Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

На правах рукописи

Кузнецов Алексей Александрович

Квазилинейная динамика квазимагнитостатической турбулентности в анизотропной бесстолкновительной плазме

Специальность 1.3.9 —
«Физика плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Доктор физико-математических наук, академик РАН
Кочаровский Владимир Владиленович

Нижний Новгород — 2026

Оглавление

Стр.

Введение 5

Глава 1. Эволюция одномерной вейбелевской турбулентности . . 16
1.1 Введение 16
1.2 Адиабатическая динамика мод и схема их связи в условиях слабого четырехволнового взаимодействия 18
1.3 Динамика турбулентности в случае низкой начальной анизотропии распределения частиц 27
1.4 Сравнение результатов квазилинейного моделирования с результатами приближенной аналитической теории 32
1.5 Динамика турбулентности в случае высокой начальной анизотропии распределения частиц 36
1.6 Заключение 40

Глава 2. Развитие двумерной аксиально симметричной турбулентности 42
2.1 Введение 42
2.2 Особенности динамики турбулентности в случаях низкой и высокой начальной анизотропии распределения частиц 43
2.3 Сравнение с результатами моделирования методом частиц в ячейках 48
2.4 Применимость квазилинейного подхода 51
2.5 Заключение 53

Глава 3. Квазилинейное взаимодействие ленгмюровской и вейбелевской турбулентности в системе плазма+пучок 55
3.1 Введение 55
3.2 Квазилинейная система уравнений, описывающая совместную эволюцию вейбелевской и ленгмюровской турбулентности 60
3.3 Квазилинейный механизм подавления ленгмюровской турбулентности вейбелевскими модами 64

Стр.

3.4 Ослабление развития магнитной турбулентности ленгмюровскими модами 70
3.5 Заключение 74

Глава 4. Эволюция шланговой турбулентности магнитоактивной анизотропной плазмы 77
4.1 Введение 77
4.2 Начальная аксиально симметричная задача 83
4.3 Апериодически неустойчивые моды в бимаксвелловской плазме с умеренным внешним магнитным полем 86
4.4 Характерные параметры и особенности проведенных расчетов . . 88
4.5 Влияние внешнего магнитного поля на деформацию распределения электронов по скоростям 91
4.6 Эволюция интегральных характеристик турбулентности при различных значениях внешнего магнитного поля 96
4.7 Автомодельность спектра турбулентности и взаимодействие мод в отсутствие внешнего магнитного поля 100
4.8 Конкуренция мод вейбелевского и шлангового типа и их взаимодействие при умеренном внешнем магнитном поле 105
4.9 Динамика спектра шланговой турбулентности и взаимодействие наклонных мод при подавляющем поперечные моды внешнем магнитном поле 107
4.10 Шланговая турбулентность и нелинейное взаимодействие мод в сильном внешнем магнитном поле 111
4.11 Нелинейное рассеяние электронов в квазилинейном моделировании вейбелевской/шланговой турбулентности 112
4.12 Заключение 117

Глава 5. Зависимость насыщающего вейбелевскую неустойчивость магнитного поля от вида распределения частиц по скоростям 122
5.1 Введение 122
5.2 Особенности насыщения неустойчивости для бимаксвелловского и бикаппа-распределения электронов 126

Стр.

5.3 Особенности насыщения неустойчивости для продакт-бикаппа-распределения электронов 129
5.4 Заключение 132

Заключение 134

Список литературы 138

Введение

Актуальность темы

Работа посвящена фундаментальной проблеме филаментации электрических токов и развития квазимагнитостатической турбулентности в плазме с анизотропными распределениями частиц по скоростям. Неизбежная для такой плазмы апериодическая неустойчивость вейбелевского или шлангового типа [1—3] приводит к формированию случайного мелкомасштабного магнитного поля. Это поле существенно изменяет кинетические свойства и динамику плазмы, даже если турбулентность является слабой, т.е. не содержит сильно нелинейных локализованных структур [4—10]. Согласно имеющимся наблюдениям и экспериментам, подобные анизотропные распределения частиц и обусловленная ими магнитная турбулентность характерны для многих переходных процессов в космической и лабораторной плазме и рассматриваются в связи с такими фундаментальными явлениями, как гамма-всплески [11—13], бесстолкновительные ударные волны [14—16], плазменные процессы в короне Солнца и межпланетной среде [17—19], нестационарные процессы в земной ионосфере и магнитосфере [20; 21], нейтрино-плазменные взаимодействия [22] и структурирование кварк-глюонной плазмы [23; 24], газовый разряд в СВЧ-диапазоне [25; 26], оптический пробой [27—30], инерциальный управляемый термоядерный синтез [31] и генерация мегагауссовых магнитных полей при лазерно-плазменном взаимодействии [32—38].

В настоящее время доминирующим подходом в исследовании этой, так называемой вейбелевской (шланговой), турбулентности является численное описание с помощью метода частиц в ячейках. Расчеты с его использованием требуют больших вычислительных затрат и обычно сопровождаются высоким уровнем шумов. В то же время, как правило, они подтверждают тот факт, что вейбелевская турбулентность является слабой, квазимагнитостатической и не сопровождается развитием значительных высокочастотных осцилляций или волн [9; 39—46]. Следовательно, изучение вейбелевской неустойчивости в квазилинейном приближении, в котором эволюция усредненной по пространству компоненты функции распределения частиц по скоростям определяется интегральным нелинейным действием всех мод (пространственных гармоник) вейбелевской турбулентности, может оказаться корректным и про-

дуктивным [47—50]. В свою очередь, их комплексные частоты задаются текущей формой этого распределения, т.е. динамика мод формально является линейной.

Подобный квазилинейный подход является общим в теории волновой турбулентности и хорошо известен для высокочастотных волн — электромагнитных, плазменных, магнитогидродинамических [47; 51—58]. В контексте апериодической (вейбелевской) неустойчивости токовых структур, а не волн, существующая квазилинейная теория эволюции вейбелевской турбулентности разработана лишь в одномерной (1D2V) геометрии, причем для весьма ограниченной области параметров и без должного описания временной эволюции [47; 49]. Также существует полуаналитический квазилинейный подход, в котором одним из ключевых допущений является предположение о том, что на протяжении нелинейной эволюции изотропизация распределения частиц по скоростям реализуется с сохранением начальной формы распределения [50; 59—61], например бимаксвелловской (1.4). В главах 1, 2 и 4 будет явно показано, что распределение частиц по скоростям на протяжении всей наблюдаемой нелинейной эволюции имеет существенно небимаксвелловский вид, а значит, применимость в рассмотренных случаях подхода, описанного в работах [50; 59—61], оказывается во многом ограничена.

В то же время существует ряд задач, в каждой из которых анализ квазимагнитостатической турбулентности с использованием квазилинейного описания может существенно прояснить особенности её эволюции.

Одной из подобных фундаментальных задач является анализ формирования квазистационарных магнитных полей в анизотропной бесстолкновительной или слабостолкновительной плазме и согласованной с ними плазменной турбулентности. В частности, открытыми остаются вопросы об условиях генерации и пространственной структуре быстро эволюционирующего сильного магнитного поля и его корреляции с локальной анизотропией распределения электронов по скоростям, механизме их взаимосвязи, а также зависимости между макроскопическими кинетическими параметрами плазмы и параметрами формирующихся квазимагнитостатических полей. Вопросы формирования и эволюции квазистационарных магнитных полей в анизотропной плазме в присутствии внешнего магнитного поля до сих пор малоизучены: существующие результаты основываются на физически недостаточных двумерных (2D3V) расчетах [62—66] методом частиц в ячейках. Подробный анализ подобных задач крайне важен для современной физики лазерной плазмы и связанной с ней лабораторной астрофизики,

где при абляции различных мишеней используются мощные фемтосекундные импульсы, позволяющие разогревать только электроны, но не ионы [36; 67—72].

Слабо освещена также проблема нелинейного взаимодействия волновой ленгмюровской и квазимагнитостатической турбулентности в бесстолкновительной плазме с пучком заряженных частиц (система «плазма+пучок»), важная для анализа таких явлений, как формирование бесстолкновительных ударных волн и структур в аккреционных дисках и колонках, взаимопроникновение соседних облаков и потоков частиц звёздного ветра, развитие корональных выбросов массы и солнечных вспышек, нагрев плазмы и изменение её кинетических свойств при инжекции пучков высокоэнергичных частиц и др. [6; 11; 16; 73; 74]. Имеющиеся выборочные работы в этом направлении исследований основаны преимущественно на расчетах методом частиц в ячейках, зачастую ограничиваются гидродинамическим режимом той или иной неустойчивости и по существу не касаются, а тем более не детализируют взаимное влияние ленгмюровской и вейбелевской турбулентности; ср., например, [50; 65; 75; 76] (при наличии внешнего магнитного поля см. также работы [65; 66]). Так, в обзоре [76], являющемся, по-видимому, наиболее полным для задачи о взаимосвязи ленгмюровской и квазимагнитостатической турбулентностей в отсутствие внешнего магнитного поля, обсуждаются условия насыщения и возможные нелинейные локализованные структуры в турбулентности каждого типа, но не изучается влияние изменения функции распределения частиц под действием турбулентности одного типа на развитие другой, хотя и упоминается возможность их последовательного развития.

Совершенно не изученными являются нелинейные свойства вейбелевской неустойчивости и формируемой ей квазимагнитостатической турбулентности, возникающими в плазме с немаксвелловскими распределениями частиц по скоростям. Вместе с тем неравновесной плазме, частицы которой испытали стохастическое ускорение под действием того или иного широкополосного электромагнитного излучения, например, в звёздном ветре или различных ударных волнах, свойственны распределения с надтепловым высокоэнергетическим «хвостом», который может быть адекватно описан каппа-распределениями [77—79]. Поэтому представляет интерес уровень насыщения возникающей мелкомасштабной вейбелевской (шланговой) турбулентности и возможные нелинейные эффекты в ней для различных распределений частиц по скоростям и различных крупномасштабных магнитных полей, обычно имеющихся в плазме. В част-

ности, как будет показано в диссертации, наличие относительно небольшого внешнего однородного магнитного поля может существенно менять эволюцию магнитной турбулентности вследствие накапливающихся нелинейных эффектов резонансного и нерезонансного взаимодействия вейбелевских (шланговых) мод.

Цели и задачи работы

Общей целью диссертационной работы является построение приближенной теории магнитной турбулентности на основе квазилинейного подхода, разработка оригинальной компьютерной программы для его реализации и использование полученных результатов численного моделирования с помощью созданной программы и с помощью известной программы метода частиц в ячейках EPOCH для установления свойств этой турбулентности, прежде всего нелинейных, и создания ясной физической картины эволюции её пространственного спектра в однородной бесстолкновительной нерелятивистской плазме при различных начальных распределениях частиц и различных значениях внешнего магнитного поля.

Основными задачами являются следующие.

1. Аналитическая разработка альтернативного описания квазимагнитостатической турбулентности при помощи приближенных квазилинейных уравнений для широкого ансамбля пространственных гармоник (мод) слабостолкновительной магнитоактивной плазмы с произвольным начальным распределением частиц по скоростям.
2. Построение оригинальной численной программы для эффективного решения квазилинейных уравнений в пространственно двумерных задачах с учетом всех трех компонент скорости частиц, их столкновений, а также внешнего магнитного поля.
3. Сопоставление полученных таким образом результатов с результатами двумерных и трехмерных расчетов методом частиц в ячейках, проведенных в той же постановке задачи, и анализ сходства и отличий в них, прежде всего, по отношению к проявлению резонансного трех- и четырехволнового взаимодействия мод в динамике среднеквадратичного магнитного поля, параметра анизотропии плазмы, характерного волнового числа турбулентности и её спектра в целом, в том числе в зависимости от величины внешнего магнитного поля.

4. Выяснение влияния внешнего магнитного поля и возможного развития пучковой неустойчивости ленгмюровских волн (при наличии пучка электронов в плазме) на динамику и нелинейные свойства магнитной турбулентности (вейбелевского или шлангового типа), в частности, на
    а) её плотность энергии, т.е. на величину среднего квадрата насыщающего неустойчивость мелкомасштабного магнитного поля,
    б) долговременную эволюцию среднеквадратичного магнитного поля и параметра анизотропии плазмы,
    в) законы роста/спадания пространственных гармоник (мод) турбулентности и их нелинейное (резонансное) взаимодействие,
    г) форму пространственно усредненной самосогласованной функции распределения частиц по скоростям, в том числе в зависимости от начальной величины анизотропии.
5. Демонстрация возможности согласованного квазилинейного описания эволюции апериодической вейбелевской и волновой ленгмюровской турбулентности и изучение их взаимного влияния в теплой плазме с пучковыми распределениями частиц по скоростям.
6. Изучение зависимости среднего квадрата насыщающего магнитного поля и автомодельных эволюционных свойств вейбелевской турбулентности от вида функции распределения частиц по скоростям и величины её начальной анизотропии на примере сравнения бимаксвелловского и би-каппа распределений, имеющих сходные параметры.
7. Обобщение построенных квазилинейных уравнений теории квазимагнитостатической турбулентности в бесстолкновительной анизотропной магнитоактивной плазме путем введения эффективных аномальных столкновений частиц в БГК-приближении (или тау-приближении) для учета нелинейного нерезонансного рассеяния частиц на согласованном мелкомасштабном магнитном поле; оценка пределов применимости этой теории.

Методы исследования

Основным методом исследования является аналитическое построение, на основе самосогласованных уравнений Власова–Максвелла [3; 80], и численное решение оригинальных квазилинейных уравнений двумерной (2D3V)

эволюции магнитной турбулентности, получаемое методом Стёрмера-Верле (Leapfrog) [81]. С целью как верификации полученных решений, так и выявления и анализа их отличий от решений двумерных и трехмерных уравнений Власова-Максвелла выполнялось соответствующее квазилинейному расчету численное моделирование методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH [82]. Сравнение и анализ статистических свойств найденных численных решений проводился с использованием метода дисперсионных уравнений, разложения по нелинейно эволюционирующим гармоникам, параметрического представления функций, усреднения по азимутальному углу (в задачах с цилиндрической симметрией) и других методов современной теоретической физики. Интерпретация установленных закономерностей осуществлялась путем качественной оценки роли обуславливающих их физических факторов.

Научная новизна

В диссертационной работе разработан оригинальный квазилинейный численный подход к описанию эволюции квазимагнитостатической турбулентности и соответствующей деформации функции распределения частиц по скоростям, использующий приближение слабо нелинейной турбулентности, т.е. слабого взаимодействия её пространственных гармоник (мод). Этот подход и развитые с его помощью представления о магнитной турбулентности вейбелевского и шлангового типа являются универсальными, т.е. применимы к различным исходным функциям распределения частиц по скоростям, включая не только бимаксвелловские, но и бикаппа-, комбинированные пучковые, неосесимметричные и другие распределения, представляющие интерес для различных задач физики космической и лазерной плазмы, в том числе находящейся во внешнем магнитном поле.

Посредством совместного анализа результатов оригинального квазилинейного моделирования и стандартного для подобных задач моделирования методом частиц в ячейках оценена область применимости разработанного квазилинейного подхода, а значит, доминирования интегрального нелинейного взаимодействия между модами, а также получен ряд неизвестных ранее зависимостей между характеристиками квазимагнитостатической турбулентности для магнитоактивной плазмы с различными параметрами. Кроме того, выявлены условия возникновения и основные проявления резонансного трёх- и четырехволнового взаимодействия мод, выходящие за рамки квазилинейного приближения. Проведен учет и указаны следствия нелинейного нерезонансного

рассеяния частиц согласованной магнитной турбулентностью на основе введения их эффективных аномальных столкновений в построенные квазилинейные уравнения с использованием БГК-приближения.

Установлены новые закономерности эволюции пространственного спектра вейбелевской и шланговой турбулентности, в том числе её автомодельный характер при достаточно слабом внешнем магнитном поле и отсутствие в динамике спектра степенных пространственно-временных зависимостей при более сильном внешнем поле, существенно влияющем на дисперсионные свойства мод. Найдены четыре типа характерной временной эволюции амплитуд различных мод развивающейся турбулентности и для ряда типичных мод продемонстрированы последовательные переходы между экспоненциальным, сверхбыстрым, степенным и осцилляторным поведением. Показана возможность взаимного влияния апериодической вейбелевской и волновой ленгмюровской турбулентности в системе «плазма+пучок», включая значительное подавление одной турбулентности другой.

