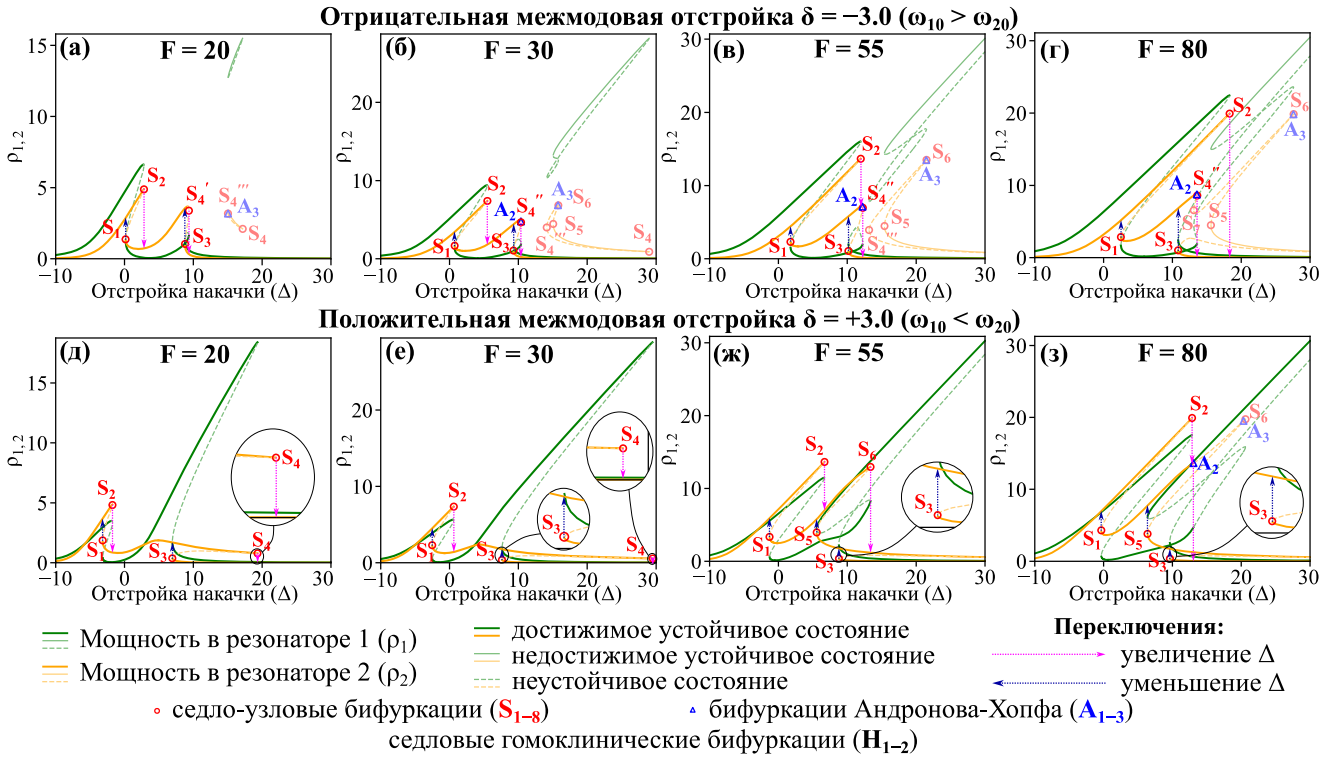


Рисунок 3.10. Внутрирезонаторные мощности в стационарных состояниях системы и закономерности гистерезисных переключений между устойчивыми стационарными состояниями, вызываемых медленным сканированием частоты накачки, для системы с немного отличающимися «холодными» парциальными частотами: $\delta = \tau\cdot(\omega_{20} - \omega_{10}) = -3.0$ (а–г), $\delta = +3.0$ (д–е). Пунктирными стрелками показаны направления переходов: розовыми стрелками – при сканировании с увеличением Δ, тёмно-синими стрелками – при сканировании с уменьшением Δ. Стационарные состояния и точки бифуркации, которые не могут быть достигнуты медленным сканированием Δ, отмечены бледными цветами.

На рисунке 3.10 также показаны направления переключений между устойчивыми ветками стационарного решения, вызываемых медленным сканированием частоты накачки (аналогично подразделу 3.4.3 для $\delta = 0$).

В структуре стационарных состояний системы разделение седло-узловой бифуркации $\boldsymbol{S_4}$ на 4 участка ($\boldsymbol{S_4}$', $\boldsymbol{S_4}$'', $\boldsymbol{S_4}$''' и $\boldsymbol{S_4}$), имеющее место при $\delta < -0.5$, выражается в появлении замкнутых кривых $\rho_{1,2}(\Delta)$, не связанных с другими ветками стационарного решения и недостижимых медленным сканированием частоты накачки. Например, для $\delta = -3$, $F = 20$ (рисунок 3.10(а)) таковой является кривая $\boldsymbol{S_4A_3S_4'''S_4}$, а для $F = 30$, 55 (рисунок 3.10(б,в)) её форма ещё более усложняется и она превращается в замкнутую кривую $\boldsymbol{S_4S_5S_6A_3S_4'''S_4}$. Для больших мощностей эти ветки стационарного решения перестают быть замкнутыми и сливаются с остальными, как проиллюстрировано на рисунок 3.10(б,в). Несмотря на более сложную структуру стационарных состояний, направления переключений между устойчивыми ветками, вызываемых медленным сканированием Δ, полностью аналогичны случаю $\delta = 0$, с той лишь разницей, что ветки $\boldsymbol{A_3S_4}$ (или эквивалентная ей ветка $\boldsymbol{S_5S_4}$) и $\boldsymbol{A_2S_6}$ недостижимы ни при каких значениях F (рисунок 3.10(г)).

Теперь рассмотрим особенности стационарных состояний системы и гистерезисных переключений между ними в случае $\delta = +3$. Одной из них является то, что седло-узловая бифуркация $\boldsymbol{S_5}$ происходит при меньших значениях Δ, чем седло-узловая бифуркация $\boldsymbol{S_3}$. Это оказывается критически важным, так как при сканировании «справа налево» (с уменьшением Δ) переход из основания правого резонансного пика в точке $\boldsymbol{S_3}$ происходит на устойчивую ветку $\boldsymbol{S_5S_4}$ с $\rho_1 \gg \rho_2$, а не на $\boldsymbol{S_1A_2}$, как это происходит про $\delta = 0$. Это означает, что устойчивая ветка $\boldsymbol{S_5S_4}$ достижима медленным сканированием частоты накачки при любом значении F. Детальные расчёты показали, что такое расположение $\boldsymbol{S_5}$ относительно $\boldsymbol{S_3}$, а, соответственно, и достижимость ветки $\boldsymbol{S_5S_4}$ соответствует $\delta \gtrsim +2$. Из этого следует, что все существующие 4 устойчивых состояний системы достижимы при $\delta \gtrsim +2$ и достаточной мощности накачки.