Теоретическая и практическая значимость

Научная значимость работы состоит, во-первых, в расширении квазилинейной теории с известного случая волновой (высокочастотной) неустойчивости на нетривиальный случай не волновой, а по существу апериодической неустойчивости и, во-вторых, в возможности непосредственного применении этой теории к задачам физики магнитной турбулентности в лазерной плазме, получаемой абляцией мишеней фемтосекундными оптическими импульсами, и в космической плазме, формируемой вспышечными процессами в магнитосферах планет и экзопланет, в коронах Солнца и звезд поздних спектральных классов, в идущем от них звездном ветре и в других астрофизических условиях.

Теоретическая значимость состоит в установлении и предсказании закономерностей формирования и нелинейной эволюции квазимагнитостатической турбулентности и её пространственного спектра для широкой области параметром бесстолкновительной плазмы с анизотропным распределением частиц по скоростям и не слишком сильным внешним магнитным поле, не подавляющем апериодическую шланговую неустойчивость. Практическая значимость обусловлена проведенным адекватным описанием целого ряда явлений в магнитной турбулентности, характерной для широкого круга ситуаций в неравновесной бесстолкновительной плазме, как астрофизической, так и лабораторной.

Основные положения, выносимые на защиту

1. В начальной постановке одномерной и аксиально симметричной двумерной задач для первоначально бимаксвелловской бесстолкновительной плазмы с наибольшей температурой вдоль достаточно слабого внешнего магнитного поля квазилинейная динамика пространственных мод квазимагнитостатической турбулентности и распределения заряженных частиц по скоростям является определяющей на долговременной стадии нелинейной эволюции, многократно превышающей по длительности время насыщения исходной апериодической неустойчивости.
2. В отличие от одномерной, в двумерной и тем более трехмерной подобных задачах динамика спектра вейбелевской и шланговой турбулентности в умеренном внешнем магнитном поле оказывается быстрее и выражается ярче благодаря дополнению квазилинейных эффектов резонансным трех- и четырехволновым взаимодействием мод, а также нелинейным рассеянием частиц на согласованном мелкомасштабном магнитном поле. Указанное рассеяние в значительной мере может быть учтено введением аномальных столкновений частиц в квазилинейные уравнения, однако в достаточно сильном внешнем поле, обеспечивающем доминирование наклонных мод над поперечными, резонансные межмодовые взаимодействия во многом играют ведущую роль и нарушают квазилинейное приближение.
3. Плавная в целом квазилинейная эволюция спектра турбулентности как большого случайного набора изначально апериодических вейбелевских или шланговых мод складывается из колебательного поведения почти всех мод, наступающего практически сразу после насыщения неустойчивости благодаря выполаживанию и небимаксвелловской форме распределения частиц по скоростям, что неизбежно приводит к появлению действительных частот мод, превышающих величину их инкрементов или декрементов.
4. В начальной трехмерной задаче для не сильно замагниченной бимаксвелловской плазмы возможна не только четырехволновая генерация смешанных мод и трехволновая генерации поперечных TE-мод, но и генерация наклонных к оси анизотропии TM-мод, что, в частности, ускоряет затухание магнитной турбулентности в сравнении с акси-

ально симметричной двумерной задачей, хотя в целом и сохраняет квазилинейный сценарий эволюции спектра мод. В достаточно сильно замагниченной плазме, где апериодическая неустойчивость поперечных мод подавлена, трехволновое взаимодействие наклонных мод после насыщения их роста приводит к возбуждению почти поперечных к оси анизотропии линейно устойчивых мод, а также мод с продольными компонентами волнового вектора, примерно кратными продольной компоненте первоначально наиболее неустойчивой моды. Эти и другие нелинейные межмодовые взаимодействия по мере эволюции шланговой турбулентности смещают диапазон энергонесущих мод в область малых волновых чисел, недоступную квазилинейному сценарию.

5. Согласно развитому квазилинейному описанию двух разномасштабных видов турбулентности в системе «плазма+пучок» — вейбелевской и ленгмюровской, первая, т.е. турбулентность магнитного поля, может значительно деформировать резонансную с ленгмюровскими волнами область распределения частиц по скоростям, существенно влияя тем самым на формирование и особенно затухание ленгмюровской турбулентности. В свою очередь, вторая, т.е. турбулентность электрического поля, способна существенно изотропизовать распределение частиц по скоростям, а следовательно, изменить инкременты, характер эволюции и уровень насыщения гармоник вейбелевской турбулентности.
6. Для небольших по сравнению с единицей параметров анизотропии незамагниченной плазмы квазилинейное моделирование обладает преимуществами по сравнению с моделированием методом частиц в ячейках и, в частности, показывает, что величина возникающего турбулентного магнитного поля, насыщающего неустойчивость вейбелевского типа, существенно зависит от параметра каппа продакт-бикаппа распределения частиц, т. е. его энергетического профиля, и значительно отличается от величины насыщающего поля для аналогичных би-каппа и бимаксвелловского распределений, примерно пропорциональной квадрату параметра анизотропии.

Достоверность результатов

Проведенные исследования опираются на известные физические модели, широко используемые при изучении квазистационарных процессов в слабостолкновительной плазме и основанные на классических уравнениях

Власова–Максвелла, а также на ряде общетеоретических методов, имеющих строгое математическое обоснование: теории возмущений, спектральном разложении, корреляционном анализе, усреднении по второстепенным флуктуациям и других верифицированных инструментах исследования случайных полей. Полученные аналитические оценки и результаты численного моделирования согласованы с экспериментальными данными и теоретическими результатами известных работ других авторов в общей области применимости использованных тех или иных подходов. Предложенная интерпретация рассмотренных турбулентных явлений в неравновесной магнитоактивной плазме обоснована их качественным физическим анализом.

Публикации и апробация результатов

Основные результаты работы изложены в следующих публикациях и докладах на конференциях:

- Кузнецов А. А., Нечаев А. А., Гарасев М. А. и др. // ЖЭТФ. 2023. Т. 164, No. 6. С. 1098–1119. doi: 10.31857/S0044451023120210

- Кузнецов А. А., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. и др. // Физика Плазмы. 2022. Т. 48, No. 9. С. 836–846. doi: 10.31857/S0367292122600637

- Nechaev A. A., Kuznetsov A. A., Kocharovskii Vl. V. // Journal of Plasma Physics. 2023. V. 89, No. 6. doi: 10.1017/s0022377823001198

- Кузнецов А. А., Кочаровский Вл. В. // Физика Плазмы. 2026. Т. 52, No. 8. С. 980–992. doi: 10.1134/s1063780x26601008

- Кузнецов А. А., Емельянов Н. А., Гарасев М. А. и др. // Известия вузов. Радиофизика. 2026. Т. 69, , No. 7/8

- International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics» (Н. Новгород, 2024 г.) – международная конференция

- XVIII–XXI научные школы «Нелинейные волны» (Н. Новгород, 2018–2024 г.)

- «Всероссийская астрономическая конференция - 2024» (Нижний Архыз, 2024 г.)

– International Conference «Shilnikov Workshop» (Н. Новгород, 2023 г.) – международная конференция

- «Лазерные, плазменные исследования и технологии» ЛаПлаз-2023 (Москва, 2023 г.)

- 17 - 21 конференции «Физика плазмы в Солнечной системе» (Москва, 2022–2026 г.)

- COSPAR 2022, 44th Scientific Assembly (Афины, Греция, 2022 г.) – международная конференция

– XXXI International Astronomical Union General Assembly (Пусан, Республика Корея, 2022 г.) – международная конференция

- 37th European Conference on Laser Interaction with Matter (Лиссабон, Португалия, 2024 г.) – международная конференция

Личный вклад автора

Все основные теоретические результаты, изложенные в диссертации, получены лично автором либо при его непосредственном участии. Аналитический вывод квазилинейных уравнений эволюции магнитной турбулентности и численные программы для их решения были разработаны лично автором. Решение этих уравнений на суперкомпьютере и количественная обработка их результатов тоже проводились лично автором. Постановка начальных задач для численного моделирования осуществлялась автором при консультативной поддержке со стороны научного руководителя, компьютерные расчеты методом частиц в ячейках – при консультативной поддержке со стороны Гарасёва М.А., анализ мод магнитоактивной анизотропной бимаксвелловской плазмы в линейном приближении – при консультативной поддержке со стороны Емельянова Н.А., теоретический анализ результатов расчетов – при консультативной поддержке со стороны научного руководителя.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 152 страницы, включая 53 рисунка. Список литературы содержит 157 наименований.

Глава 1. Эволюция одномерной вейбелевской турбулентности

1.1 Введение

Среди неустойчивостей анизотропной плазмы апериодическая неустойчивость вейбелевского типа [3; 8—10; 12; 13; 18; 83; 84] обладает одним из наибольших инкрементов и вместе с тем не сопровождается сильными резонансными нелинейными эффектами, поскольку ограничивается формированием квазимагнитостатических филаментов тока и не приводит к непосредственному возбуждению каких-либо волн. Но несмотря на то что в линейном приближении вейбелевская неустойчивость изучена достаточно подробно, особенно для бимаксвелловского распределения частиц [83—85], существующая полностью аналитическая квазилинейная теория эволюции вейбелевской турбулентности разработана лишь в одномерной (1D2V) геометрии, причем для весьма ограниченной области параметров и без должного описания временной эволюции [47; 49]. Вдобавок, открытым остается вопрос о применимости используемых в этой теории приближений, а следовательно, корректности полученных результатов. Также существует полуаналитический квазилинейный подход, в котором одним из ключевых допущений является предположение о том, что на протяжении нелинейной эволюции изотропизация распределения частиц по скоростям реализуется с сохранением начальной формы распределения [50; 59; 61], например, бимаксвелловской. Подобный подход разработан вновь исключительно в одномерном случае, а его применимость существенно ограничена, поскольку, как будет видно ниже, на протяжении наблюдаемой нелинейной эволюции распределение частиц по скоростям является существенно не бимаксвелловским (рис. 1.11 и 1.13).

В этой главе последовательно выведена оригинальная квазилинейная система уравнений и с ее помощью описана эволюция спектра возникающей турбулентности в простейшей постановке одномерной задачи на основе оригинального численного кода. В развиваемом численном квазилинейном подходе функция распределения частиц и электрическое и магнитное поля представлены в виде сумм пространственных мод (гармоник), удовлетворяющих самосогласованным квазилинейным уравнениям, в которых все нелинейные

явления обусловлены совместным действием мод на форму средней по пространству функции распределения частиц по скоростям. Последняя определяет текущие значения инкрементов (декрементов) и, возможно, действительных частот всех рассматриваемых мод, в остальном эволюционирующих независимо [86]. В результате, в отличие от метода частиц в ячейках, кардинально снижается уровень шумов и удается получать спектры вейбелевской турбулентности в гораздо более высоком качестве и в недоступных ранее областях параметров, правда, ценой потери некоторых слабых нелинейных эффектов при использовании сравнимых или даже бóльших вычислительных ресурсов.

Для определенности в конкретных расчетах ниже будем выбирать начальную функцию распределения частиц по скоростям бимаксвелловской, считая температуру частиц наибольшей вдоль оси y, называемой осью анизотропии. Для простоты будем предполагать плазму и все поля в ней однородными вдоль этой оси и оси z, т.е. решать систему уравнений Максвелла – Власова [4] в одном (по координате x) измерении, а следовательно, полагать нулевыми проекции волновых векторов мод $\vec{k}$ на ось анизотропии: $k_y = 0$ и на направление вдоль магнитного поля: $k_z = 0$. При этом в каждой моде электрическое поле $\vec{E}$ направлено вдоль оси анизотропии, а магнитное $\vec{B}$ ортогонально ей и волновому вектору $\vec{k}$ (ТЕМ-моды).

Главная цель представленной главы состоит в обосновании квазилинейного приближения и изучении в одномерном приближении нелинейных явлений квазилинейного типа, доминирующих в процессе развития вейбелевской турбулентности. Насколько нам известно, последовательный квазилинейный анализ ее эволюции до сих пор никем не проводился ни для какой анизотропии начальной функции распределения частиц по скоростям (ср., например, [48—50; 59]). Более того, другими авторами не проводилось даже достаточно длительное моделирование динамики спектра вейбелевских мод в простейшей постановке задачи об одномерной (1D2V) турбулентности, которой посвящена данная глава. Вместе с тем, некоторые выявленные особенности эволюции спектра и динамики отдельных мод аналогичны численно найденным ранее в других постановках задачи о вейбелевской турбулентности.

Последовательное обоснование и схема решения квазилинейных уравнений поясняется в разделе 1.2 на примере одномерной задачи для дискретных мод с коллинеарными волновыми векторами, имеющими только компоненты k_x. Динамика одномерной вейбелевской турбулентности, полученная в рамках

этого подхода для слабоанизотропной плазмы, проанализирована в разделе 1.3. Там же, в разделе 1.4, проведено сравнение с результатами известной аналитической теории [49], демонстрирующее границы ее применимости. В разделе 1.5 исследован противоположный предел сильно анизотропной плазмы.

1.2 Адиабатическая динамика мод и схема их связи в условиях слабого четырехволнового взаимодействия

Для бесстолкновительной плазмы, в которой на рассматриваемых временах эволюции вейбелевской турбулентности можно пренебречь движением тяжелых ионов, самосогласованные уравнения Максвелла – Власова для электрического $\vec{E} = (0, E_y, 0)$ и магнитного $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ полей и функции распределения электронов $f(v_x, v_y, x, t)$ имеют вид [3; 80]

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \tag{1.1}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{e}{m_\mathrm{e}}\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right]\right)\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \tag{1.3}$$

где c — скорость света в вакууме, e и m_e — заряд и масса электрона, $\vec{j} = e\iint_{-\infty}^{+\infty} \vec{v} f(v_x, v_y, x, t) dv_x dv_y$ — плотность тока, $N = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(v_x, v_y, x, t) dv_x dv_y$ — концентрация электронов. Здесь и ниже в главах 1 и 2 речь идет о так называемых TEM-возмущениях, в которых взаимно ортогональны друг к другу волновой вектор и магнитное и электрическое поля, причем последнее параллельно оси анизотропии плазмы. В главе 2 речь пойдет о двумерной задаче, в которой радиус-вектор является двухкомпонентным, $\vec{r} = (x, 0, z)$, а вектор скорости — трехкомпонентным, $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ (в одномерной задаче отсутствуют зависимости от координаты z и скорости v_z, но сохраняются зависимости от двух других компонент v_x, v_y).

Положим, что в начальный момент времени нормированная функция распределения по скоростям $c^3 f/N$ имеет бимаксвелловский вид:

$$\Psi(\beta) = \frac{1}{\pi^{3/2}\beta_{\perp 0}^2 \beta_{\parallel 0}} \exp\left(-\frac{\beta_x^2 + \beta_z^2}{\beta_{\perp 0}^2} - \frac{\beta_y^2}{\beta_{\parallel 0}^2}\right). \tag{1.4}$$

Здесь $\beta_{x,y,z} = v_{x,y,z}/c$, т. е. $\beta = \vec{v}/c$, и в дальнейшем используется параметр анизотропии $A_0 = \beta_{\parallel 0}^2/\beta_{\perp 0}^2 - 1$, определяемый отношением большей тепловой скорости к меньшей.

Квазилинейный подход к описанию TEM-вейбелевской неустойчивости основан на разложении по пространственным модам (гармоникам) решения уравнений Максвелла – Власова [4] с шумоподобным начальным возмущением магнитного поля, обладающим примерно равномерным спектром в области неустойчивых волновых чисел мод. Особенно эффективным подобное разложение является тогда, когда ключевую роль играет интегральное нелинейное взаимодействие мод посредством их совместного изменения средней по пространству функции распределения частиц по скоростям. Для вейбелевской турбулентности это оправдано ввиду слабой нелинейности кинетического уравнения Власова в рассматриваемых условиях отсутствия квазимонохроматических электромагнитных волн и их резонансного взаимодействия [48; 83; 87].

В частности, как показали тестовые расчеты, для любой отдельной гармоники магнитного (и соответствующего электрического) поля $B_1(t,x) = \mathrm{Re}\,[B_1(t)\exp(-\mathrm{i}kx)]$ с волновым вектором $\vec{k}$, для определенности направленным вдоль орта $\vec{x_0}$, можно не учитывать кратные гармоники ℓk с целым $\ell > 1$ и необходимо учесть только три гармоники поправок к функции распределения, $\delta f_\ell(t,x) = \mathrm{Re}\,[f_\ell(t)\exp(-\mathrm{i}\ell kx)]$, со значениями $\ell = 0,\ 1,\ 2$. При этом возбуждение чётной гармоники $\ell = 2$ магнитного поля фактически невозможно благодаря ограничениям симметрии в одномерной задаче. Здесь и ниже $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_0$ — единичные орты декартовой системы координат.

Наличие большого числа однотипных не сфазированных мод, достаточно плотно заполняющих значимую область волновых векторов, гарантирует гладкость формы и плавность изменения функции распределения, исключая артефакты когерентной интерференции и отрицательные значения функции распределения электронов всюду, кроме, возможно, несущественной, содержащей крайне мало частиц, области их скоростей, очень больших по сравнению с тепловыми скоростями. При этом по существу реализуется адиабатическая динамика каждой моды, непрерывно подстраивающейся к изменяющейся функции распределения частиц. Корректность такого рода теории возмущений, а фактически — соблюдение иерархии малости амплитуд последующих гармоник по сравнению с предыдущими (как гармоник функции распределения,

$|\delta f_\ell| \gg |\delta f_{\ell+1}|$, так и аналогичных гармоник магнитного или электрического полей) проверены в случаях задания одной или двух производящих мод.

Так, в случае единственной производящей моды нелинейно связываются все кратные гармоники функции распределения ℓk с $\ell = 0, 1, 2, 3, \ldots$ и нечетные гармоники ТЕМ-поля ℓk с $\ell = 1, 3, \ldots$ (в силу отсутствия токов на четных гармониках из-за свойств четности функции распределения), но учет высших гармоник, начиная с $\ell = 3$, почти не изменяет результат. Удостовериться в этом позволяет следующая система связанных уравнений для кратных (комплексных) гармоник-возмущений функции распределения, отвечающая теории возмущений до $\ell = 4$:

$$\vec{B} = \mathrm{Re}\left[B_1(t)\exp(-\mathrm{i}kx) + B_3(t)\exp(-3\mathrm{i}kx)\right]\vec{z}_0, \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \hat{\varphi}(\Omega_1, f_1^*) + \hat{\varphi}^*(\Omega_1^*, f_1) + \hat{\varphi}(\Omega_3, f_3^*) + \hat{\varphi}^*(\Omega_3^*, f_3) = 0, \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathrm{i}kv_x f_1 + 2\hat{\varphi}(\Omega_1, f_0) + \hat{\varphi}^*(\Omega_1^*, f_2) + \hat{\varphi}(\Omega_3, f_2^*) = 0, \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + 2\mathrm{i}kv_x f_2 + \hat{\varphi}(\Omega_1, f_1) + \hat{\varphi}^*(\Omega_1^*, f_3) + \hat{\varphi}(\Omega_3, f_1^*) = 0, \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial t} + 3\mathrm{i}kv_x f_3 + 2\hat{\varphi}(\Omega_3, f_0) + \hat{\varphi}^*(\Omega_1^*, f_4) + \hat{\varphi}(\Omega_1, f_2) = 0, \tag{1.9}$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial t} + 4\mathrm{i}kv_x f_4 + \hat{\varphi}(\Omega_1, f_3) + \hat{\varphi}(\Omega_3, f_1) = 0, \tag{1.10}$$

где опущены очевидные осцилляторные уравнения для первой и третьей гармоник магнитного поля (1.5), получающиеся из уравнений (3.2), (3.3) и в силу их линейности включающие только соответствующие первую и третью гармоники функции распределения. Для сокращения записи здесь введён оператор

$$\hat{\varphi}(\Omega_n, f(\vec{v})) = \frac{\mathrm{i}}{2nk} \cdot \frac{\partial \Omega_n}{\partial t}\frac{\partial f(\vec{v})}{\partial v_y} - \frac{1}{2}\Omega_n\left(v_x\frac{\partial f(\vec{v})}{\partial v_y} - v_y\frac{\partial f(\vec{v})}{\partial v_x}\right) \tag{1.11}$$

и комплексная гирочастота $\Omega_n = eB_n/(m_\mathrm{e}c)$. Схема данной системы представлена на рис. 1.1. Она обладает следующими свойствами:

1. Нелинейные слагаемые в нечетных гармониках ФР пропорциональны $\hat{\varphi}(\Omega_1, \hat{\varphi}(\Omega_1, f_1))$, а также $\hat{\varphi}(\Omega_1, \hat{\varphi}(\Omega_3, f_1))$ и $\hat{\varphi}(\Omega_1, \hat{\varphi}(\Omega_1, f_3))$. Нечетные гармоники магнитного поля взаимосвязаны через четные гармоники ФР.

2. Нелинейные слагаемые, определяющие насыщение экспоненциального роста первой гармоники, включают возмущения функции распределения на второй и нулевой гармонике.
3. Отсутствует ненулевое стационарное решение для нулевой гармоники f_0.

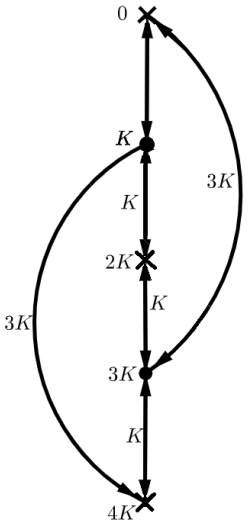


Рисунок 1.1 — Схема связи четырех гармоник функции распределения частиц в самосогласованной системе уравнений (1.5)–(1.10) для одной производящей моды. Узел на схеме отвечает уравнению на соответствующую гармонику. Если поле некоторой гармоники тождественно равно нулю, то соответствующий узел изображен в виде крестика, а если нет — в виде точки. Входящая в узел стрелка отвечает слагаемому в уравнении для гармоники, соответствующей этому узлу. В таком слагаемом присутствует гармоника поля, соответствующая гармонике, указанной на стрелке, и гармоника функции распределения частиц, указанная на узле, из которого стрелка исходит.

В том числе и в наиболее опасном случае высокой начальной анизотропии, при которой величина линейного инкремента наиболее неустойчивой вейбелевской моды γ_{max} не слишком мала и сопоставима с произведением волнового числа K_{opt}, для которого он достигается, на начальную поперечную тепловую скорость $\beta_{\perp 0}$, проверено, что в численное решение полученной системы уравнений для параметра анизотропии A и основной гармоники (моды) магнитного поля $B_1(t)$, непосредственно создаваемой первой гармоникой функции распределения $f_1(t)$, практически не отличается от численного решения значительно упрощенной системы, в которой эволюция данной гармоники $B_1(t)$ (и $f_1(t)$)

определяется лишь согласованной динамикой нулевой и второй гармоник функции распределения $f_{0,2}(t)$, но не третьей (и высшими) гармониками магнитного поля и функции распределения (рис. 1.2). Этот результат реализуется вследствие слабости нелинейной генерации утроенной и последующих кратных мод $B_3(t) \ll B_1(t)$ (рис. 1.3). Ниже будет показано, что нарушение именно этого условия, например, в присутствие достаточно сильного постоянного однородного магнитного поля, приводит к неприменимости развиваемого квазилинейного подхода.

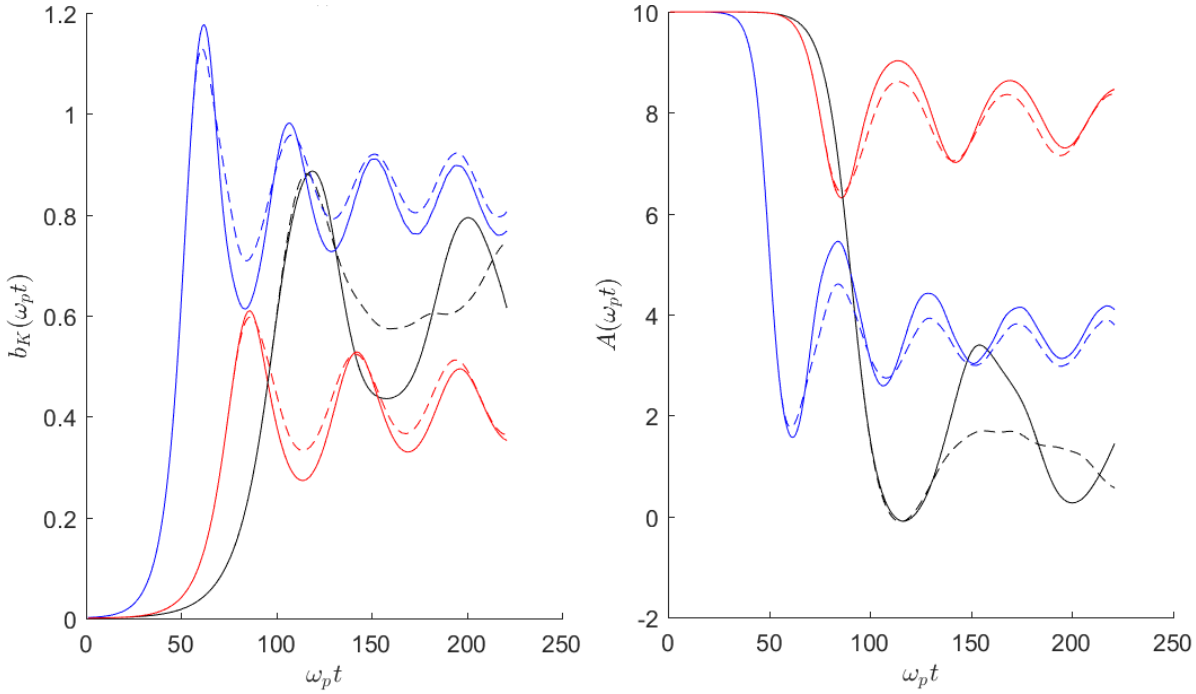


Рисунок 1.2 — Эволюция основной гармоники магнитного поля и показателя анизотропии с учетом утроенной и учетверенной гармоник (пунктир) и без них (сплошная) при $A = 10$, $\beta_\perp = 0.1$

В общем случае многомодовой динамики вейбелевской неустойчивости неизбежно возникают перекрестные гармоники вида $k_i \pm k_j$, $2k_i \pm k_j$ и т.д. Схема взаимосвязи подобных перекрестных гармоник в случае наличия двух производящих вейбелевских мод дана на рис. 1.4.

Подобно иллюстрации корректности пренебрежения кратными гармониками высокого порядка в одномодовом режиме, показана слабость влияния генерации перекрестных гармоник в случае начального задания только двух сильных мод. С этой целью вновь в наиболее опасном случае высокой начальной анизотропии для различных пар мод проведено сравнение численных решений более общей системы, представленной на рис. 1.4 и содержащей гармоники

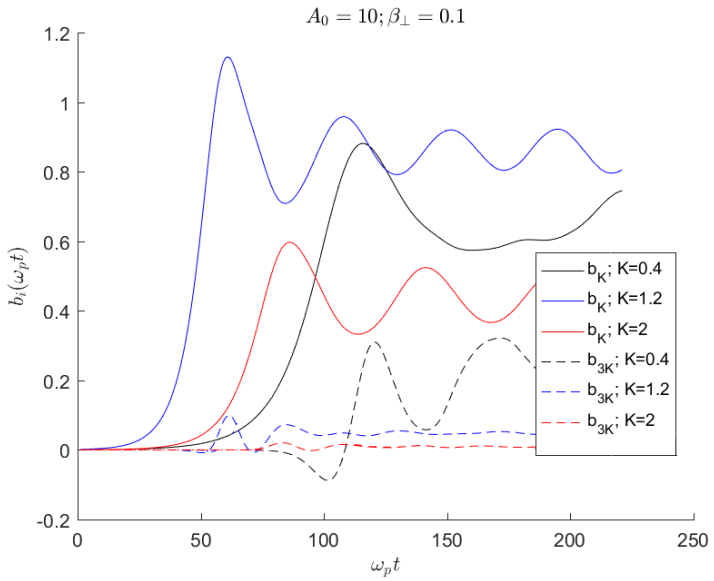


Рисунок 1.3 — Эволюция основной и утроенной гармоник в самосогласованной системе уравнений (1.5)–(1.10) для разных волновых чисел при $A = 10$, $\beta_\perp = 0.1$

не выше второго порядка, включая суммарные и разностные, с численными решениями в квазилинейном подходе, в котором взаимодействие мод с различными не кратными волновыи числами осуществляется исключительно путем их совместной деформаци однородной компоненты распределения частиц. Наблюдаемые отличия в динамике отдельных мод крайне локализованы во времени, отличия в эволюции интегральных величин, таких как среднеквадратичное магнитное поле и текущая анизотропия, ничтожны и не превышают 1% (рис. 1.5).

В дополнение к сказанному, проведена прямая проверка корректности квазилинейного подхода путем сравнения решения упрощенной системы уравнений (1.5)–(1.10), из которой исключены учетверенная и утроенная гармониа, с полностью нелинейным решением исходных уравнений (3.2)–(1.3) кодом EPOCH при начальном возбуждении одной сильной моды существенно выше уровня шумов. В результате получено, что описанные решения совпадают с точностью до нескольких процентов (рис. 1.6), а значит, существует значимый промежуток нелинейной эволюции вейбелевской турбулентности, в течение которого квазилинейное приближения является достаточным для ее описания.

Таким образом, в отсутствие учета кратных гармоник вида nk_i, где $n \gg 3$ и перекрестных гармоник вида $k_i \pm k_j$, $2k_i \pm k_j$ имеем следующую квазилинейную систему уравнений для одномерной вейбелевской турбулентности (рис. 1.7) с большим числом m коллинеарных мод $\{k_1, k_2, ..., k_m\}$, волновые векторы кото-

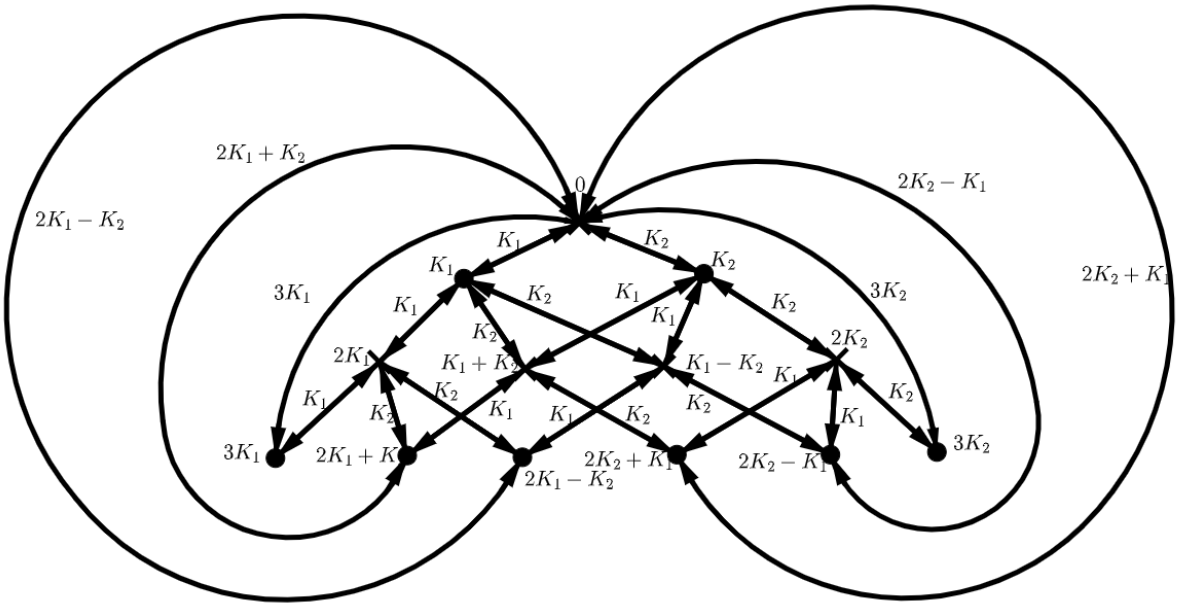


Рисунок 1.4 — Схема связи гармоник функции распределения в самосогласованной системе уравнений для двух производящих мод. Обозначения те же, что на рис. 1.1.

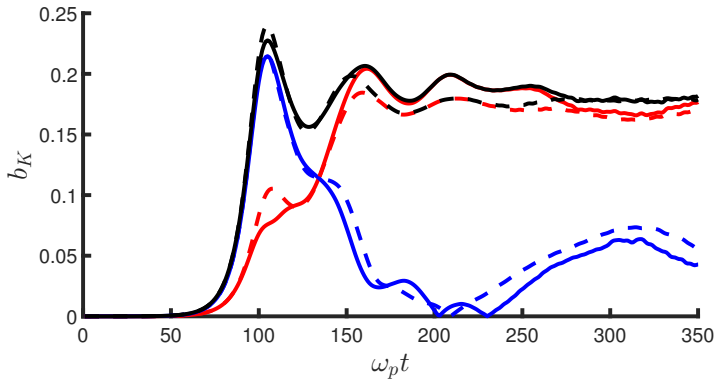


Рисунок 1.5 — Эволюция амплитуды магнитного поля двух взаимосвязанных мод с волновыми числами $k_1 = 0.8$ (красный цвет) и $k_2 = 1$ (синий цвет) в случае учета перекрестных гармоники вида $k_i \pm k_j$, $2k_i \pm k_j$ (сплошная) и в случае их отсутствия (пунктир). Черным цветом показана эволюция средневадратичного магнитного поля.