Было проверено, что устойчивая ветка $\boldsymbol{S_5S_4}$, которая не может быть достигнута одним лишь сканированием частотной отстройки накачки при постоянной мощности накачки при $\delta < +2$, может быть достигнута в условиях $\delta < +2$ последовательной комбинацией сканирования частотной отстройки накачки и межмодовой частотной отстройки. Например, для $\delta = -3$, $F = 30$ устойчивая ветка $\boldsymbol{S_5S_4}$ представляет собой часть замкнутой кривой, недостижимой медленным сканированием Δ. Эта ветка, тем не менее, может быть достигнута в три последовательных сканирования при $F = 30 = const$. Во-первых, необходимо начать с $\delta > +2$, $\Delta > 30$ и, медленно увеличивая частоту накачки (уменьшая Δ), приблизиться к области резонансов. Около точки $\boldsymbol{S_3}$ система переключится на устойчивую ветку $\boldsymbol{S_1S_4}$ с $\rho_1 \gg \rho_2$. Второй шаг заключается в сканировании частоты накачки в обратную сторону (с увеличением Δ) до тех пор, пока не будут

достигнуты значения Δ, при которых кривая $\boldsymbol{S_5S_4}$ при $\delta = -3$ существует ($\Delta \approx 15\ldots29$). Третий шаг представляет собой медленное уменьшение межмодовой частотной отстройки δ до целевого значения $\delta = -3$ при постоянных параметрах накачки Δ и F. Изменение δ может быть осуществлено, например, за счёт термализации излучения управляющего диода (аналогично схеме в разделе 2.5) или с помощью микронагревателя, расположенного вблизи одного из микрорезонаторов [119].

Другой интересной особенностью системы при $\delta = +3$ является то, что для сравнительно небольших значений мощностей накачки (рисунок 3.10(д,е)) структура резонансных пиков радикально отличается от случаев $\delta = 0$ и $\delta = -3$: в то время как пик слева всё так же соответствует близким внутрирезонаторным мощностям $\rho_1 \sim \rho_2$, правый резонансный пик ($\Delta > 0$) соответствует существенно асимметричному распределению оптической мощности между резонаторами $\rho_1 \gg \rho_2$. Математически это соответствует тому, что пара седло-узловых бифуркаций $\boldsymbol{S_{5,6}}$ появляется при значительно больших мощностях накачки, чем для идентичных парциальных мод ($F \approx 50$ при $\delta = +3$ против $F \approx 20$ при $\delta = 0$). Соответственно, при сканировании в направлении увеличения Δ (фиолетовые стрелки на рисунке 3.10), финальный переход в нижнее нерезонансное состояние происходит существенно позже, чем при $\delta \leq 0$. Например, для $F = 30$, $\delta = -3$ этот переход происходит при $\Delta \approx 10$, а для $\delta = +3$ – при $\Delta \approx 30$ (сравните рисунок 3.10(б) и рисунок 3.10(е)). Это означает, что спектры выходных мощностей $P_{T,D}$ в этих случаях будут иметь качественные отличия, что может быть использовано для создания высокоточного детектора.

3.5.3. Концепция высокочувствительного детектора на основе системы из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью

Как было теоретически показано выше, система из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью при определённых параметрах оказывается весьма чувствительной к изменениям межмодовой отстройки между «холодными» парциальными частотами. Эта особенность делает рассматриваемую систему весьма перспективной для разработки высокочувствительных миниатюрных детекторов и сенсоров. Одиночные высокодобротные микрорезонаторы с МШГ успешно используются для детектирования единичных молекул и вирусов, веществ в условиях низкой концентрации, а также для высокоточного измерения физических величин [4, 5]. Принцип работы этих устройств основан на обнаружении малых сдвигов резонансной частоты $d\omega$, вызываемых, в случае детекторов частиц – присутствием детектируемого объекта на поверхности микрорезонатора, а в случае сенсоров физических величин – вариациями соответствующей физической величины.

Конкретные механизмы, приводящие к сдвигу собственных частот МШГ, отличаются в каждом конкретном случае, и их обсуждение выходит за рамки настоящей главы. Важно подчеркнуть, что предел детектирования таких устройств ограничен спектральной шириной резонансной линии и, соответственно, добротностью микрорезонатора. В ситуациях, когда величина частотного сдвига $d\omega$ сравнима или даже меньше ширины линии ($d\omega \cdot \tau \lesssim 2$), детекция оказывается сильно затруднена или вовсе невозможна. В этом случае дальнейшее повышение чувствительности прибора может быть обеспечено за счёт использования микрорезонаторов с большей добротностью.

На этом фоне использование рассматриваемой в этой главе нелинейной системы связанных микрорезонаторов в качестве основы миниатюрного детектора выглядит достаточно перспективным, так как потенциально позволит повысить предел чувствительности детекторов и сенсоров, не требуя повышение добротности микрорезонаторов. Концепт подобного прибора показан на рисунке 3.11(а).

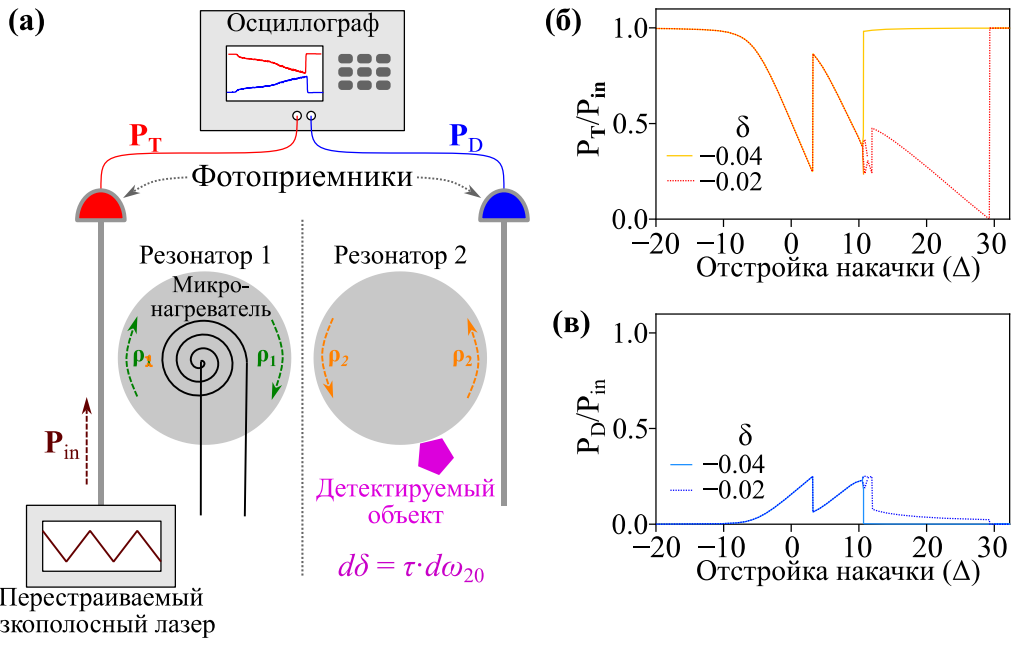


Рисунок 3.11. (а) Принципиальная схема высокочувствительного детектора на основе системы из двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью. (б,в) Результаты теоретических расчётов спектров выходных мощностей для $F = 30$ вблизи точки бифуркации $\delta_B \approx -0.03$.

Предполагается, что накачка осуществляется узкополосным перестраиваемым лазером, частота которого пилообразно зависит от времени. Излучение из каждого из выходных портов направляется последовательно на фотоприёмники и осциллограф, что позволяет измерять зависимости выходных мощностей P_T и P_D от частоты накачки ω (и, соответственно, от

частотной отстройки накачки $\Delta = \tau\cdot(\omega_{10} - \omega)$). Предполагается, что вблизи резонатора 1 расположен микронагреватель, позволяющий независимо регулировать его температуру и тем самым контролировать межмодовую частотную отстройку $\delta = \tau\cdot(\omega_{20} - \omega_{10})$ за счёт изменения ω_{01}. Анализируемое вещество имеет свободный доступ к резонатору 2, но не к резонатору 1.