рых направлены поперек оси анизотропии, часто расположены и перекрывают

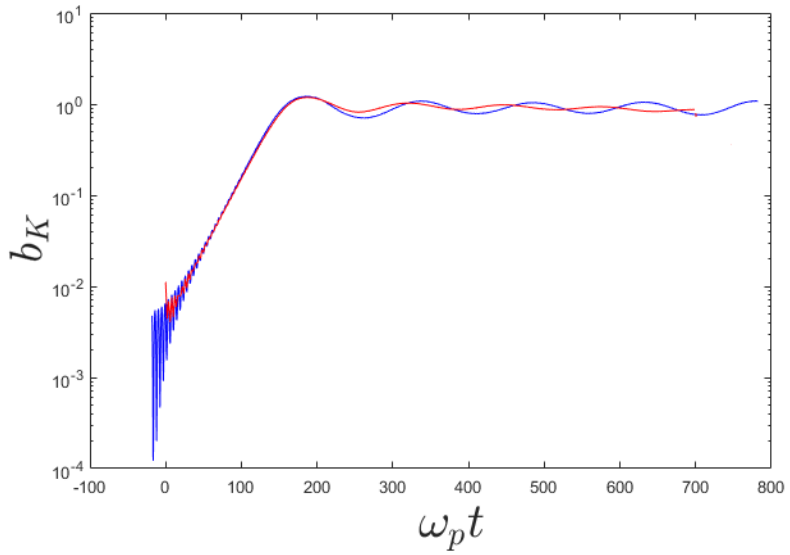


Рисунок 1.6 — Эволюция одной моды: сравнение хода амплитуды основной гармоники магнитного поля в квазилинейном расчете по уравнениям (1.6)–(1.10) (синий цвет) и в расчете методом частиц в ячейках с помощью кода EPOCH по уравнениям (3.2)–(1.3) (красный цвет) при $A_0 = 10$, $K = 1.2$.

всю существенную область неустойчивости:

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \tau} + \sum_{n=1}^{m} \left(\hat{\Phi}(b_{K_n}, \psi^*_{K_n}) + \hat{\Phi}^*(b^*_{K_n}, \psi_{K_n}) \right) = 0, \tag{1.12}$$

$$\frac{\partial \psi_{K_n}}{\partial \tau} + \mathrm{i} K_n \beta_x \psi_{K_n} + 2\hat{\Phi}(b_{K_n}, \psi_0) + \hat{\Phi}^*(b^*_{K_n}, \psi_{2K_n}) = 0, \tag{1.13}$$

$$\frac{\partial \psi_{2K_n}}{\partial \tau} + 2\mathrm{i} K_n \beta_x \psi_{2K_n} + \hat{\Phi}(b_{K_n}, \psi_{K_n}) = 0, \tag{1.14}$$

$$\ddot{b}_{K_n} + K_n^2 b_{K_n} = \frac{\mathrm{i} K_n}{\beta_{||0}} \iint_{-\infty}^{\infty} \beta_y \psi_{K_n}(\tau, \beta_x, \beta_y) d\beta_x d\beta_y. \tag{1.15}$$

Согласно ей, магнитное поле имеет вид суммы мод по целочисленному индексу n: $B(t,x) = \mathrm{Re} \sum_{n=1}^{m} B_{k_{\vec{n}}}(t) \exp(-ik_n x)$. Аналогичный вид имеет каждая из двух кратных гармоник-возмущений функции распределения частиц по скоростям, т. е. компонент $\delta f_1(t,x)$ и $\delta f_2(t,x)$, разложенных на комплексные гармоники $f_{1k_{\vec{n}}}(t)$ и $f_{2k_{\vec{n}}}(t)$ соответственно; нулевая (действительная) гармоника $f_0(t) = \delta f_0(t)$ зависит только от вектора скорости и дает поправку к функции распределения, усредненную по оси x. Здесь и ниже используются время и волновое число, нормированные на плазменные частоту и масштаб,

$$\tau = \omega_\mathrm{p} t, \;\; K = \frac{kc}{\omega_\mathrm{p}}; \;\; \omega_\mathrm{p}^2 = \frac{4\pi N e^2}{m_\mathrm{e}}. \tag{1.16}$$

Комплексные амплитуды мод (гармоник) магнитного поля и функции распределения тоже нормированы:

$$b_{K_n} = \frac{B_{K_n}}{\sqrt{8\pi N T_{\|0}}},\ T_{\|0} = \frac{m_e c^2 \beta_{\|0}^2}{2},\ \psi_{\ell\cdot K_n} = \frac{c^2 f_{\ell\cdot K_n}}{N},\ \ell = 0, 1, 2. \tag{1.17}$$

Для многомодовой задачи введен оператор

$$\hat{\Phi}(b_{K_n},\psi(\beta)) = \frac{\mathrm{i}}{2K_n}\frac{\partial b_{K_n}}{\partial\tau}\frac{\partial\psi(\beta)}{\partial\beta_y} - \frac{1}{2}b_{K_n}\left(\beta_x\frac{\partial\psi(\beta)}{\partial\beta_y} - \beta_y\frac{\partial\psi(\beta)}{\partial\beta_x}\right), \tag{1.18}$$

отличающийся нормировкой переменных и параметров от указанного ранее оператора (1.11) в одномодовой задаче. Квадратичные слагаемые в уравнениях обуславливают квазилинейное взаимодействие между не скоррелированными по фазам модами. Оно осуществляется посредством их коллективного, нелинейного воздействия на однородную компоненту функции распределения, приводящего к изменению ее формы, снижению анизотропии распределения, появлению ненулевых действительных частот мод и их декрементов, т.е. смене знака их инкрементов, и, как следствие, насыщению неустойчивости. Для применимости теории слабой турбулентности [2; 51] в рассматриваемой задаче необходима как справедливость сформулированной теории возмущений, так и возможность на нелинейной стадии эволюции использовать для мод линейное дисперсионное уравнение, которое содержит текущую функцию распределения частиц по скоростям, усреднённую по пространству и отличную от начальной.

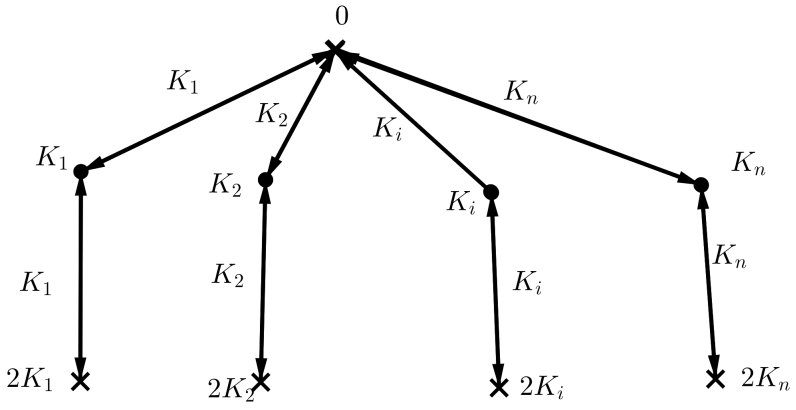


Рисунок 1.7 — Схема связи гармоник функции распределения в самосогласованной квазилинейной системе уравнений (1.12)-(1.15) для m производящих мод. Обозначения те же, что на рис. 1.1.

Все системы квазилинейных интегро-дифференциальных уравнений (например, система (1.12)–(1.15) с оператором (1.18)) решались стандартным

методом Стёрмера – Верле (Leapfrog) [81]. Шаг по времени составлял малую величину $d\tau \sim 0.05$–0.5 в сравнении с наименьшим временным масштабом рассматриваемой обезразмеренной системы уравнений, который определяется волновыми числами мод магнитного поля и тока ($\sim \pi/K$) и имеет порядок единицы. Расчетная сетка для нормированных скоростей β_x, β_y, β_z как переменных трех компонент (1.12)–(1.14) анизотропной функции распределения, разложенных по модам $\{K_1, K_2, ..., K_m\}$, выбиралась анизотропной с соответствующими шагами $d\beta_x = d\beta_z \sim \beta_{\perp 0}/15$ и $d\beta_y \sim \beta_{\parallel 0}/15 = \beta_{\perp 0}\sqrt{1+A_0}/15$. Количество мод m в типичных расчетах составляло несколько тысяч и выбиралось из условия независимости (с точностью до нескольких процентов) эволюции вычисляемого среднеквадратичного магнитного поля от дальнейшего увеличения числа m, что в одномерной задаче обычно имело место начиная с чисел $\sim$30. Во всех расчетах для определенности начальная поперечная тепловая скорость электронов полагалась равной $\beta_{\perp 0} = 0.1$.

1.3 Динамика турбулентности в случае низкой начальной анизотропии распределения частиц

Одномерная эволюция большого числа сонаправленных вейбелевских мод, плотно покрывающих область неустойчивости, определяется представленной системой уравнений (1.12)–(1.15) с оператором (1.18) при задании величины начальной анизотропии бимаксвелловской плазмы A_0, одной из тепловых скоростей, например $\beta_{\perp 0}$, и начального спектра мод функции распределения и электромагнитного поля. Ключевым параметром нелинейного развития динамического спектра турбулентности является начальная анизотропия A_0, задающая, в частности, линейный спектр неустойчивых вейбелевских мод, т.е. их инкременты. При $A_0 \ll 1$ максимальный инкремент (в единицах ω_p) равен $\gamma_{\max} \approx 2\beta_{\perp 0}(A_0/3)^{3/2}$ и достигается для оптимального волнового числа $K_{\rm opt} \approx (A_0/3)^{1/2}$, при $A_0 \gg 1$ имеем $\gamma_{\max} \approx \beta_{\perp 0}\left([(A_0+1)/2]^{1/2}-1\right)$ для $K_{\rm opt} \approx \left([(A_0+1)/2]^{1/2}-1\right)^{1/2}$. Ниже отдельно обсуждаются случаи низкой ($A_0 = 0.25$) и высокой ($A_0 = 10$) начальной анизотропии. В обоих случаях получаются вполне сравнимые интегральные характеристики турбулентности,

вычисляемые с использованием квазилинейных расчетов и моделирования методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH. Однако количественно результаты последнего, как правило, отличаются в полтора-два раза, поскольку в одномерной задаче он вносит сильные шумы в несвойственные ей компоненты полей и скоростей, заметно искажающие функцию распределения частиц, а следовательно, квазилинейную эволюцию спектра (другие нелинейные эффекты, в том числе, четырехволновые, для одномерной турбулентности не характерны).

Согласно [88], на основе энергетических инвариантов [48] для рассматриваемой одномерной задачи может быть получено следующее приближенное аналитическое соотношение между текущими значениями нормированного среднеквадратичного магнитного поля b_{av}, характерного волнового числа $\langle K \rangle$ [1] и параметра анизотропии плазмы A (отличного от введенного в [88]), если считать, что пространственный спектр вейбелевской турбулентности достаточно узок:

$$b_{av}^2 = \frac{A_0 - A}{1 + A_0} \cdot \frac{0.5\langle K \rangle^2}{A\langle K \rangle^2 + A + 3\langle K \rangle^2 + 2}, \tag{1.19}$$

$$\langle ... \rangle = \frac{\int ... b_k dk}{\int b_k dk}, \tag{1.20}$$

$$A = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits \beta_y^2 \psi_0(\tau, \beta_x, \beta_y) d\beta_x d\beta_y}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits \beta_x^2 \psi_0(\tau, \beta_x, \beta_y) d\beta_x d\beta_y} - 1. \tag{1.21}$$

Для представленных результатов моделирования одномерной турбулентности, согласованной со сложно меняющейся (не бимаксвелловской) функцией распределения частиц, это соотношение оказалось хорошо выполняющимся, обычно с точностью до нескольких процентов.

На рис. 1.11 показана характерная деформация функции распределения частиц, происшедшая спустя время $\omega_p t = 9000$ (т.е. примерно втрое позже начала заметного насыщения роста энергии турбулентного магнитного поля) и найденная как из численного решения квазилинейной системы уравнений (1.12)–(1.15), так и из численного решения системы (1.22)-(1.25) (см. раздел 1.4) при малой начальной анизотропии $A_0 = 0.25$. Как видим, относительная

[1] Во многих случаях представленному соотношению немного лучше удовлетворяет волновое число $K_{\max}(t)$, отвечающее максимуму спектра турбулентности, а не указанное выше число $\langle K \rangle$, усредненное по спектру мод b_k, хотя эти числа довольно близки.

деформация функции распределения составляет доли процента и действительно происходит в области скоростей, меньших тепловой скорости. В этой области угол движения электронов относительно оси анизотропии y в среднем заметно увеличивается, хотя качественное изменение траекторий с появлением баунс-осцилляций фактически происходит только для малой доли электронов со скоростями, лежащими вдоль оси анизотропии в небольшом конусе углов с раскрывом, сужающимся с уменьшением параметра анизотропии A_0. В целом, в результате насыщения вейбелевской неустойчивости функция распределения по скоростям уплощается в своей центральной части, теряя там бимаксвелловскую форму и приобретая более сложный (в дальнейшем слабо меняющийся) анизотропный вид, причем полный параметр анизотропии уменьшается очень мало, на величину порядка 1-2%, сначала осциллируя, а потом оставаясь почти постоянным.

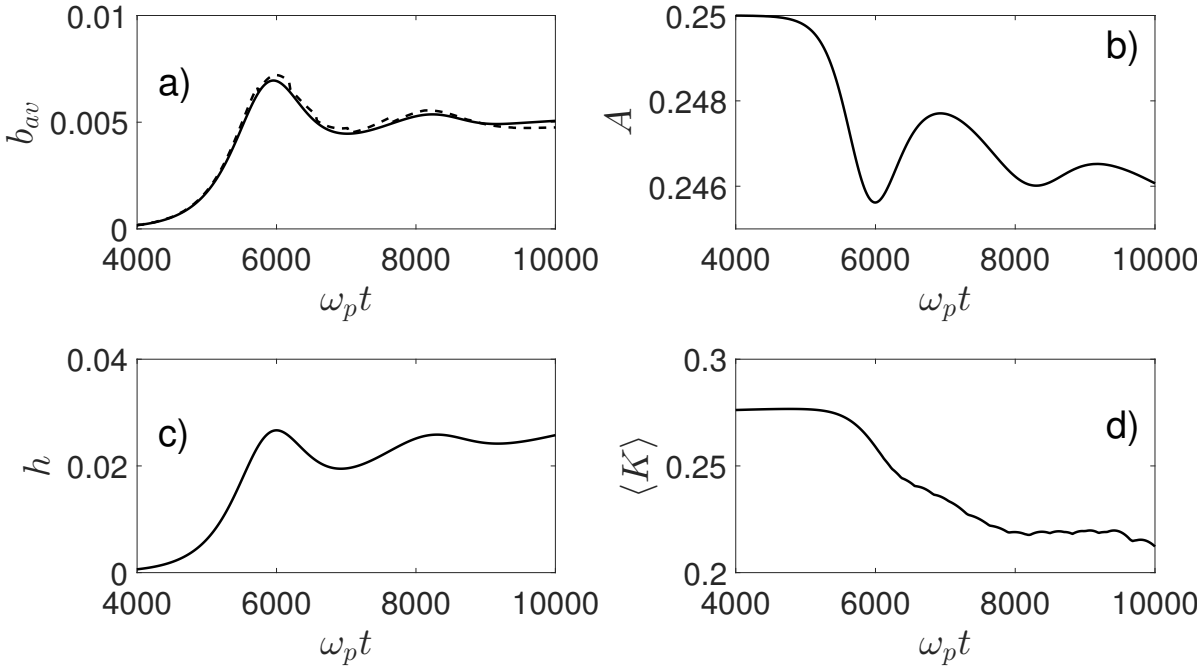


Рисунок 1.8 — Эволюция (a) среднеквадратичного магнитного поля b_{av} (сплошная линия) и оценки этой величины (1.19) (штрихи), (b) параметра анизотропии A, (c) эволюционного параметра h, (d) характерного, среднего волнового числа $\langle K \rangle$ согласно численному 1-мерному квазилинейному моделированию при $A_0 = 0.25$.

Переход от быстрого экспоненциального роста среднеквадратичного магнитного поля b_{av} к медленной квазилинейной эволюции сопровождается в численном квазилинейном моделировании, как и в расчетах методом частиц

в ячейках, небольшими осцилляциями этой величины, а также среднего волнового числа $\langle K \rangle$ (рис. 1.8). Их средние значения после переходной стадии со временем меняются очень слабо, что отвечает формированию долгоживущих (самосогласованных) одномерных токовых структур (слоёв) в плазме. С квазилинейной точки зрения такое поведение объясняется сначала осцилляциями доминирующих в спектре мод, которые (как и остальные моды, см. ниже) наряду с уменьшающимися инкрементами приобретают действительные частоты из-за сложного изменения функции распределения электронов, а затем установлением почти не меняющихся амплитуд этих мод. Последнее обусловлено тем обстоятельством, что их инкременты оказываются близки к нулю, причем в основном благодаря выполаживанию центральной части функции распределения, поскольку в целом ее анизотропия ослабляется незначительно. Вопрос о законах медленного роста других мод с очень малыми волновыми числами на гораздо более поздней стадии развития турбулентности пока мало изучен.

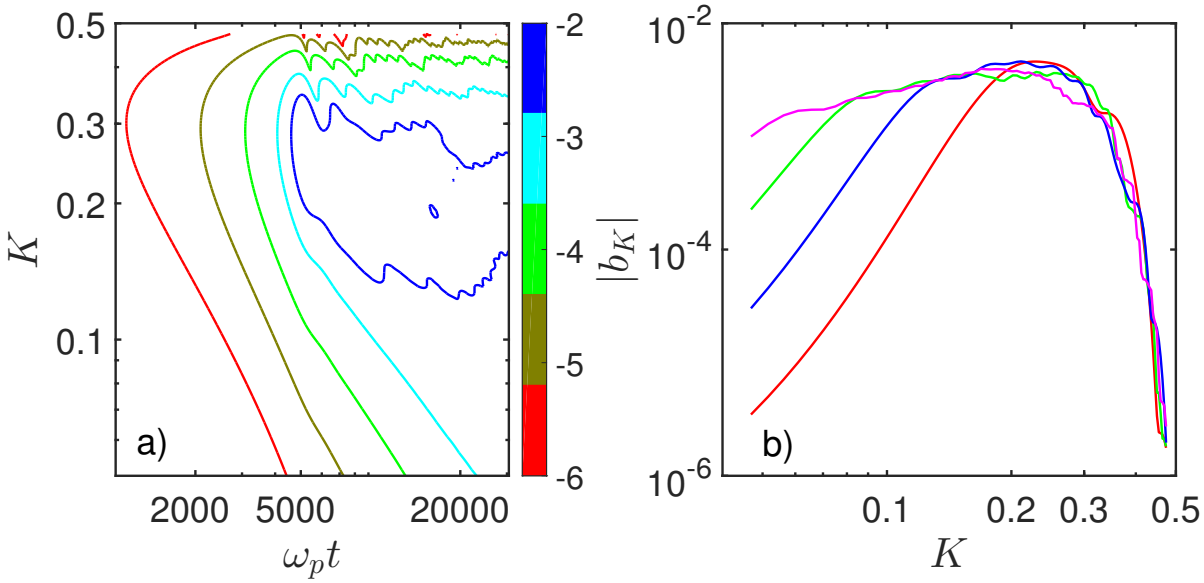


Рисунок 1.9 — Эволюция спектра турбулентности, найденная в 1-мерном квазилинейном расчете, в двойном логарифмическом масштабе: (a) линии уровня логарифма амплитуд мод магнитного поля $|b_K|$; (b) спектр $|b_K|$ магнитного поля в моменты времени $\omega_p t$, равные 6000 (красный цвет), 10000 (синий), 16000 (зеленый), 24000 (розовый). Начальная анизотропия $A_0 = 0.25$.

Типичные эволюция всего спектра и динамика отдельных мод на временах порядка десяти времен достижения насыщения наиболее неустойчивой моды с волновым числом $K_{opt} \approx 0.28$ показаны на рис. 1.9 и 1.10. Для определенности в квазилинейном моделировании в качестве начального использовался равномерный спектр мод с заданной малой амплитудой. Чем она ниже, тем

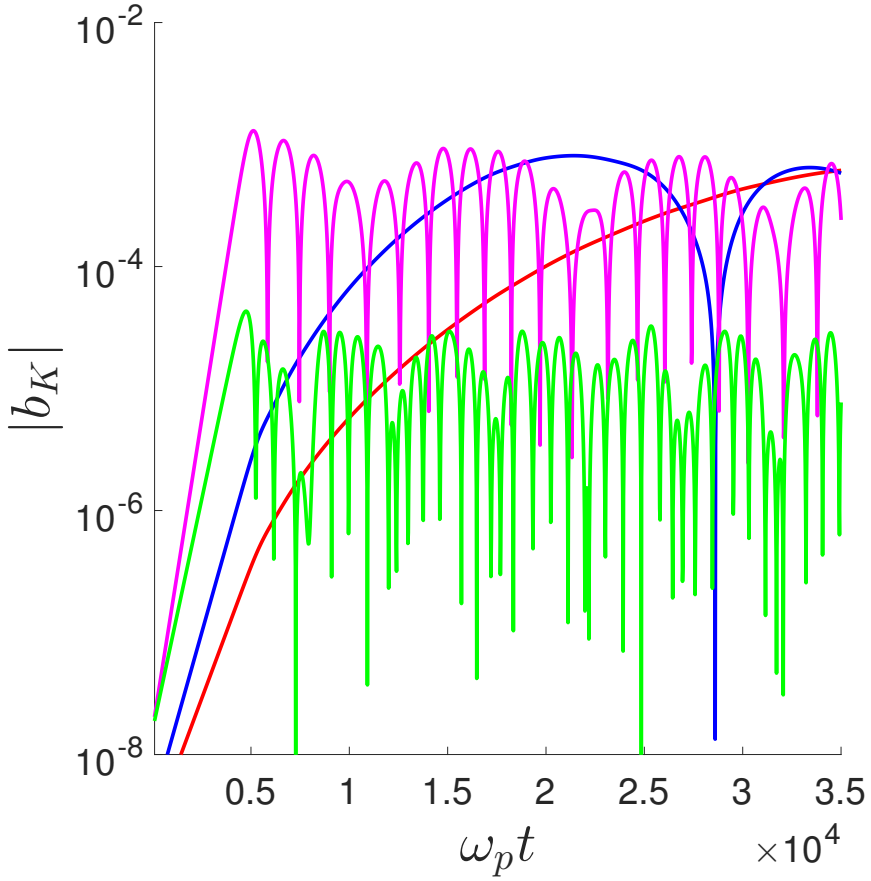


Рисунок 1.10 — Эволюция четырех типичных мод ($K = 0.08$ — красный цвет, $K = 0.11$ — синий, $K = 0.3$ — розовый, $K = 0.4$ — зелёный), взятых из спектра рис. 1.9. Оптимальное волновое число $K_{\text{opt}} \approx 0.28$.

сильнее в ходе первоначального экспоненциального роста спектр сужается около моды с волновым числом K_{opt}, приобретая колоколообразный вид функции Гаусса. Доминирующие моды с близкими волновыми числами, формирующиеся к моменту насыщения, вступают в квазилинейное взаимодействие и деформируют центральную часть функции распределения, ограничивая свой рост и рост коротковолновых мод, но позволяя расти более длинноволновым модам. Коротковолновое крыло спектра, которое лежит справа от моды с волновым числом K_{max}, обладающей наибольшей амплитудой магнитного поля, имеет довольно сложную форму, но в целом допускает крутую степенную аппроксимацию.

Значительная часть длинноволнового крыла спектра, которая примыкает к плато, образованному насытившими свой рост модами, на протяжении длительного промежутка нелинейной эволюции хорошо аппроксимируется степенной зависимостью с показателем, примерно равным 5 и мало меняющимся со временем; см. рис. 1.9b. Это обстоятельство дает основание для гипотезы о частичной автомодельности процесса. После насыщения неустойчивости среднее

волновое число спектра $\langle K \rangle$ понемногу смещается в длинноволновую сторону. Одновременно с этим немного растет и дисперсия спектра $\sigma^2 = \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2$ (см. (1.20)), которая снижалась на линейной стадии развития неустойчивости. Возможная связь указанной эволюции спектра с формированием или разрушением долгоживущих токовых слоев в одномерной вейбелевской турбулентности еще не изучалась.

На рис. 1.10 представлена характерная эволюция амплитуд мод с учетом их квазипериодических осцилляций (которые замываются при сложении мод и не видны при визуализации спектра на рис. 1.9, где проведено усреднение по близким модам). Пока мода с наибольшим инкрементом не достигнет насыщения, остальные моды растут экспоненциально со своими (разными) инкрементами и не испытывают осцилляций. После этого момента времени моды вблизи оптимальной и более коротковолновые моды тоже практически сразу насыщаются и начинают довольно быстро колебаться, почти не меняя своей амплитуды, т.е. у них величина инкремента значительно ниже появившейся действительной частоты. Вместе с тем более длинноволновые моды с инкрементом значительно меньше максимального продолжают нарастать, правда, почти по степенному закону с различными показателями порядка 3–5, достигают амплитуды порядка максимальной амплитуды моды с оптимальным волновым числом $K_{opt} \approx 0.28$ и только после этого начинают медленно осциллировать с почти не уменьшающимся уровнем огибающей. Такая динамика мод согласована с указанной выше эволюцией их полного спектра, имеющей автомодельные черты.

1.4 Сравнение результатов квазилинейного моделирования с результатами приближенной аналитической теории

Результаты имеющейся аналитической квазилинейной теории [47; 49], не описывающей эволюцию турбулентности в явном виде, трудно непосредственно сопоставить с приведенным выше соотношением и с прямым численным моделированием динамики спектра. Основные приближения этой теории [49] состоят в малости инкрементов, $\gamma_{K_n} \ll K_n \beta_{\perp 0}$, и в узости области изменения усредненной в пространстве функции распределения частиц по скоростям, $\delta\beta_x \ll \beta_{\perp 0}$. Первое требование призвано гарантировать применимость исполь-

зуемого дисперсионного уравнения, а второе фактически сводится к отсутствию учета диффузии частиц вдоль оси анизотропии, а значит, к нарушению закона сохранения энергии.

Однако проведенное сопоставление показывает, что качественно эта теория вполне совместима с получаемыми более точными численными результатами в области ее применимости. В то же время имеют место значительные количественные расхождения, обусловленные допущенными приближениями. Интересующее нас сопоставление удается провести с использованием найденного в аналитической теории эволюционного параметра h, величина которого определяется адиабатической динамикой мод (1.23) и однозначно задает вид деформированной функции распределения (1.24). С помощью деформированной функции распределения и дисперсионного уравнения (1.25) [3] для каждой моды может быть получен текущий линейный инкремент, используемый в (1.22).

$$|\dot{b}_{K_n}| = \gamma_{K_n}|b_{K_n}|, \tag{1.22}$$

$$h = \sum_{K_n} \frac{|b_{K_n}|^2}{K_n^2}. \tag{1.23}$$

$$\Psi(\beta_x, \beta_y, h) = \frac{2^{1/4}\Gamma(3/4)}{\pi^{3/2}\beta_{||}} \frac{|\beta_x|^{3/2}}{\beta_\perp^{5/2}} \exp\left(-\frac{\beta_y^2}{\beta_{||}^2}\right) \int_0^\infty \frac{e^{-2\lambda^2 \frac{\beta_y^2}{\beta_\perp^4}\beta_{||}^2 h} \lambda^{1/4} J_{-3/4}\left(\lambda \frac{\beta_x^2}{\beta_\perp^2}\right)}{\left(\lambda^2+1\right)^{-3/4}} d\lambda, \tag{1.24}$$

$$K^2 + \gamma_{K_n}^2 + \iint_{-\infty}^{\infty} \Psi(\beta_x, \beta_y, h)\left(1 + \frac{\beta_y^2(K^2\beta_x^2 - \gamma_{K_n}^2)}{(\gamma_{K_n}^2 - K^2\beta_x^2)^2}\right) d\beta_y d\beta_x. \tag{1.25}$$

Уравнения (1.22)-(1.25) формируют замкнутую систему, для которой получены численные решения. Как видно на примере рис. 1.11, характерная деформация функции распределения частиц, найденная из численного решения квазилинейной системы уравнений (1.12)–(1.15), оказывается аналогична полученной из численного решения системы (1.22)-(1.25). Как видим, относительная деформация функции распределения составляет доли процента и действительно происходит в области скоростей, меньших тепловой скорости. Несмотря на приближенный характер аналитической квазилинейной теории, ее отличия от

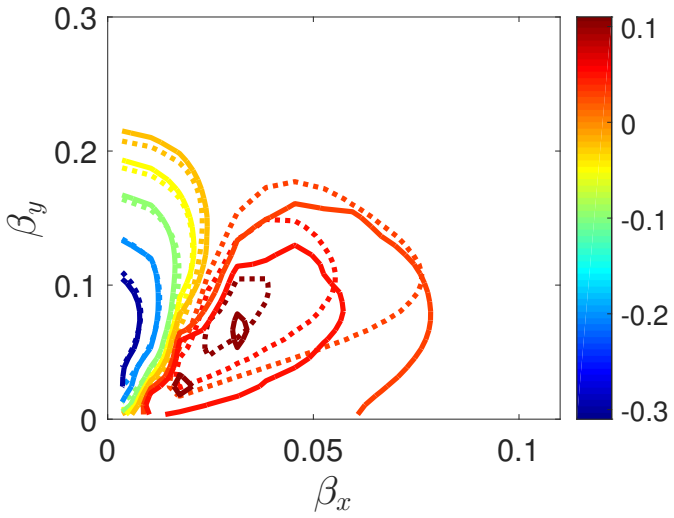


Рисунок 1.11 — Построенные на основе 1-мерного квазилинейного расчета (сплошная линия) и вычисленные на основе аналитической теории [49] (пунктир) для момента времени $\omega_p t = 9000$ линии уровня -0.3, -0.2, -0.1, -0.05, -0.025, 0.025, 0.05 и 0.1 поправки к однородной компоненте функции распределения (1.4), которая в начальный момент времени являлась бимаксвелловской с параметром анизотропии $A_0 = 0.25$.

более точного численного квазилинейного моделирования при сравнении величин среднеквадратичного магнитного поля b_{av}, эволюционного параметра h и характерного волнового числа $\langle K \rangle$ на нелинейной стадии ($\omega_p t > 3000$) не превышают 20%. Наибольшие расхождения наблюдаются в переходной области от быстрого экспоненциального роста к медленной квазилинейной эволюции. В отличие от ожидавшегося в аналитической теории плавно-монотонного изменения всех указанных величин, данный переход в численном квазилинейном моделировании, как и в расчетах методом частиц в ячейках, демонстрирует небольшие осцилляции этих величин (за исключением монотонного уменьшения характерного волнового числа примерно на четверть от исходного значения). Это различие было объяснено в разделе 1.3.

Согласно даваемой аналитической теорией [49] оценке уровня насыщения эволюционного параметра h в зависимости от начального параметра анизотропии, нетрудно оценить средний квадрат нормированного насыщающего магнитного поля (см. (3.11)), если учесть, что в момент насыщения неустойчивости в спектре доминируют моды с волновыми числами вблизи оптимального $K_{\rm opt}$, отвечающего наибольшему линейному инкременту:

$$b_{sat}^2 \approx 0.3 \frac{A_0^5}{(1+A_0)^6}. \qquad (1.26)$$

Полученная оценка соответствует значениям насыщающего магнитного поля, найденным в одномерной задаче в рамках осуществленных квазилинейных расчетов, и дает его резкое спадание по закону $\approx 0.3A_0^5$ при уменьшении начального параметра анизотропии (рис. 1.12a). Для начальных параметров анизотропии больше единицы данная аналитическая оценка не применима, а численное моделирование показывает, что средний квадрат нормированного насыщающего поля с ростом параметра анизотропии стремится к величине чуть меньшей 0.1 (рис. 1.12b). При этом, как будет ясно из следующего подраздела, эволюция спектра одномерной турбулентности существенно изменяется. Кроме того, следует заметить, что в более реальном случае двумерной турбулентности, согласно рис. 1.12b и главе 5, не только меняется характер спектральной эволюции турбулентности, но и сама зависимость насыщающего магнитного поля от начального параметра анизотропии оказывается существенно другой, сильно отличающейся от (1.26) в сторону увеличения при малых A_0 и по-другому выходящей к максимальному значению при больших A_0; см., например, [41; 89].