Контакт частицы анализируемого вещества с поверхностью микрорезонатора 2 приведёт к сдвигу «холодной» парциальной частоты взаимодействующей моды на величину $d\omega_{20}$. Соответственно, изменение межмодовой отстройки δ между «холодными» парциальными частотами составит $d\delta = \tau\cdot d\omega_{20}$. Наиболее предпочтительным режимом работы такого прибора является диапазон средних мощностей накачки F ($F \gtrsim 30$). Как было показано в предыдущем подразделе, в этом случае структура стационарных состояний системы, реализуемых при сканировании частоты лазера накачки, существенно отличается при различных значениях δ. В частности, для обеспечения максимальной чувствительности детектора рабочую точку можно выбрать вблизи точки бифуркации, меняющей структуру выходных спектров. Например, для $F = 30$ можно выбрать δ вблизи $\delta_B \approx -0.03$; в этом случае малые изменения межмодовой отстройки $d\delta$, вызванные контактом частиц анализируемого вещества с поверхностью второго резонатора, вызовут качественные изменения в структуре резонансных пиков, как проиллюстрировано на рисунке 3.11(б,в). При $\delta = -0.02 > \delta_B$ резонансный пик справа, соответствующий асимметричному распределению оптической мощности между микрорезонаторами $\rho_1 \gg \rho_2$, оказывается полностью просканирован вплоть до $\Delta \approx 30$ (пунктирные линии на рисунке 3.11(б,в)). Напротив, при $\delta = -0.04 < \delta_B$, сканирование частоты накачки приводит к переключению системы в нижнее нерезонансное состояние вблизи $\Delta \approx 10$, что радикально изменяет структуру спектров выходных мощностей (сплошные линии на рисунке 3.11(б,в)). Этот пример иллюстрирует возможность обнаружения сдвига резонансной частоты, составляющего всего 1% от ширины резонансной линии, что недоступно в системах детектирования на основе одиночных микрорезонаторов. Предел детектирования в подобной схеме, работающей вблизи точки бифуркации, ограничен практическими соображениями, в частности, доступной экспериментальной точностью настройки δ и величиной флуктуаций параметров в системе.

3.6. Заключение к главе 3

Разработана численная конечноэлементная модель для исследования линейных эффектов частотной гибридизации парциальных МШГ в системе из двух связанных микрорезонаторов с близкими размерами, учитывающая реалистичную геометрическую конфигурацию системы. Для определения линейных параметров взаимодействующих парциальных мод результаты,

полученные с помощью разработанной конечноэлементной модели, были проанализированы с помощью теоретической модели в рамках линейной теории связанных мод. Это позволило получить зависимости характеристик мод (добротностей и коэффициентов связи) от реальных геометрических параметров системы и указать конкретную реалистичную конфигурацию, соответствующую взаимодействию МШГ с выбранными характеристиками.

Разработана теоретическая модель для исследования нелинейных термооптических эффектов в системе из двух связанных микрорезонаторов. Модель основана на использовании уравнений теории связанных мод с учётом температурной зависимости частот парциальных мод в комбинации с уравнениями теплопроводности на температуры каждого из микрорезонаторов. Нелинейные термооптические эффекты учитывались в рамках ранее разработанных и экспериментально верифицированных теоретических моделей. Так как характерные временные масштабы оптических и тепловых процессов в системе отличаются на 7 порядков, поэтому задача была рассмотрена в адиабатическом приближении: предполагалось, что процесс установления оптического поля происходит существенно быстрее изменений температуры, что позволяет упростить динамическую систему уравнений и существенно снизить вычислительную сложность задачи. Стоит отметить, что обратный предел быстрых нелинейных эффектов соответствует задаче с керровской нелинейностью. В этом случае структура стационарных состояний системы будет совпадать с результатами настоящей работы для системы с термооптической нелинейностью, однако их устойчивость и динамические особенности будут отличаться.

На основе разработанной теоретической модели был реализован оригинальный численный код, с помощью которого был проведён анализ равновесных состояний системы и их устойчивости при накачке монохроматическим излучением с длиной волны около 1.55 мкм. Получено, что, в зависимости от мощности и частотной отстройки накачки, а также от величины межмодовой отстройки «холодных» парциальных мод, в системе возможны до 9 стационарных состояний, из которых устойчивыми являются не более 4. Это кардинально отличает рассматриваемую систему из двух микрорезонаторов с термооптической нелинейностью от системы из одиночного нелинейного микрорезонатора, где число возможных состояний равновесия ограничено 3, из которых не более 2 устойчивы. Найдены области мультистабильности при различных параметрах накачки и межмодовой отстройки. При анализе стационарных состояний системы также были найдены седло-узловые бифуркации, бифуркации Андронова-Хопфа и седловые гомоклинические бифуркации (бифуркации петли сепаратрисы седла), а также автоколебательные режимы.

Проведён анализ гистерезисных переключений между устойчивыми стационарными состояниями системы, вызываемых медленным сканированием частоты накачки.

Сформулированы закономерности, определяющие направления переключений при сканировании как с увеличением, так и с уменьшением частоты накачки. Показано, что, в зависимости от межмодовой отстройки, не все устойчивые ветки стационарного решения могут быть достигнуты сканированием частоты накачки в условиях постоянной мощности накачки. Величина и знак межмодовой отстройки между «холодными» парциальными модами существенно влияет как на структуру стационарных состояний системы, так и на реализуемые направления гистерезисных переключений. На основе этого эффекта предложена концепция высокочувствительного детектора, работающего вблизи точки бифуркации.

Заключение

Основные результаты диссертационного исследования заключаются в следующем.

1. Показано, что в сплошных микросферах при уменьшении их диаметра происходит плавный сдвиг длины волны нулевой дисперсии (λ_{ZD}) в длинноволновую область относительно λ_{ZD} материала. В полых тонкостенных микросферах путем выбора их диаметра и толщины можно добиться смещения λ_{ZD} как в длинноволновую, так и в коротковолновую сторону относительно λ_{ZD} материала. Для фундаментальных ТЕ мод полых микросфер с внутренним радиусом 100 мкм и толщиной стенки 2 мкм λ_{ZD} составляет 0.97 мкм для микрорезонаторов из кварцевого стекла (λ_{ZD} = 1.28 мкм), 1.23 мкм – из германатного стекла (λ_{ZD} = 1.75 мкм), 1.84 мкм – из теллуритного стекла (λ_{ZD} = 2.2 мкм), 3.0 мкм – из халькогенидного As_2S_3 стекла (λ_{ZD} = 4.9 мкм), 4.1 мкм – из халькогенидного As_2Se_3 стекла (λ_{ZD} = 7.2 мкм).

2. Продемонстрировано, что в предложенных кварцевых микросферах диаметром порядка 100 мкм с германосиликатным покрытием толщиной около 2 мкм при оптимальных параметрах можно получить околонулевую дисперсию в широком диапазоне длин волн 1.46…1.625 мкм. Показано, что данная конструкция микрорезонатора предоставляет исключительные возможности для управления кривыми фазового синхронизма при вырожденном четырёхволновом взаимодействии. Обнаружено, что для некоторых параметров резонатора условия синхронизма выполняются для двух и даже трёх пар генерируемых волн. Показано, что диапазон перестройки их частот может достигать 78 ТГц (450 нм) при изменении частоты накачки всего на 3.8 ТГц (30 нм), что значительно превосходит диапазон перестройки для обычных кварцевых микросфер.

3. В результате сравнительного анализа температурной чувствительности длин волн МШГ ($d\lambda/dT$) микросфер из кварцевого (SiO_2), германатного (GeO_2), теллуритного (TeO_2–WO_3–La_2O_3) и халькогенидных (As_2S_3 и As_2Se_3) стёкол показано, что наибольшее значение $d\lambda/dT$ = 57 пм/К на длине волны 1.55 мкм достигается для микросфер из стекла As_2Se_3, что в 6 раз выше значения для кварцевых микросфер, равного 9.4 пм/К, в то время как температурные чувствительности для микросфер из стекол As_2S_3, GeO_2, TeO_2–WO_3–La_2O_3 составляют 36 пм/К, 25 пм/К и 16 пм/К соответственно. Продемонстрировано, что температурная чувствительность рассмотренных микросфер практически не зависит от их добротности и размера (при радиусах ≥30 мкм), малых отклонений формы от сферической и выбора рабочей моды.

4. Предложен способ, позволяющий с использованием вспомогательного лазерного диода включать/выключать непрерывную рамановскую генерацию в теллуритной микросфере, а также генерацию рамановских солитонов с контролируемой шириной спектра и рамановских “паттернов Тьюринга” в функционализированной кварцевой микросфере со специально

нанесенным поглощающим покрытием вблизи её полюса (вдали от рабочей МШГ). Найдены температурные поля, возникающие в данных микрорезонаторах при термализации излучения вспомогательного диода и лазера накачки. На их основе вычислены соответствующие отстройки частот МШГ относительно частоты узкополосной накачки, необходимые для объяснения указанных режимов рамановской генерации.

5. В системе двух связанных микрорезонаторов с термооптической нелинейностью при однонаправленной непрерывной накачке показано, что при одних и тех же параметрах возможны до девяти стационарных состояний, при этом не более четырёх из них устойчивы. Построены бифуркационные диаграммы; определены нетривиальные гистерезисные переключения между устойчивыми стационарными состояниями, вызываемые медленным сканированием частоты накачки; найдены области автоколебаний. Показано, что даже малая расстройка между парциальными частотами резонаторов кардинально влияет на структуру стационарных состояний и возможных гистерезисных переключений. На основе этого эффекта предложена схема высокочувствительного детектора, работающего вблизи точки бифуркации.

Таким образом, полученные в диссертационной работе результаты создают основу для разработки прототипов новых компактных фотонных устройств на базе стеклянных микрорезонаторов, в том числе, нелинейно-оптических преобразователей лазерного излучения и высокочувствительных сенсоров с улучшенными характеристиками. Дальнейшее развитие темы может быть связано непосредственно с разработкой и исследованием таких устройств для конкретных приложений, а также с переходом к системам на основе единичных и связанных микрорезонаторов других геометрий.

Список литературы

[1]. Righini, G.C. Whispering gallery mode microresonators: fundamentals and applications / G.C. Righini, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, G. Nunzi Conti, D. Ristic, S. Soria // La Rivista del Nuovo Cimento. – 2011. – Vol. 34, № 7. – P. 435-488.

[2]. Kippenberg, T.J. Dissipative Kerr solitons in optical microresonators / T.J. Kippenberg, A.L. Gaeta, M. Lipson, M.L. Gorodetsky // Science. – 2018. – Vol. 361. – P. eaan8083.

[3]. Jiang, X. Whispering-Gallery Sensors / X. Jiang, A.J. Qavi, S.H. Huang, L. Yang. // Matter. – 2020. – Vol. 3. № 2. – P. 371–392.

[4]. Foreman, M.R. Whispering gallery mode sensors / M.R. Foreman, J.D. Swaim, F. Vollmer // Adv. Opt. Photon. – 2015. – Vol. 7, № 2. – P. 168.

[5]. Heylman, K.D. Optical Microresonators for Sensing and Transduction: A Materials Perspective / K.D. Heylman, K.A. Knapper, E.H. Horak, M.T. Rea, S.K. Vanga, R.H. Goldsmith // Advanced Materials. – 2017. – Vol. 29, № 30. – P. 1700037.

[6]. Toropov, N.. Review of biosensing with whispering-gallery mode lasers / N. Toropov, G. Cabello, M.P. Serrano, R.R. Gutha, M. Rafti, F. Vollmer // Light: Science & Applications. – 2021. – Vol. 10. – P. 42.

[7]. Han, Z. Optical filtering with axial whispering gallery modes on the surface of tapered optical fibers / Z. Han, S.S. Fast, E. Klotz, I.D. Vatnik, D.V. Churkin // Laser Physics Letters. – 2020. – Vol. 17. – P. 066201.

[8]. Sumetsky, M. SNAP microwave optical filters / M. Sumetsky // Optics Letters. – 2021. – Vol. 46. – P. 4144–4147.

[9]. Suh, M.G. Microresonator soliton dual-comb spectroscopy / M.G. Suh, Q.F. Yang, K.Y. Yang, X. Yi, K.J. Vahala // Science. – 2016. – Vol. 354. – P. 600–603.

[10]. Pfeifle, J. Coherent terabit communications with microresonator Kerr frequency combs / J. Pfeifle, V. Brasch, M. Lauermann et al. // Nature Photonics. – 2014. – Vol. 8. – P. 375–380.

[11]. Soliton microcomb based spectral domain optical coherence tomography / P.J. Marchand, J. Riemensberger, J.C. Skehan et al. // Nature Communications. – 2021. – Vol. 12, № 1. – P. 427.

[12]. Microresonator frequency comb optical clock / S.B. Papp, K. Beha, P. Del'Haye et al. // Optica. – 2014. – Vol. 1, № 1. – P. 10–14.

[13]. Городецкий, М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью: учебное пособие / М.Л. Городецкий. – Москва: Физматлит, 2011. – 416 с. – ISBN 978-5-9221-1283-3.

[14]. Fujii, S. Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for Kerr frequency comb generation / S. Fujii, T. Tanabe // Nanophotonics. – 2020. – Vol. 9, № 5. – P. 1087–1104.

[15]. Yan, Y.-Z. Packaged silica microsphere-taper coupling system for robust thermal sensing application. / Y.-Z. Yan, C.-L. Zou, S.-B. Yan et al. // Opt. Express. – 2011. – Vol. 19, No. 7. – P. 5753–5759.

[16]. Tao, G. Infrared fibers / G. Tao, H. Ebendorff-Heidepriem, A.M. Stolyarov et al. // Advances in Optics and Photonics. – 2015. – Vol. 7, № 2. – P. 379–458.

[17]. Shiryaev, V.S. Chalcogenide Glasses and Fibers for Middle Infrared Sensing / V.S. Shiryaev, A.P. Velmuzhov, M.V. Sukhanov, E.A. Romanova. – Generis Publishing, 2026. – 270 p. – ISBN 979-8-89966-380-2.

[18]. Frankis, H.C. A Tellurium Oxide Microcavity Resonator Sensor Integrated On-Chip with a Silicon Waveguide / H.C. Frankis, D. Su, D.B. Bonneville, J.D.B. Bradley // Sensors. – 2018. – Vol. 18, № 11. – P. 4061.

[19]. Xia, D. Engineered Raman lasing in photonic integrated chalcogenide microresonators / D. Xia, Y. Huang, B. Zhang et al. // Laser & Photonics Reviews. – 2022. – Vol. 16, № 4. – P. 2100443.

[20]. Xia, D. Reconfigurable chalcogenide integrated nonlinear photonics / D. Xia, L. Luo, L. Wang // Nature Communications. – 2025. – Vol. 16, №. 1. – P. 10133.