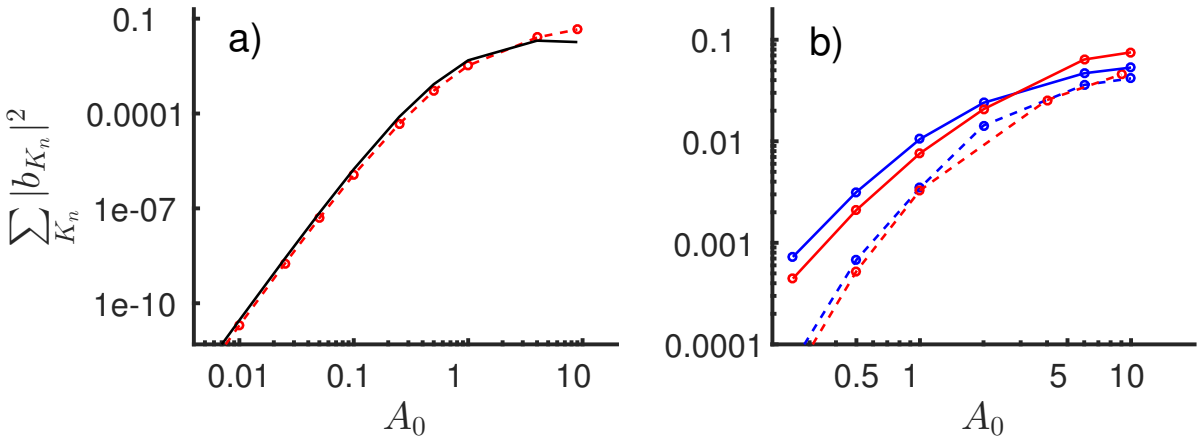


Рисунок 1.12 — Сравнение зависимостей среднего квадрата нормированного насыщающего магнитного поля b_{sat}^2 от начального параметра анизотропии A_0 (a) согласно оценке (1.26) (черный цвет) и численному квазилинейному моделированию по уравнениям (1.12)–(1.15) (красный цвет); (b) согласно этому же моделированию (красный цвет) и расчетам методом частиц в ячейках с помощью кода EPOCH (синий цвет) в одномерном (штрихи) и двумерном (сплошная) случаях.

1.5 Динамика турбулентности в случае высокой начальной анизотропии распределения частиц

Если начальная анизотропия велика, $A_0 \gg 1$, то исходные инкременты мод тоже велики, турбулентность развивается быстро и сразу в более широком интервале волновых чисел (вблизи оптимальной величины K_{opt} и существенно левее нее). На стадии насыщения роста этих мод функция распределения частиц значительно деформируется (в два и более раз) во всей области скоростей порядка тепловых, а не только вблизи своего максимума, как при $A_0 \ll 1$.

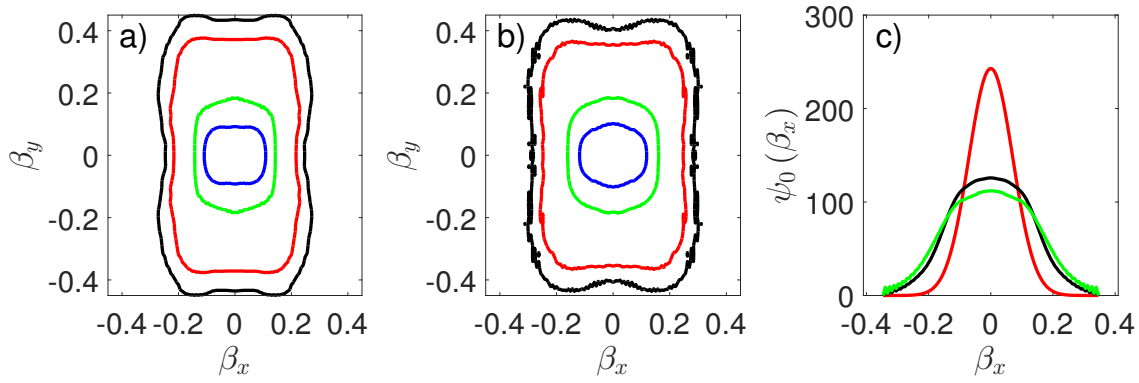


Рисунок 1.13 — (a) Линии уровня 0.05 (черный цвет), 0.1 (красный), 0.5 (зелёный) и 0.8 (синий), отсчитанные от максимального значения функции распределения в момент времени $\omega_p t = 80$; (b) то же в момент времени $\omega_p t = 440$; (c) распределение частиц по величине нормированной компоненты скорости β_x, ортогональной оси анизотропии, в моменты времени $\omega_p t$, равные 0 (красный цвет), 80 (черный) и 440 (зеленый). Приведены данные 1-мерного квазилинейного расчета при $A_0 = 10$.

Согласно расчетам, проведенным для определенности при $A_0 = 10$ (см. рис. 1.13 и ср. рис. 1.11), в данном процессе происходит быстрое увеличение поперечной к оси анизотропии скорости электронов, двигавшихся сначала преимущественно вдоль этой оси, так что центральная часть распределения в значительной мере переходит на периферию и его форма вместо овальной приобретает прямоугольный вид с характерным отношением сторон порядка текущего значения параметра анизотропии A после этапа насыщения. Это значение в несколько раз меньше исходного A_0, в рассмотренном примере - приблизительно в 5 раз, и в дальнейшем почти не уменьшается ($A \approx 2$, см. рис. 1.14). Практически не меняется и форма функции распределения частиц,

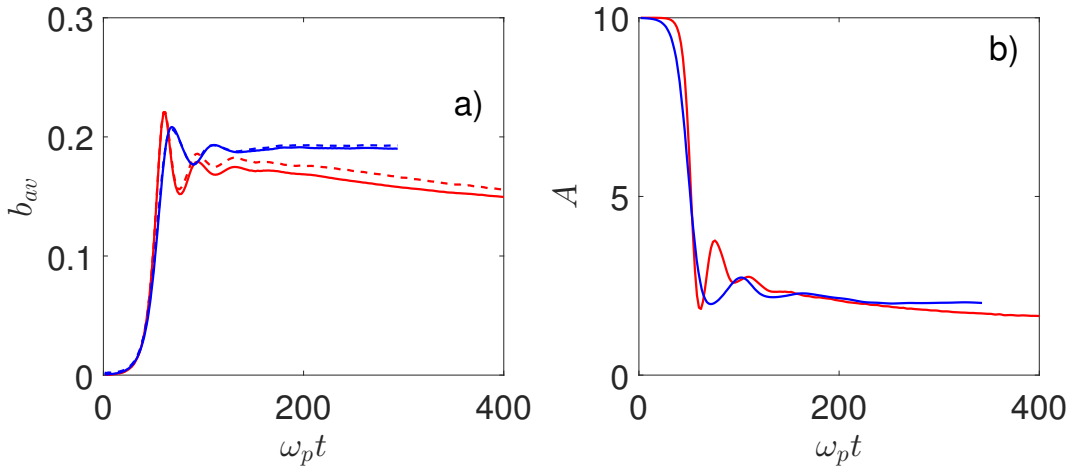


Рисунок 1.14 — Эволюция (a) среднеквадратичного магнитного поля b_{av} (сплошная линия) и оценки этой величины (1.19) (штрихи), а также (b) параметра анизотропии A согласно численному квазилинейному моделированию (красный цвет) и расчетам методом частиц в ячейках (синий цвет) в 1-мерной задаче при $A_0 = 10$.

остающаяся сильно отличной от бимаксвелловской, а также среднеквадратичная величина магнитного поля турбулентности. (Небольшие различия в слабом изменении среднеквадратичного поля b_{av} после достижения им максимума, обнаруживаемые, с одной стороны, квазилинейным расчетом и, с другой стороны, при помощи кода EPOCH, обусловлены, по-видимому, неучтенными нелинейными эффектами в первом и численными шумами, искажающими и тормозящими эволюцию спектра, во втором.) Наблюдение существенно отличной от бимаксвелловской формы распределения частиц ограничивает применимость ранее разработанного квазилинейного подхода, основным предположением которого является изотропизация начального распределения частиц по скоростям с сохранением его бимаксвелловской формы [50; 59; 61].

Сравнивая эволюцию спектров турбулентности при высокой (рис. 1.15) и низкой (рис. 1.9) начальной анизотропии, заметим, что в первом случае затухание насытившихся, более коротковолновых мод оказывается значительно сильнее и автомодельный характер эволюции обоих крыльев спектра выражен более явно, чем во втором. Поэтому в случае высокой начальной анизотропии дисперсия спектра $\sigma^2 = \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2$ заметно изменялась (уменьшалась) только на стадии экспоненциального роста мод, а после кратковременного уширения с началом нелинейной стадии уменьшается очень слабо, стремясь к постоянному значению, в отличие от случая низкой начальной анизотропии, когда эта дисперсия после первоначального уменьшения на линейной стадии медленно

увеличивается за счет нелинейного (квазилинейного) роста длинноволнового крыла спектра. При этом среднее волновое число спектра $\langle K \rangle$ в первом случае со временем уменьшается примерно по степенному закону $t^{-1/2}$, тогда как во втором оно уменьшается весьма незначительно. Наконец, в первом случае, при $A_0 = 10$, близкий к степенному вид обоих крыльев спектра $|b_k|$ прослеживается гораздо более четко и практически сразу после насыщения роста среднеквадратичного поля, характеризуясь почти не меняющимися показателями около 10 и -13 в длинноволновой и коротковолновой частях соответственно, хотя эти показатели весьма чувствительны к начальному уровню амплитуд мод. Заметим, что во втором случае, при $A_0 = 0.25$, степенной вид принимает только длинноволновое крыло, причем с показателем примерно вдвое меньшем, т.е. около 5, и тоже чувствительным к начальному уровню амплитуд мод.

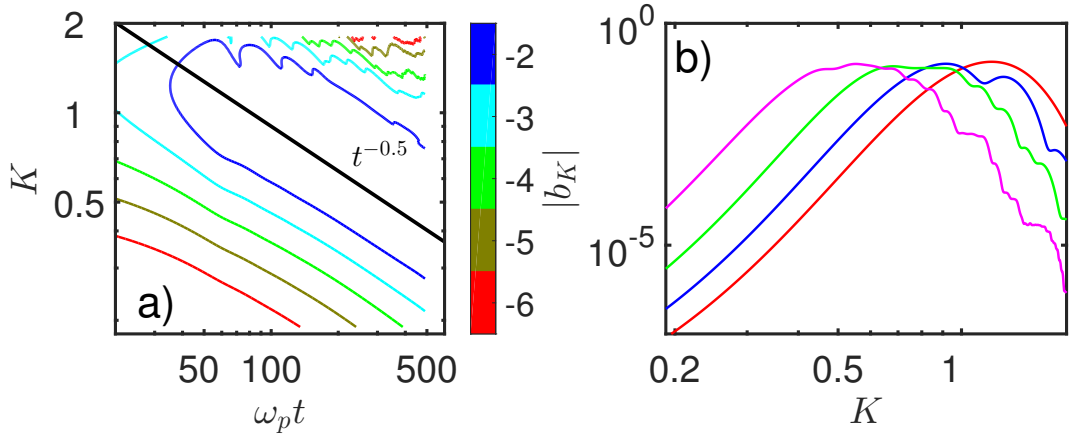


Рисунок 1.15 — Эволюция спектра турбулентности, найденная в 1-мерном квазилинейном расчете, в двойном логарифмическом масштабе: (a) линии уровня логарифма амплитуд мод магнитного поля $|b_K|$; (b) спектр $|b_K|$ магнитного поля в моменты времени $\omega_p t$, равные 60 (красный цвет), 100 (синий), 180 (зеленый) и 360 (розовый). Начальная анизотропия $A_0 = 10$.

Для сформировавшейся сложно анизотропной функции распределения большинство мод приобретают действительную частоту больше или порядка величины инкремента (декремента), а следовательно, их амплитуды $|b_k|$ начинают осциллировать, что отмечалось в предыдущем подразделе при $A_0 = 0.25$. Теперь, при $A_0 = 10$, это показано на рис. 1.16, где частота осцилляций выше у более коротковолновых мод, причем для менее коротковолновых мод имеется промежуточная стадия примерно степенного роста (с различными показателями степени, опять, порядка 3-5, как и при $A_0 = 0.25$), начинающаяся почти сразу после момента насыщения моды с наибольшим исходным инкрементом и

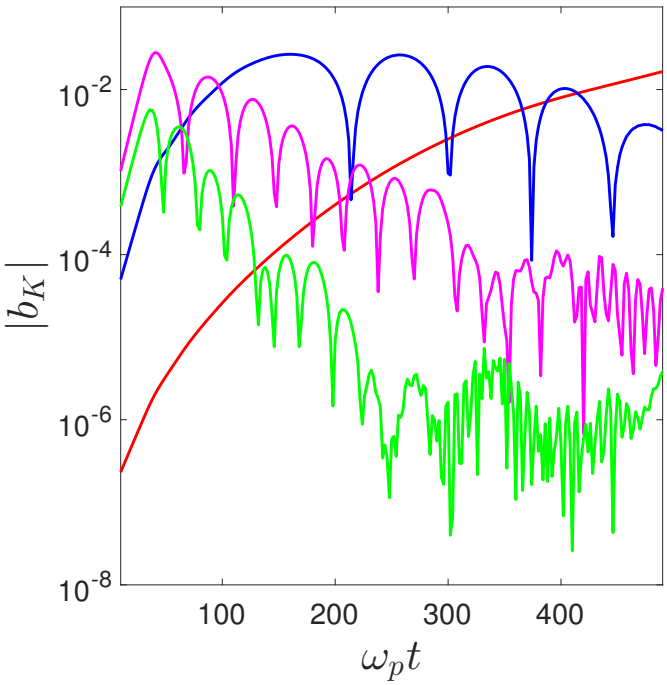


Рисунок 1.16 — Эволюция четырех типичных мод ($K = 0.4$ — красный цвет, $K = 0.7$ — синий, $K = 1.2$ — розовый, $K = 1.6$ — зелёный), взятых из спектра рис. 1.15. Оптимальное волновое число $K_{\text{opt}} \approx 1.2$.

оптимальным волновым числом $K_{\text{opt}} \approx 1.2$ и заканчивающаяся моментом их собственного насыщения, после которого и возникают указанные осцилляции их амплитуд. Дальнейшее затухание огибающих этих осциллирующих амплитуд теперь выражено весьма сильно и является примерно экспоненциальным, а не степенным. Оно идет с разными декрементами в диапазоне 0.01-0.05 для различных мод, опускающихся вплоть до уровня численных шумов порядка 10^{-5}. Осцилляции не наблюдаются только для наиболее длинноволновых мод, дисперсия которых, по-видимому, определяется уплощенной частью функции распределения, а их действительные частоты могут быть даже меньше их инкрементов (декрементов).

Согласно проведенному сравнительному анализу расчетов в рамках квазилинейного подхода и расчетов методом частиц в ячейках для указанных и других значений параметра анизотропии A_0, подобная динамика отдельных мод и спектра в целом в одномерной задаче обусловлена в основном чисто квазилинейными эффектами благодаря продолжающей самосогласованно изменяться функции распределения частиц. Тем не менее, из-за наличия уже упоминавшихся значительных численных шумов в использованном коде EPOCH, искажающих форму функции распределения и квазилинейную динамику мод, открытым остается вопрос о количественной оценке возможной,

пусть малой, роли четырехволнового взаимодействия в нарастании все более длинноволновых и затухании ранее возбудившихся коротковолновых мод, а следовательно, в формировании и поддержании степенной формы крыльев спектра одномерной вейбелевской турбулентности, особенно на поздних этапах ее затухания.

1.6 Заключение

В данной главе разработан и обоснован квазилинейный численный подход к описанию эволюции вейбелевской TEM-турбулентности и соответствующей деформации функции распределения частиц, использующий приближение слабой нелинейной турбулентности, т.е. слабого взаимодействия ее пространственных мод (гармоник). Этот подход и развитые с его помощью представления о квазимагнитостатической турбулентности являются универсальными, т.е. применимы к различным исходным функциям распределения частиц по скоростям, включая не только бимаксвелловские, но и бикаппа-, комбинированные пучковые, не осесимметричные и другие распределения, представляющие интерес в различных ситуациях в плазме, включая наличие внешнего магнитного поля. В одномерной задаче полученные решения квазилинейных уравнений качественно согласуются с результатами имеющейся аналитической теории в пределах её применимости и позволяют анализировать недоступную ей динамику спектра турбулентности, в том числе в сильно анизотропной плазме.