[21]. Литвак, А. Г. О самофокусировке мощных световых пучков, связанной с тепловыми эффектами / А.Г. Литвак // Письма в ЖЭТФ. – 1966. – Т. 4, Вып. 9. – С. 341–345.

[22]. Jiang, X. Optothermal Dynamics in Whispering-Gallery Microresonators / X. Jiang, L. Yang // Light Sci Appl. – 2020. – Vol. 9. – P. 24.

[23]. Jang, J.K. Synchronization of coupled optical microresonators / J.K. Jang, A. Klenner, X. Ji et al. // Nature Photon. – 2018. – Vol. 12, № 11. – P. 688–693.

[24]. Tikan, A. Protected generation of dissipative Kerr solitons in supermodes of coupled optical microresonators / A. Tikan, A. Tusnin, J. Riemensberger et al. // Science Advances – 2022. – Vol. 8, № 13. – P. eabm6982.

[25]. Komagata, K. Dissipative Kerr solitons in a photonic dimer on both sides of exceptional point / K. Komagata, A. Tusnin, J. Riemensberger et al. // Communications Physics. – 2021. – Vol. 4, № 1. – P. 154.

[26]. Pasquazi, A. Micro-combs: A novel generation of optical sources / A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari et al. // Physics Reports. – 2018. – Vol. 729. – P. 1–81.

[27]. Del'Haye, P. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator / P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet et al. // Nature. – 2007. – Vol. 450. – P. 1214–1217.

[28]. Ortiz-Ricardo, E. Sub-MHz spectral width photon-pair source based on fused silica microspheres / E. Ortiz-Ricardo, C. Bertoni-Ocampo, M. Maldonado-Terrón et al. // Photonics Research. – 2021. – Vol. 9, № 11. – P. 2237–2252.

[29]. Agrawal, G.P. Nonlinear Fiber Optics / G.P. Agrawal. – 2019, 6th ed. – London: Elsevier. – ISBN 978-0-12-397023-7.

[30]. Dianov, E.M. Germania-based core optical fibers / E.M. Dianov, V.M. Mashinsky // Journal of Lightwave Technology. – 2005. – Vol. 23, №11. – P. 3500–3508.

[31]. El-Mallawany, R.A.H. Tellurite Glasses Handbook / R.A.H. El-Mallawany // Boca Raton: CRC Press, 2014. – ISBN 9780429110672.

[32]. Eggleton, B.J. Chalcogenide Photonics / B.J. Eggleton, B. Luther-Davies, K. Richardson // Nature Photonics. – 2011. – Vol. 5. – P. 141-148.

[33]. Ораевский, А.Н. Волны шепчущей галереи / А.Н. Ораевский // Квантовая электроника. – 2002. – Т. 32. – С. 377-400.

[34]. Johnson, B.R. Theory of morphology-dependent resonances: shape resonances and width formulas / B.R. Johnson // J. Opt. Soc. Am. A. – 1993. – Vol. 10, № 2. – P. 343–352.

[35]. Fleming, J.W. Dispersion in GeO2-SiO2 glasses / J.W. Fleming // Applied Optics. – 1984. – Vol. 23, №.24. – P. 4486–4493.

[36]. Anashkina, E.A. Toward a mid-infrared femtosecond laser system with suspended-core tungstate-tellurite glass fibers / E.A. Anashkina, A.V. Andrianov, V.V. Dorofeev, A.V. Kim // Appl. Opt. – 2016. – Vol. 55. – P. 4522–4530.

[37]. Rodney, W.S. Refractive Index of Arsenic Trisulfide. / W.S. Rodney, I.H. Malitson, T.A. King // J. Opt. Soc. Am. – 1958. Vol. 48. – P. 633–636.

[38]. Carlie, N. Measurement of the refractive index dispersion of As2Se3 bulk glass and thin films prior to and after laser irradiation and annealing using prism coupling in the near- and mid-infrared spectral range / N. Carlie, N.C. Anheier, H.A. Qiao et al. // Rev. Sci. Instr. – 2011.– Vol. 82. – P. 053103.

[39]. Schiller, S. Asymptotic expansion of morphological resonance frequencies in Mie scattering / S. Schiller // Optical Society of America. – 1993. – Vol. 32, No. 12, – P. 2181–2185.

[40]. Mägi, E.C. Enhanced Kerr nonlinearity in sub-wavelength diameter As2Se3 chalcogenide fiber tapers / E.C. Mägi, L.B. Fu, H.C. Nguyen et al. // Optics Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 10324–10329.

[41]. Braginsky, V.B. Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes / V.B. Braginsky, M.L. Gorodetsky, V.S. Ilchenko // Physics Letters A. – 1989. – Vol. 137, No.7–8. – P.393–397.

[42]. Riesen, N. Dispersion analysis of whispering gallery mode microbubble resonators / N. Riesen, W.Q. Zhang, T.M. Monro // Optics Express. – 2016. – Vol. 24, No. 8. – P.8832–8847.

[43]. Yatsenko, Y. D-scan measurement of nonlinear refractive index in fibers heavily doped with GeO2 / Y. Yatsenko, A. Mavritsky // Optics Letters. – 2007. Vol. 32, № 22. – P. 3257–3259.

[44]. Boudebs, G. Experimental and theoretical study of higher-order nonlinearities in chalcogenide glasses / G. Boudebs, S. Cherukulappurath, H. Leblond et al. // Optics Communications. – 2003. – Vol. 219. – P. 427–433.

[45]. Banerjee, A. Wavelength-division-multiplexed passive optical network (WDM-PON) technologies for broadband access: a review / A. Banerjee, Y. Park, F. Clarke et al. // J. Opt. Netw. – 2005. – Vol. 4, № 11. – P. 737–758.

[46]. ITU-T Recommendation G.694.1: Spectral Grids for WDM Applications: DWDM Frequency Grid / International Telecommunication Union, Telecommunication Standardization Sector of ITU. – 2012. – P. 1–7.

[47]. Salgals, T. Demonstration of a fiber optical communication system employing a silica microsphere-based OFC source / T. Salgals, J. Alnis, R. Murnieks et al. // Opt. Express. – 2021. Vol. 29, № 7. – P. 10903–10913.

[48]. Agha, I.H. Theoretical and experimental investigation of broadband cascaded four-wave mixing in high-Q microspheres / I.H. Agha, Y. Okawachi, A.L. Gaeta // Optics Express. – 2009. – Vol. 17. – P. 16209–16215.

[49]. Sayson, N.L.B. Widely tunable optic parametric oscillation in a Kerr microresonator / N.L.B Sayson, K.E. Webb, S. Coen, M. Erkintalo, S.G. Murdoch // Optics Letters. – 2017. – Vol. 42. – P. 5190–5193.

[50]. Gorodetsky, M.L. Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering-gallery modes / M.L. Gorodetsky, V.S. Ilchenko // J. Opt. Soc. Am. B. – 1999. – Vol. 16, № 1. – P. 147.

[51]. Hansson, T. Dynamics of microresonator frequency comb generation: models and stability / T. Hansson, S. Wabnitz // Nanophotonics. – 2016. – Vol. 5. – P. 231–243.

[52]. Coen, S. Universal scaling laws of Kerr frequency combs / S. Coen, M. Erkintalo // Optics Letters. – 2013. – Vol. 38. – P. 1790–1792.

[53]. Lai, H.M. Time-independent perturbation for leaking electromagnetic modes in open systems with application to resonances in microdroplets / H. M. Lai, P. T. Leung, K. Young et al. // Phys. Rev. A. – 1990. – Vol. 41, № 9. – P. 5187–5198.