В итоге, общий сценарий эволюции спектра вейбелевской турбулентности, который по существу можно назвать квазилинейным, в рассмотренном одномерном случае представляется следующим. При небольшом уровне начальных шумов на линейной стадии неустойчивости анизотропной плазмы происходит экспоненциальный, апериодический рост мод в довольно широком интервале волновых чисел, для которых инкремент не сильно меньше максимального. К моменту насыщения роста среднеквадратичного магнитного поля профиль спектра, как правило, значительно сужается и центральная группа его мод, следуя квазилинейной динамике и за счет «квадратичной» нелинейности возбуждая вторые гармоники функции распределения частиц и деформируя среднюю по пространству форму этой функции, начинает су-

щественно уменьшать средний параметр анизотропии и инкремент всех мод, причем для указанных центральных мод последний становится даже отрицательным. В результате коротковолновое крыло спектра постепенно затухает, а длинноволновое продолжает расти, причем там темп роста амплитуд мод почти сразу после момента насыщения становится примерно степенным (вместо экспоненциального или нелинейно индуцированного) с показателем, зависящим от волнового числа моды: более длинноволновые моды нарастают медленнее менее длинноволновых. В ходе процесса максимальными амплитудами по очереди начинают обладать все более длинноволновые моды, и величина этого максимума сначала даже немного растет (в области пологого плато на зависимости среднеквадратичного магнитного поля от времени), а потом начинает медленно убывать.

Необходимо подчеркнуть, что представленная плавная в целом динамика спектра как большого случайного набора изначально апериодических вейбелевских мод складывается из колебательного поведения почти всех мод, наступающего практически сразу после насыщения роста энергии турбулентности, когда функция распределения частиц по скоростям не только выполаживается, но и приобретает сложную небимаксвелловскую форму, постепенно меняющуюся со временем. Следуя изменившейся дисперсии плазмы, моды приобретают различные действительные частоты, вообще говоря, сравнимые с их изменившимися инкрементами (или декрементами), и начинают по-разному осциллировать, продолжая нарастать (или затухать). Развитый квазилинейный подход хотя и не содержит в явном виде решение дисперсионного уравнения, но в полной мере учитывает данное важное обстоятельство, обычно скрытое численными шумами при моделировании методом частиц в ячейках.

Глава 2. Развитие двумерной аксиально симметричной турбулентности

2.1 Введение

Изучение качественных особенностей эволюции вейбелевской турбулентности, квазилинейных и не только, не менее актуально и для более реалистичной двумерной (2D3V) задачи, которая рассматривается в настоящем разделе и для которой расчеты кодом EPOCH являются более точными, поскольку его численные шумы не так сильно искажают функцию распределения частиц и динамику мод, как в одномерной задаче. Для определенности анализ ограничен простейшим аксиально симметричным случаем, в котором ось анизотропии y исходного бимаксвелловского распределения электронов по скоростям (1.4) ортогональна расчетной плоскости xz. В этом случае TEM-турбулентности, как будет ясно из дальнейшего, квазилинейные эффекты тоже доминируют и определяют основные свойства ее пространственного спектра. Последний для интересующих нас полей и токов представляется большим числом $s \cdot p$ неколлинеарных мод (гармоник) с волновыми векторами $\{(k_1;k_1),(k_1;k_2),...,(k_2;k_1),...(k_s;k_p)\}$, компоненты которых состоят из s радиальных проекций $\vec{k}\vec{r}_0$ и p аксиальных проекций $\vec{k}\vec{\varphi}_0$. В таком представлении обе компоненты магнитного поля, которое ортогонально оси анизотропии, имеют вид суммы мод по целочисленному векторному индексу $\vec{n} = (n_r,n_\varphi)$:

$$B_{x,z}(t,x,z) = \mathrm{Re} \sum_{n_r,n_\varphi=1}^{l,p} \left(B_{k_{\vec{n}}}(t)\right)_{x,z} \exp(-\mathrm{i}\left(k_{\vec{n}}\right)_x x - \mathrm{i}\left(k_{\vec{n}}\right)_z z). \qquad (2.1)$$

Аналогичен вид и единственной компоненты электрического поля $\vec{E} = (0, E_y, 0)$, направленного вдоль оси анизотропии функции распределения и ниже нормированного так же, как магнитное поле (1.16).

Для указанных мод полей и возмущений-гармоник функции распределения электронов по скоростям может быть получена следующая систему квазилинейных уравнений с новым более сложным оператором $\hat{\Theta}_1$ вместо оператора $\hat{\Phi}$ одномерной задачи (ср. (1.12)–(1.15), (1.18)):

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \tau} + \sum_{n=1}^{m} \mathrm{Re}\left[\hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \psi^*_{K_n}\right)\right] = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \psi_{K_n}}{\partial \tau} + \mathrm{i}\left(\overrightarrow{K}_{\vec{n}}\,\overrightarrow{\beta}\right)\psi_{K_n} + 2\hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \psi_0\right) + \hat{\Theta}_1\left(e^*_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \vec{b}^*_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \psi_{2K_n}\right) = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \psi_{2K_n}}{\partial \tau} + 2\mathrm{i}\left(\overrightarrow{K}_{\vec{n}}\,\overrightarrow{\beta}\right)\psi_{2K_n} + \hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \psi_{K_n}\right) = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_z}{\partial \tau} = -\mathrm{i}\left(K_{\vec{n}}\right)_x e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \quad \frac{\partial \left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_x}{\partial \tau} = \mathrm{i}\left(K_{\vec{n}}\right)_z e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial e_{\vec{K}_{\vec{n}}}}{\partial \tau} = \mathrm{i}\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_x \left(K_{\vec{n}}\right)_z - \mathrm{i}\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_z \left(K_{\vec{n}}\right)_x + \beta_{\|0}^{-1} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \beta_y \psi_{\vec{K}_{\vec{n}}}(\tau, \overrightarrow{\beta}) d^3\beta, \quad (2.6)$$

$$\hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \psi(\beta)\right) = \frac{e_{\vec{K}_{\vec{n}}}}{2}\frac{\partial \psi(\beta)}{\partial \beta_y} - \frac{\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_z}{2}\left(\beta_x \frac{\partial \psi(\beta)}{\partial \beta_y} - \beta_y \frac{\partial \psi(\beta)}{\partial \beta_x}\right) - \frac{\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_x}{2}\left(\beta_z \frac{\partial \psi(\beta)}{\partial \beta_x} - \beta_x \frac{\partial \psi(\beta)}{\partial \beta_z}\right). \quad (2.7)$$

Детальный анализ результатов численных решений этой системы уравнений (2.2)-(2.7) как при низкой, так и высокой начальной анизотропии изложен в разделе 2.2. Раздел 2.3 посвящен сравнению этих результатов с результатами полностью нелинейных расчетов методом частиц в ячейках. В разделе 2.4 сделаны выводы о пределах применимости квазилинейного описания.

2.2 Особенности динамики турбулентности в случаях низкой и высокой начальной анизотропии распределения частиц

Численные, двумерно-неоднородные решения системы уравнений (2.2)-(2.7) для прежнего начального бимаксвелловского распределения частиц по скоростям 1.4 получены на основе метода Стёрмера – Верле (Leapfrog) [81] (см. конец раздела 1.2) при одной и той же исходной поперечной тепловой скорости $\beta_{\perp 0} = 0.1$ и различной начальной анизотропии. Соответствующие результаты приведены ниже при $A_0 = 0.25$ и $A_0 = 10$, как и в предыдущей главе для одномерной задачи. Отметим, что и для двумерной задачи в предположении об аксиально симметричном и достаточно узком пространственном

спектре вейбелевской турбулентности, согласно [88] и (1.19), нетрудно получить следующее приближенное аналитическое соотношение для эволюционирующих среднеквадратичного магнитного поля b_{av}, параметра анизотропии плазмы A (ср. (1.21)) и среднего радиального волнового числа (2.10) $\langle K\rangle$ (ср. 1.19):

$$b_{av}^2 = \frac{A_0 - A}{1 + A_0} \cdot \frac{\langle K\rangle^2}{A\langle K\rangle^2 + A + 5\langle K\rangle^2 + 3}, \tag{2.8}$$

$$A = \frac{2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\iiint \beta_y^2 \psi_0(\tau,\beta_x,\beta_y,\beta_z) d\beta_x d\beta_y d\beta_z}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\iiint (\beta_x^2 + \beta_z^2)\, \psi_0(\tau,\beta_x,\beta_y,\beta_z) d\beta_x d\beta_y d\beta_z} - 1. \tag{2.9}$$

Здесь усреднение понимается в следующем смысле:

$$\langle ... \rangle = \frac{\int\limits_{0}^{\infty}\iint ... b_K^2 K_\perp dK_\perp}{\int\limits_{0}^{\infty}\iint b_K^2 K_\perp dK_\perp}, \tag{2.10}$$

Это соотношение для аксиально симметричной (в среднем) турбулентности по-прежнему очень хорошо, с точностью до нескольких процентов, выполнялось в квазилинейных расчетах (см., например, рис. 2.4а) и немного хуже, с точностью до 10-20%, в расчетах методом частиц в ячейках, где в условиях высокого уровня численных шумов спектр оказывался более широким. Отметим, что всюду ниже под спектром вейбелевской турбулентности в аксиально симметричной задаче подразумевается зависимость нормированных амплитуд мод магнитного поля (3.11) $|b_K|$ от нормированного радиального волнового числа (1.16) K, получаемая после усреднения по азимутальному углу.

Не повторяя общие положения, сформулированные в подразделах 1.3 и 1.5, сосредоточимся только на различиях в развитии турбулентности, обусловленных переходом от одномерной к двумерной задаче, т. е. расширением области волновых векторов неустойчивых мод и направлений их магнитных полей, а следовательно, усилением квазилинейного взаимодействия мод и деформации функции распределения электронов по скоростям.

При низкой начальной анизотропии, $A_0 = 0.25$, деформация функции распределения идет интенсивнее, дольше и по величине составляет уже не доли, а несколько процентов, захватывая более обширную область тепловых скоростей электронов, так что тангенс угла конуса, на котором согласно рис. 1.11

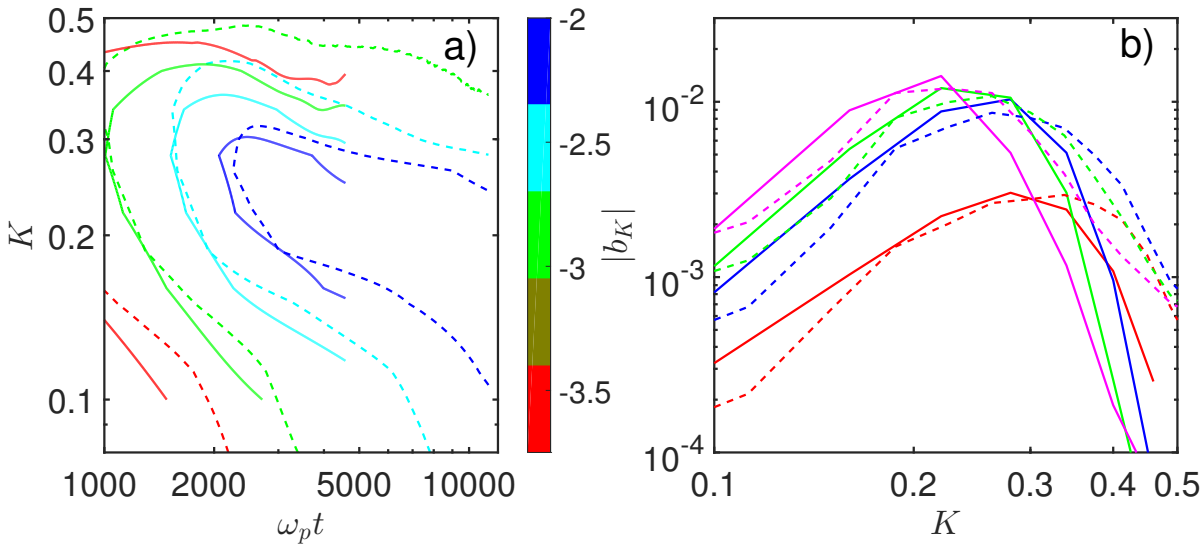


Рисунок 2.1 — Эволюция спектра турбулентности, найденная в аксиально симметричных расчетах методом частиц в ячейках (штрихи) и на основе квазилинейного подхода (сплошная линия), в двойном логарифмическом масштабе: (a) линии уровня логарифма амплитуд мод магнитного поля $|b_K|$; (b) спектр $|b_K|$ магнитного поля в моменты времени $\omega_p t$, равные 1500 (красный цвет), 2400 (синий), 3000 (зеленый) и 4500 (розовый). Начальная анизотропия $A_0 = 0.25$.

меняется знак приращения функции распределения, увеличивается от примерно 1/6 до почти 1/2 (рис. 2.3). При этом в баунс-осцилляциях участвует больше электронов, а функция распределения становится менее анизотропной и по форме ближе к бимаксвелловской, причем величина анизотропии с наступлением нелинейной стадии падает не осциллируя и не на 1-2% (как было показано на рис. 1.8b), а почти на 20%, продолжая снижаться в дальнейшем (рис. 2.4b). Значительнее уменьшается, не осциллируя, и среднее волновое число $\langle K \rangle$ энергонесущих мод, а насыщающее среднеквадратичное магнитное поле b_{sat} оказывается сильнее приблизительно в 5 раз и тоже не осциллирует, хотя по-прежнему почти не снижается по величине на рассмотренных временах, в несколько раз превышающих время наступления насыщения. Данные результаты квазилинейного подхода согласуются с предшествующими численными исследованиям вейбелевской неустойчивости методом частиц в ячейках, например, [41; 42].

В рассмотренном типичном примере смещение спектра турбулентности в длинноволновую область, как показано на рис. 2.1, выражено более явно и сопровождается затуханием коротковолновых мод, а не только ростом длинноволновых, что имело место в одномерной задаче (ср. рис. 1.9, где время

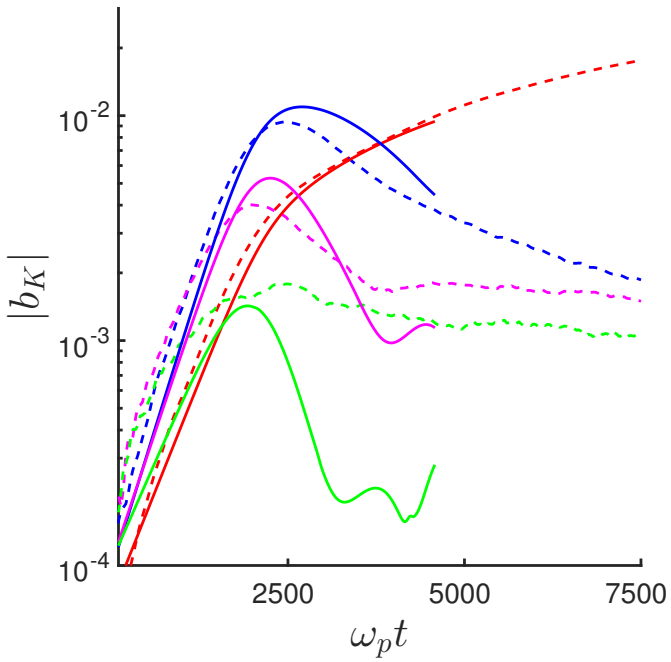


Рисунок 2.2 — Эволюция четырех типичных мод ($K = 0.16$ — красный цвет, $K = 0.28$ — синий, $K = 0.34$ — розовый, $K = 0.4$ — зелёный), взятых из спектра рис. 2.1. Оптимальное волновое число $K_{\text{opt}} \approx 0.28$.