[54]. Kher-Alden, J. Microspheres with Atomic-Scale Tolerances Generate Hyperdegeneracy / J. Kher-Alden, S. Maayani, L.L. Martin et al. // Phys. Rev. X. – 2020. – Vol. 10. № 3. – P. 031049.

[55]. Teraoka, I. Whispering-gallery modes in a misrosphere coated with a high-refractive index layer: polarization-dependent sensitivity enhancement of the resonance-shift sensor and TE–TM resonance matching / I. Teraoka, S. Arnold // Journal of Optical Society of America B. – 2007. – Vol. 24. – P. 653–659.

[56]. Fujimaki, M. Effect of annealing on Ge-doped SiO_2 thin films / M. Fujimaki, S. Shimoto, N. Miyazaki et al. // Journal of Applied Physics. – 1999. – Vol. 86. №. 9. – P. 5270–5273.

[57]. J. Khaled, T. Fujiwara, M. Ohama, A.J. Ikushima. Generation of second harmonics in Ge-doped SiO2 thin films by ultraviolet irradiation under poling electric field / J. Khaled, T. Fujiwara, M. Ohama, A.J. Ikushima // Journal of Applied Physics. – 2000. – Vol. 87. № 5. – P. 2167–2141.

[58]. Ho, C.K.F. Optical functions of $(x)GeO_2$:$(1 - x)SiO_2$ films determined by multi-sample and multi-angle spectroscopic ellipsometry / C.K.F. Ho, K. Pita, N.Q. Ngo, C.H. Kam // Optics Express. – 2005. – Vol. 13, № 3. – P. 1049–1054.

[59]. Chen, D.-G. GeO_2-SiO_2 thin films for planar waveguide applications / D.-G. Chen, B.G. Potter, J.H. // Journal of Non-Crystalline Solids. – 1994. – Vol. 178, № 3. – P. 135–147.

[60]. Potter, B.G. Jr. Raman scattering investigation of xGeO2-(1 − x)SiO2 planar waveguides / B.G. Potter Jr., R. Ochoa, D.G. Chen, J.H. Simmons // Optics Letters. – 1992. – Vol. 17, No. 19. – P. 1349–1351.

[61]. Savchenkov, A.A. Ultraviolet-assisted frequency trimming of optical microsphere resonators / A.A. Savchenkov, V.S. Ilchenko, T. Handley, L. Maleki // Optics Letters. – 2003. – Vol. 28, No. 8. – P. 649–650.

[62]. Han, M. Temperature compensation of optical microresonators using a surface layer with negative thermo-optic coefficient / M. Han, A. Wang // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32, No. 13. – P. 1800–1802.

[63]. Li, B.B. On chip, high-sensitivity thermal sensor based on high-Q polydimethylsiloxane-coated microresonator / B.B. Li, Q.Y. Wang, Y.F. Xiao, X.F. Jiang, Y. Li, L. Xiao, Q. Gong // Applied Physics Letters. – 2010. – Vol. 96, No. 25. – P. 251109.

[64]. Eroglu, D. Quality Factor Enhancement of Lateral Microresonators in Liquid Media by Hydrophobic Coating / D. Eroglu, H. Kulah // Journal of Microelectromechanical Systems. – 2011. – Vol. 20, No. 5. – P. 1068–1070.

[65]. Yu, J.; Lewis, E.; Brambilla, G.; Wang, P. Temperature Sensing Performance of Microsphere Resonators. / J. Yu, E. Lewis, G. Brambilla, P. Wang // Sensors. – 2018. – Vol. 18, No. 8 – P. 2515.

[66]. Kuse, N. Continuous Scanning of a Dissipative Kerr-Microresonator Soliton Comb for Broadband, High-Resolution Spectroscopy / N. Kuse, T. Tetsumoto, G. Navickaite, M. Geiselmann, and M. E. Fermann // Opt. Lett. – 2020. – Vol. 45, No. 4. – P. 927–930.

[67]. Lobanov, V.E. Thermally Induced Generation of Platicons in Optical Microresonators / V. E. Lobanov, N. M. Kondratiev, I. A. Bilenko // Opt. Lett. – 2021. – Vol. 46, No. 10. – P. 2380–2383.

[68]. Yang, Z. Low Temperature Fabrication of Chalcogenide Microsphere Resonators for Thermal Sensing. / Z. Yang, Y. Wu, X. Zhang et al. // IEEE Photon. Technol. Lett. – 2017. – Vol. 29, No. 1 – P. 66–69.

[69]. Incropera, F.P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer / F.P. Incropera, D.P. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine. – 6th ed., 2006 – Hoboken: John Wiley & Sons. – ISBN 978-0-471-45728-2.

[70]. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: Учебное пособие: Для вузов. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – 5-е изд., стереот. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 736 с. – ISBN 5-9221-0121-8 (Т. VI).

[71]. Kut'in, A.M.. Thermal conductivity of (TeO2)0.7(WO3)0.2(La2O3)0.1 Glass / A.M. Kut'in, V.S. Polyakov, A.M. Gibin, M.F. Churbanov // Inorganic Materials. – 2006. – Vol. 42, No. 12. – P. 1393–1396.

[72]. Brüning, R. On the glass transition in vitreous silica by differential thermal analysis measurements / R. Brüning // Journal of Non-Crystalline Solids. – 2003. – Vol. 330, № 1–3. – P. 13–22.

[73]. Sakka, S. Structure of alkali germanate glasses studied by spectroscopic techniques / S. Sakka, K. Kamiya // Journal of Non-Crystalline Solids. – 1982. – Vol. 49, № 1–3. – P. 103–116.

[74]. Sørensen, S.S. Impact of network topology on the thermal and mechanical properties of lithium germanate glasses / S.S. Sørensen, T. To, J.F.S. Christensen, H. Johra, M.M. Smedskjaer // J. Am. Ceram. Soc. – 2021. – Vol. 105, № 2. – P. 977–989.

[75]. Richet, P. Low-temperature heat capacity of GeO2 and B2O3 glasses: thermophysical and structural implications / P. Richet P, D. de Ligny, E.F. Jr. Westrum // Journal of Non-Crystalline Solids. – 2003. – Vol. 315, № 1–2. – P. 20–30.

[76]. Kamiya, K. Thermal expansion of TiO2–SiO2 and TiO2–GeO2 glasses / S. Sakka, K. Kamiya // Journal of Non-Crystalline Solids. – 1982. – Vol. 52, № 1–3. – P. 357–363.

[77]. Kut'in, A. M. Thermo-physical properties of 0.72TeO2–0.24WO3–0.04La2O3 glass / A.M. Kut'in, V.V. Dorofeev, A.N. Moiseev et al. // Journal of Non-Crystalline Solids. – 2013. – Vol. 377. – P. 16–20.

[78]. URL: https://us.shop.schott.com/advanced-optics/en/IRG-27/c/glass-IRG27 (дата обращения 16.05.2026)

[79]. URL: https://us.shop.schott.com/advanced-optics/en/IRG-26/c/glass-IRG26 (дата обращения 16.05.2026)

[80]. Pavlov, V.I. Microresonator Effective Thermal Parameters Definition via Thermal Modes Decomposition / V.I. Pavlov, N.M. Kondratiev, A.E. Shitikov, V.E. Lobanov // Photonics. – 2023. – Vol. 10, № 10. – P. 1131.

[81]. Barron, T. Heat Capacity and Thermal Expansion at Low Temperatures. / T. Barron, G. White. – New York: Springer, 1999. – 307 p. – ISBN 978-1-4613-7126-7.

[82]. Leviton, D.B. Temperature-dependent absolute refractive measurements of synthetic fused silica. / D.B. Leviton, B.J. Frey // In Proceedings of SPIE Optomechanical Technologies for Astronomy, Orlando, Florida, United States, 6 July 2006.

[83]. Napolitano, A. Spectrum of Relaxation Times in GeO2 Glass. / A. Napolitano, P.B. Macedo // J. Res. Natl. Bur. Stand. A Phys. Chem. – 1968. – Vol. 72A, No. 4. – P. 425–433.

[84]. Yin, Z.-Y. Photoinduced grating filters in GeO2 thin-film waveguides. / Z.-Y. Yin, P.E. Jessop, B.K. Garside // Appl. Opt. – 1983. – Vol. 22, No. 24. – P. 4088–4092.

[85]. Pilla, V. Thermal-lens study of thermo-optical properties of tellurite glasses / V. Pilla, E.F. Chillcce, A.A.R. Neves et al. // J. Mater. Sci. – 2007. – Vol. 42, 2304–2308.

[86]. Morgan, G.J. Thermal expansion of amorphous As2S3 at low temperatures. / G.J. Morgan, G.K. White, J.G. Collins // Philos. Mag. B. – 1981. – Vol. 43, No. 6. – P. 1039–1048.

[87]. Musgraves, J.D. Composition dependence of the viscosity and other physical properties in the arsenic selenide glass system. / J.D. Musgraves, P. Wachtel, S. Novak, J. Wilkinson, K. Richardson // J. Appl. Phys. – 2011. – Vol. 110, No. 6. – P. 063503.

[88]. Мезенов, А.В. Термооптика твердотельных лазеров / А.В. Мезенов, Л.Н. Сомс, А.И. Степанов. – Ленинград: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1986. – 199 с.

[89]. Ioppolo, T. Pressure tuning of whispering gallery mode resonators / T. Ioppolo, M.V. Ötügen // J. Opt. Soc. Am. B. – 2007. – Vol. 24, № 10. – P. 2721–2726.

[90]. Wada, M. Stress-induced and photo-induced birefringences in As2S3 glass / Masaki Wada, K. Mitsui, Y. Ishibashi, A. Saitoh, K. Tanaka // Journal of Non-Crystalline Solids. – 2023. – Vol. 600. – P. 122017.

[91]. Linke, D. Eigenschafts-Korrelationen bei Chalkogenidgläsern. X. Struktureinflüsse auf das spannungsoptische Verhalten von infrarotdurchlässigen Chalkogenidgläsern / D. Linke // Zeitschrift anorg allge chemie. – 1986. – Vol. 540, № 9–10. – P. 142–162.

[92]. Ma, Q. Whispering-Gallery Mode Silica Microsensors for Cryogenic to Room Temperature Measurement. / Q. Ma, T. Rossmann, Z. Guo // Meas. Sci. Technol. – 2010. – Vol. 21. – P. 025310.

[93]. Dorofeev, V.V. High-purity TeO2–WO3–(La2O3,Bi2O3) glasses for fiber-optics / V.V. Dorofeev, A.N. Moiseev, M.F. Churbanov // Optical Materials. – 2011. – Vol. 33, № 12. – P. 1911–1915.

[94]. Peng, B. Parity–time-symmetric whispering-gallery microcavities / B. Peng, Ş.K. Özdemir, F. Lei et al. // Nature Phys. – 2014. – Vol. 10, № 5. – P. 394–398.

[95]. Chang, L. Parity–time symmetry and variable optical isolation in active–passive-coupled microresonators / L. Chang, X. Jiang, S. Hua et al. // Nature Photon. – 2014. – Vol. 8, № 7. – P. 524–529.

[96]. Wade, M. T. Efficient wavelength multiplexers based on asymmetric response filters / M.T. Wade, M.A. Popović // Opt. Express. – 2013. – Vol. 21, № 9. – P. 10903–10916.

[97]. Ngo, Q. M. All-Optical Switches Based on Multiple Cascaded Resonators With Reduced Switching Intensity-Response Time Products / Q.M. Ngo; S. Kim; J. Lee; H. Lim // J. Lightwave Technol. – 2012. – Vol. 30, № 22. – P. 3525–3531.

[98]. Scheuer J. All-optical switching of dark states in nonlinear coupled microring resonators / J. Scheuer, A.A. Sukhorukov, Y.S. Kivshar // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35, № 21. – P. 3712–3714.

[99]. Boriskina, S.V. Self-referenced photonic molecule bio(chemical)sensor / L. Dal Negro // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35, № 14. – P. 2496–2498.

[100]. Li, Y. Whispering gallery mode hybridization in photonic molecules. / Y. Li, F. Abolmaali, K.W. Allen et al. // Laser & Photonics Reviews. – 2017. – Vol. 11, No. 2. – P. 1600278.

[101]. Jin, L. Optical multi-stability in a nonlinear high-order microring resonator filter / L. Jin, L.D. Lauro, A. Pasquazi et al. // APL Photonics. – 2020. – Vol. 5, № 5. – P.056106.

[102]. Grudinin, I. S. Thermal instability of a compound resonator / I.S. Grudinin, K.J. Vahala // Opt. Express. – 2009. – Vol. 17, № 16. – P. 14088–14098.

[103]. Schmidt, C. Temperature induced nonlinearity in coupled microresonators / C. Schmidt, A. Chipouline, T. Käsebier et al. // Appl. Phys. B. – 2011. – Vol. 104, № 3. – P. 503–511.

[104]. Huang, C. Dynamic nonlinear thermal optical effects in coupled ring resonators / C. Huang, J. Fan, L. Zhu // AIP Advances. – 2012. – Vol. 2, № 3. – P. 032131.

[105]. Astratov, V.N. Optical coupling and transport phenomena in chains of spherical dielectric microresonators with size disorder / V.N. Astratov, J.P. Franchak, S.P. Ashili // Applied Physics Letters. – 2004. – Vol. 85, № 23. – P. 5508–5510.

[106]. Hara, Y. Photonic Molecule Lasing / Y. Hara, T. Mukaiyama, K. Takeda, M. Kuwata-Gonokami // Opt. Lett. – 2003. – Vol. 28, No.24. – P. 2437–2439.

[107]. Li, Q. Coupled Mode Theory Analysis of Mode-Splitting in Coupled Cavity System / Q. Li, T. Wang, Y. Su, M. Yan, M. Qiu // Opt. Express. – 2010. – Vol. 18, No. 8. – P. 8367–8382.

[108]. Haus, H.A. Coupled-mode theory. / H. A. Haus, W. Huang // Proceedings of the IEEE – 1991. – Vol. 79, No. 10. – P. 1505–1518.

[109]. Jebali, N. Combining FDTD and coupled-mode theory for self-pulsing modeling in coupled nonlinear microring resonators. / N. Jebali, L. Bodiou, J. Charrier, A. Armaroli, Y. Dumeige // Journal of the Optical Society of America B. – 2020. – Vol. 37, No. 9. – P. 2557–2563.

[110]. Yelo-Sarrión, J. Self-Pulsing and Chaos in the Asymmetrically Driven Dissipative Photonic Bose–Hubbard Dimer: A Bifurcation Analysis. / J. Yelo-Sarrión, F. Leo, S.-P. Gorza, P. Parra-Rivas // Chaos. – 2022. – Vol. 32, No. 8. – P. 083103.

[111]. Peng, B. Photonic Molecules Formed by Coupled Hybrid Resonators / B. Peng, Ş.K. Özdemir, J. Zhu, L. Yang // Opt. Lett. – 2012. – Vol. 37, No.16. – P. 3435–3437.

[112]. Boriskina, S.V. Coupling of whispering-gallery modes in size-mismatched microdisk photonic molecules / S.V. Boriskina // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32, No. 11. – P. 1557–1559.

[113]. He, L. Oscillatory thermal dynamics in high-Q PDMS-coated silica toroidal microresonators / L. He, Y.-F. Xiao, J. Zhu, S. K. Ozdemir, L. Yang // Optics Express. – 2009. – Vol. 17, No. 12. – P. 9571–9581.

[114]. Souza, M.C.M.M. Modeling quasi-dark states with temporal coupled-mode theory / M.C.M.M. Souza, G.F.M. Rezende, L.A.M. Barea, G.S. Wiederhecker, N.C. Frateschi // Optics Express. – 2016. – Vol. 24, No. 17. – P. 18960-18972.

[115]. Балакин, А.А. Основы теории колебаний и волн. Динамика сосредоточенных и распределенных систем / А.А. Балакин, Г.М. Фрайман. – Нижний Новгород : ИПФ РАН, 2016. – 231 с. – ISBN 978-5-8048-0107-7.

[116]. Некоркин, В.И. Лекции по основам теории колебаний : учебное пособие / В.И. Некоркин. – Нижний Новгород : Издательство Нижегородского госуниверситета, 2012. – 311 с. – ISBN 978-5-91326-230-1.

[117]. Abdollahi, S. Analysis of Optical Instability in Coupled Microring Resonators / S. Abdollahi, V. Van // J. Opt. Soc. Am. B. – 2014. – Vol. 31, No. 12. – P. 3081–3087.

[118]. Maes, B. Self-Pulsing and Chaos in Short Chains of Coupled Nonlinear Microcavities / B. Maes, M. Fiers, P. Bienstman // Phys. Rev. A. – 2009. – Vol. 80. – P. 033805.

[119]. Wu, X. High-Q microresonators integrated with microheaters on a 3C-SiC-on-insulator platform / X. Wu, T. Fan, A. A. Eftekhar, A. Adibi // Opt. Lett. – 2019. – Vol. 44, No. 20. – P. 4941–4944.

Список статей автора по теме диссертационного исследования

[A1]. Spolitis, S. IM/DD WDM-PON Communication System Based on Optical Frequency Comb Generated in Silica Whispering Gallery Mode Resonator / S. Spolitis, R. Murnieks, L. Skladova, T. Salgals, A.V. Andrianov, **M.P. Marisova**, G. Leuchs, E.A. Anashkina, V. Bobrovs // IEEE Access. – 2021. – Vol. 9. – P. 66335–66345.

[A2]. Anashkina, E.A. Microsphere-Based Optical Frequency Comb Generator for 200 GHz Spaced WDM Data Transmission System / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, A.V. Andrianov, R.A. Akhmedzhanov, R. Murnieks, M.D. Tokman, L. Skladova, I.V. Oladyshkin, T. Salgals, I. Lyashuk, A. Sorokin, S. Spolitis, G. Leuchs, V. Bobrovs // Photonics. – 2020. – Vol. 7, № 3. – P. 72.

[A3]. Anashkina, E.A. Development and numerical simulation of spherical microresonators based on SiO2-GeO2 germanosilicate glasses for generation of optical frequency combs / E.A. Anashkina, A.A. Sorokin, **M.P. Marisova**, A.V. Andrianov // Quantum Electronics. – 2019. – Vol. 49, № 4. – P. 371–376.

[A4]. Anashkina, E.A. Optical frequency combs generated in silica microspheres in the telecommunication C-, U-, and E-bands / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, T. Salgals, J. Alnis, I. Lyashuk, G. Leuchs, S. Spolitis, V. Bobrovs, A.V. Andrianov // Photonics. – 2021. – Vol. 8, № 9. – P. 345.

[A5]. Anashkina, E.A. Cascade Brillouin Lasing in a Tellurite-Glass Microsphere Resonator with Whispering Gallery Modes / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, V.V. Dorofeev, A.V. Andrianov // Sensors. – 2022. – Vol. 22, № 8. – P. 2866.

[A6]. Anashkina, E.A. Raman Turing Patterns in an Optical Microresonator / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, A.N. Osipov, A.V. Yulin, A.V. Andrianov // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2024. – Vol. 30, № 5. – P. 1–8.

[A7]. Anashkina, E.A. Development and numerical simulation of tellurite glass microresonators for optical frequency comb generation / E.A. Anashkina, A.A. Sorokin, **M.P. Marisova**, A.V. Andrianov // Journal of Non-Crystalline Solids. – 2019. – Vol. 522. – P. 119567.

[A8]. Anashkina, E.A. Numerical Simulation of Mid-Infrared Optical Frequency Comb Generation in Chalcogenide As2S3 Microbubble Resonators / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, A.A. Sorokin, A.V. Andrianov // Photonics. – 2019. – Vol. 6, № 2. – P. 55.

[A9]. **Marisova, M.P**. Dispersion Tailoring and Four-Wave Mixing in Silica Microspheres with Germanosilicate Coating / M.P. Marisova, A.V. Andrianov, G. Leuchs, E.A. Anashkina // Photonics. – 2021. – Vol. 8, № 11. – P. 473.

[A10]. Andrianov, A.V. Thermal shift of whispering gallery modes in tellurite glass microspheres / A.V. Andrianov, **M.P. Marisova**, V.V. Dorofeev, E.A. Anashkina // Results in Physics. – 2020. – Vol. 17. – P. 103128.

[A11]. Anashkina, E.A. Theoretical Study of Multicascade Raman Microlasers Based on TeO2–WO3–Bi2O3 Glass / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, A.V. Andrianov // Photonics. – 2023. – Vol. 10, № 10. – P. 1137.

[A12]. Andrianov, A.V. Thermo-Optical Sensitivity of Whispering Gallery Modes in As2S3 Chalcogenide Glass Microresonators / A.V. Andrianov, **M.P. Marisova**, E.A. Anashkina // Sensors. – 2022. – Vol. 22, № 12. – P. 4636.

[A13]. Andrianov, A.V. Multiple Time Scale Thermo-Optical Nonlinear Response in Silica Spherical Microresonators / A.V. Andrianov, **M.P. Marisova**, E.A. Anashkina // IEEE Photonics Technology Letters. – 2025. – Vol. 37, № 15. – P. 809–812.

[A14]. **Marisova, M.P**. Comprehensive Numerical Analysis of Temperature Sensitivity of Spherical Microresonators Based on Silica and Soft Glasses / M.P. Marisova, A.V. Andrianov, E.A. Anashkina // Sensors. – 2023. – Vol. 23, № 2. – P. 717.

[A15]. Anashkina, E.A. Raman Lasing in a Tellurite Microsphere with Thermo-Optical on/off Switching by an Auxiliary Laser Diode / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, V.V. Dorofeev, A.V. Andrianov // Micromachines. – 2023. – Vol. 14, № 9. – P. 1796.

[A16]. Anashkina, E.A. Thermo-Optical Control of Raman Solitons in a Functionalized Silica Microsphere / E.A. Anashkina, **M.P. Marisova**, A.V. Andrianov // Micromachines. – 2022. – Vol. 13, № 10. – P. 1616.

[A17]. **Marisova, M.P**. Multistable states of light in two coupled silica microresonators with dominating thermo-optical nonlinearity / M.P. Marisova, A.V. Andrianov, A.V. Yulin, E.A. Anashkina // Physical Review E. – 2025. – Vol. 111. – P. 014203.