наступления насыщения почти вдвое больше, поскольку логарифмический уровень начальных амплитуд мод был задан примерно вдвое ниже, чем на рис. 2.1). Такое поведение спектра обусловлено более эффективным квазилинейным, но не четырехволновым взаимодействием мод, что подтверждает аналогичный расчет методом частиц в ячейках, который учитывает оба механизма взаимодействия мод и которому на рисунке отвечают штриховые линии, хорошо совпадающие со сплошными. Благодаря менее анизотропной и более гладкой форме функции распределения, согласованной с двумерной турбулентностью, отдельные моды в ходе ее эволюции остаются по существу апериодическими, т. е. их инкременты (декременты) превышают по величине возможные значения действительных частот. Следовательно, в отличие от одномерной турбулентности, квазипериодические осцилляции амплитуд мод практически отсутствуют и их начальный рост с последующим затуханием определяется изменяющейся величиной инкремента, переходящего после насыщения в декремент; ср. рис. 2.2 и 1.10. При этом из-за изменения во времени инкремента (декремента) мод оказывается возможным не строго экспоненциальный, а скорее близкий к степенному как рост их амплитуд на промежуточном этапе эволюции до достижения максимальной величины (который начинается после насыщения наиболее быстро растущей моды с оптимальным волновым числом $K_{\text{opt}} \approx 0.28$),

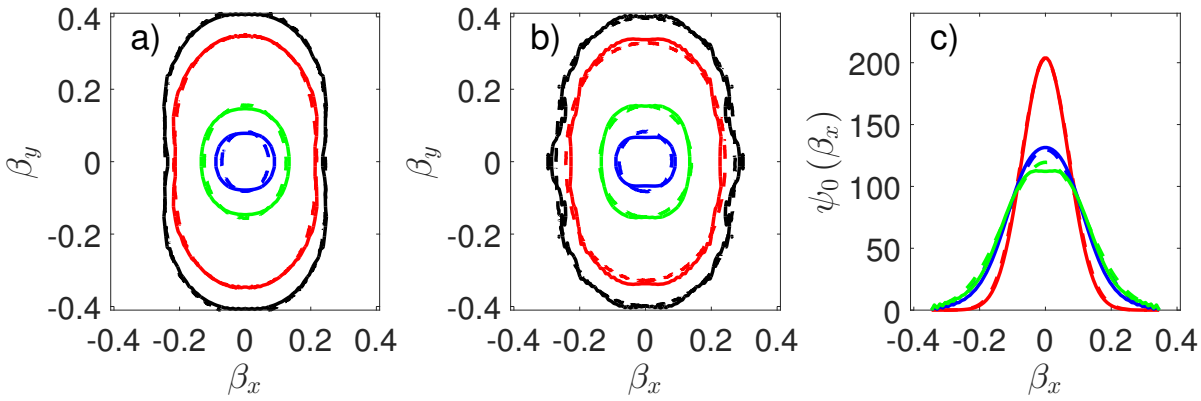


Рисунок 2.3 — (a) Линии уровня 0.05 (черный цвет), 0.1 (красный), 0.5 (зелёный) и 0.8 (синий), отсчитанные от максимального значения функции распределения в момент времени $\omega_p t = 83$; (b) то же в момент времени $\omega_p t = 170$; (c) распределение частиц по величине нормированной компоненты скорости β_x, ортогональной оси анизотропии, в моменты времени $\omega_p t$, равные 0 (красный цвет), 83 (синий) и 170 (зеленый). Приведены данные аксиально симметричных расчетов методом частиц в ячейках (штрихи) и в рамках квазилинейного подхода (сплошная) при $A_0 = 10$.

так и дальнейшее затухание. Со временем совместная динамика мод отражается в автомодельных чертах спектра турбулентности $|b_K|$, у которого в представленном примере длинноволновое и коротковолновое крылья неплохо аппроксимируются степенными зависимостями с показателями около 2 и -10 соответственно.

Остановимся теперь на ситуации с высокой начальной анизотропией, $A_0 = 10$, опять опираясь на во многом аналогичные одномерным результаты расчетов в квазилинейном приближении. Как показывает сравнение рис. 2.3 и 1.13, не только качественное, но и количественное отличие деформаций функции распределения электронов по скоростям в одномерной и двумерной задачах не очень велико. Впрочем, в последней линии уровня этой функции являются более овальными, менее прямоугольными, что соответствует более сглаженной, менее анизотропной форме, хотя все равно значительно отличной от бимаксвелловской во всей области скоростей порядка тепловых. При этом падение параметра анизотропии A в процессе насыщения неустойчивости происходит немного плавнее, но и немного глубже, так что насыщающее магнитное поле b_{av} тоже оказывается немного выше и после резкого нарастания очень медленно затухает, слегка осциллируя в противофазе с анизотропией на величину порядка нескольких процентов; ср. рис. 1.14 и 2.4. Согласно рис. 1.15 и 2.5,

эволюция одномерного и двумерного спектра вейбелевской турбулентности в целом однотипна, а волновое число, отвечающее его максимуму (и почти совпадающее со средним значением $\langle K \rangle$), смещается в длинноволновую сторону примерно по одному и тому же степенному закону $t^{-1/2}$ (см. также рис. 2.4c; этот закон отмечался нами ранее [38; 42]).

2.3 Сравнение с результатами моделирования методом частиц в ячейках

В дополнение к вышесказанному опять проводилось сравнение с моделированием методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH, которое в целом оказалось согласованным с квазилинейным моделированием системы (2.2)-(2.7) с точностью $\sim 10 - 30\%$. Важными представляются следующие отличия в спектре двумерной турбулентности, вычисленном в квазилинейном подходе и с помощью кода EPOCH при высокой начальной анизотропии $A_0 = 10$. Именно, с началом стадии насыщения, $\omega_p t > 60$, в коротковолновой части спектра, $K > K_{\rm opt}$, квазилинейный расчет демонстрирует осцилляторное поведение мод, тогда как оно отсутствует в аналогичном расчете методом частиц в ячейках,

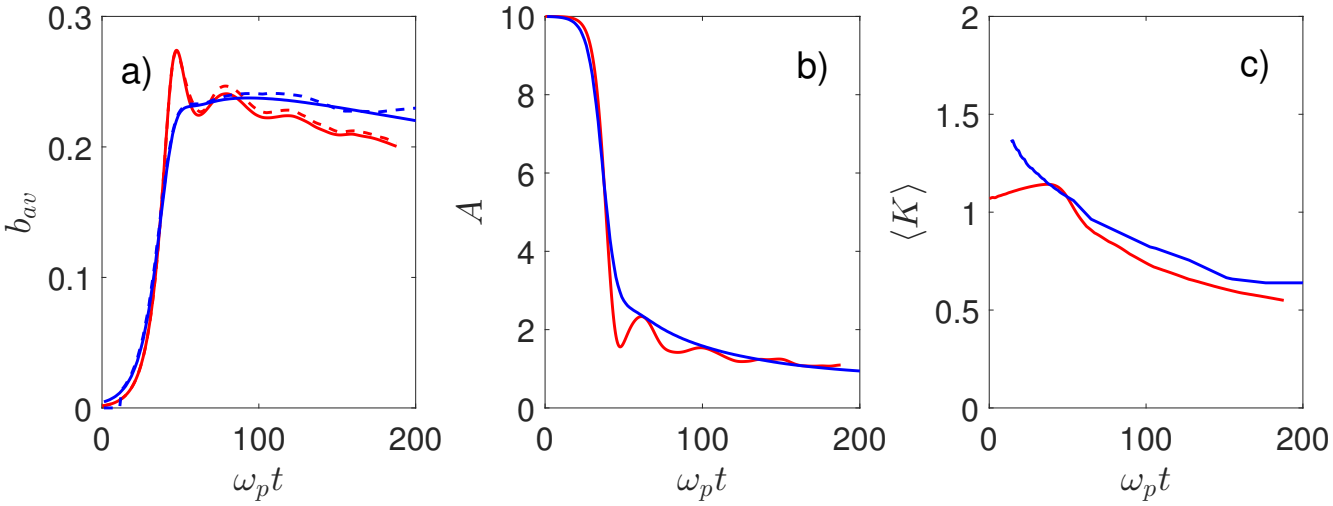


Рисунок 2.4 — Эволюция (a) среднеквадратичного магнитного поля b_{av} (сплошная линия) и оценки этой величины (2.8) (штрихи), а также (b) параметра анизотропии A и (c) характерного волнового числа $\langle K \rangle$ согласно численному квазилинейному моделированию (красный цвет) и расчетам методом частиц в ячейках (синий цвет) в аксиально симметричной задаче при $A_0 = 10$.

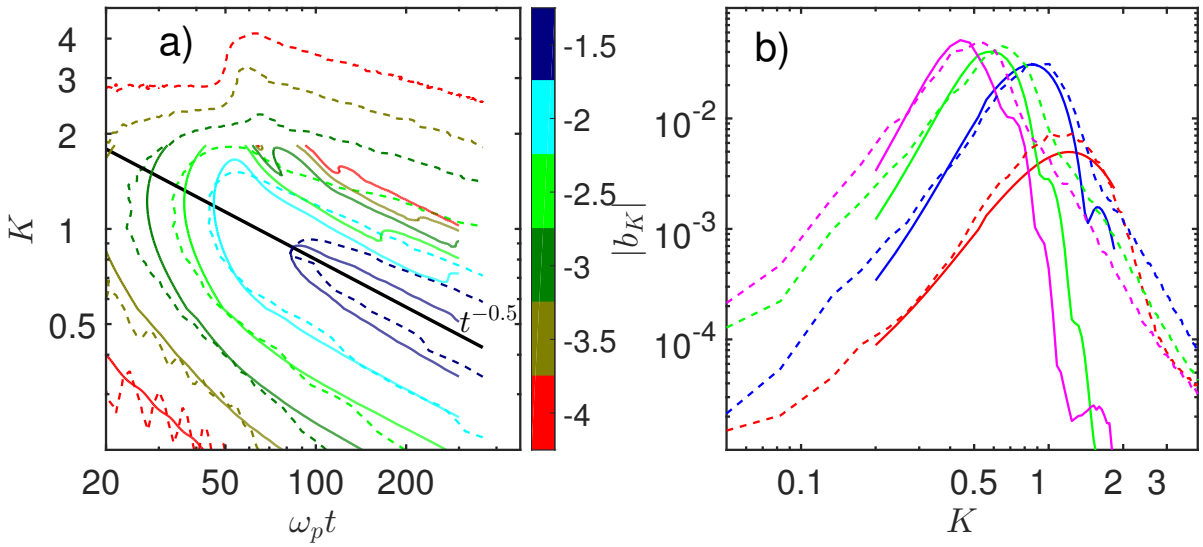


Рисунок 2.5 — Эволюция спектра турбулентности, найденная в аксиально симметричных расчетах методом частиц в ячейках (штрихи) и в рамках квазилинейного подхода (сплошная линия), в двойном логарифмическом масштабе: (a) линии уровня логарифма амплитуд мод магнитного поля $|b_K|$; (b) спектр $|b_K|$ магнитного поля в моменты времени $\omega_p t$, равные 40 (красный цвет), 80 (синий), 160 (зеленый) и 280 (розовый). Начальная анизотропия $A_0 = 10$.

демонстрирующем резкое и существенное, по меньшей мере двукратное, расширение спектра в коротковолновую сторону. Этих отличий не было при низкой начальной анизотропии $A_0 = 0.25$, а также в одномерной турбулентности ни при какой начальной анизотропии. Указанное расширение спектра особенно наглядно видно на рис. 2.5b на больших временах $\omega_p t = 160$ и 280, когда квазилинейный расчет (сплошные кривые) показывает сильное смещение крутого правого крыла спектра в длинноволновую сторону, а более точный расчет кодом EPOCH (штрихи) сохраняет правое крыло гораздо более коротковолновым и пологим. Отметим, кстати, что соответствующие степенные показатели -3.5 и 3 правого и левого крыльев спектра двумерной турбулентности сильно отличаются от аналогичных показателей -10 и 2 спектра одномерной турбулентности при той же величине $A_0 = 10$, что отчасти связано с разным уровнем заданных начальных амплитуд мод.

Причина установленных отличий заключается в четырехволновом взаимодействии мод, не учитывающимся в квазилинейной системе уравнений (2.2)-(2.7). Последняя благодаря этому обстоятельству позволяет выявить в моделировании методом частиц в ячейках нелинейные эффекты, отличные от квазилинейных. Сравнение расчетов одной и той же задачи в рамках этих двух

подходов полезно провести путем анализа динамики отдельных мод двумерной вейбелевской турбулентности с использованием рис. 2.6. Расчет кодом EPOCH (штрихи) показывает, что с наступлением насыщения турбулентности достаточно коротковолновые моды, вопреки квазилинейному приближению (сплошные линии), не следуют осцилляторной динамике и экспоненциальному затуханию с легко вычисляемыми показателями порядка 0.01 - 0.1 (что примерно вдвое больше, чем для аналогичной одномерной турбулентности; ср. рис. 1.16). Напротив, эти моды лишь частично, в небольшой мере отслеживают первую «квазилинейную» осцилляцию и довольно быстро переходят к медленному примерно степенному затуханию с показателями в небольшом интервале значений от -1 до -1.3, по-видимому, испытывая эффективную подкачку за счет четырехволнового взаимодействия немного более длинноволновых мод, имеющих достаточно большие амплитуды и расположенных в центральной части текущего спектра.

Вместе с тем, динамика значительно более длинноволновых мод согласуется в квазилинейных расчетах и в результатах кода EPOCH. Эти моды находятся, вплоть до своего насыщения, на промежуточной стадии приблизительно степенного роста с показателями порядка 1 - 2 (что в два-три раза меньше, чем для аналогичной одномерной турбулентности).

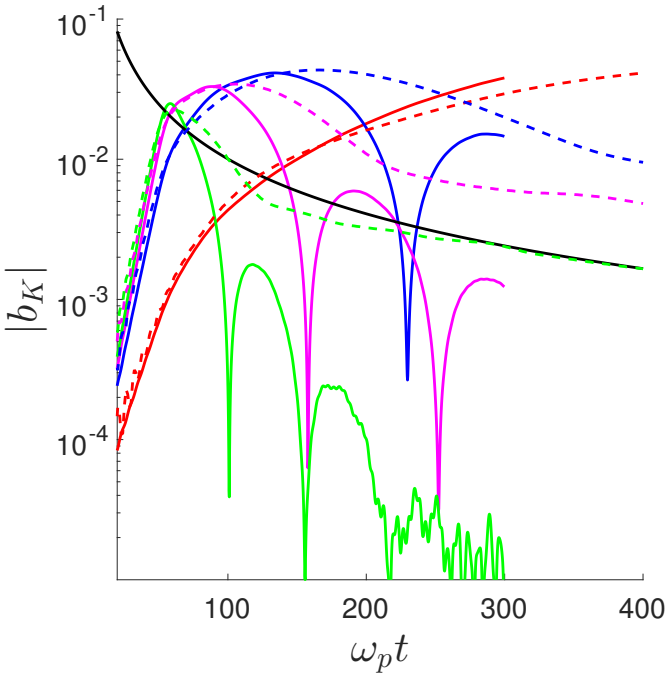


Рисунок 2.6 — Эволюция четырех типичных мод ($K = 0.36$ — красный цвет, $K = 0.68$ — синий, $K = 0.88$ — розовый, $K = 1.2$ — зелёный), взятых из спектра рис. 2.5. Оптимальное волновое число $K_{\text{opt}} \approx 1.2$. Черная линия соответствует степенной зависимости $t^{-4/3}$.

Во избежание недоразумений следует отметить, что вплоть до насыщения роста среднеквадратичного магнитного поля отличия квазилинейных расчетов от расчетов методом частиц в ячейках являются весьма незначительными, даже в одномерной задаче. В итоге, квазилинейный подход позволяет корректно вычислять величину насыщающего магнитного поля вейбелевской турбулентности, что уже было продемонстрировано в конце подраздела 1.3 на рис. 1.12. Согласно ему, средний квадрат насыщающего поля двумерной турбулентности отличается от его значения для одномерной на десятки процентов при большом начальном параметре анизотропии, $A_0 \gtrsim 1$, и многократно при низком параметре, $A_0 \lesssim 1$, поскольку тогда численно найденный показатель его степенной зависимости от этого параметра оказывается близким к 2 вместо аналитически найденного показателя 5 для одномерной турбулентности (см. формулу (1.26)).

2.4 Применимость квазилинейного подхода

Ограничение квазилинейного подхода и обуславливающие его неучтенные нелинейные эффекты могут проявляться кратковременно или накапливаться в ходе долговременной эволюции спектра мод, причем результат зависит от характера анизотропии плазмы и геометрии задачи. В данной главе было продемонстрировано, что в двумерной аксиальносимметричной задаче на продолжительном промежутке эволюции, многократно превосходящем время до насыщения неустойчивости, квазилинейный подход корректно описывает спектральную динамику незамагниченной турбулентности как при низкой, так и при высокой начальных анизотропиях за исключением обогащения коротковолнового крыла спектра (рис. 2.5) за счет генерации суммарных гармоник сразу после начала насыщения турбулентности (см. также [90]). В главе 4 будет показано, что в данной задаче возможен еще один нелинейный эффект: трехволновое взаимодействие, при котором две линейно неустойчивые TM-моды складываются и генерируют TE-моду (рис. 4.11), магнитное поле которой обладает отличной от нуля проекцией на ось анизотропии. Амплитуда генерируемых TE-мод даже в наиболее опасном случае высокой начальной анизотропии не менее чем на порядок уступает TM-модам (рис. 4.9), поэтому они не оказы-

вают значительного влияния на динамику турбулентности на изученных нами временах.

В квазилинейной аналитической теории [47; 49] ключевые приближения состоят в малости инкрементов, $\gamma_{K_n} \ll K_n \beta_{\perp 0}$, и в узости области изменения усредненной в пространстве функции распределения частиц по скоростям, $\delta\beta_x \ll \beta_{\perp 0}$. Первое требование призвано гарантировать применимость используемого дисперсионного уравнения, а второе фактически сводится к отсутствию учета диффузии частиц вдоль оси анизотропии, а значит, к нарушению закона сохранения энергии. В квазилинейном полуаналитическом подходе [50; 59; 60] предполагается изотропизация распределения частиц по скоростям за счет изменения его параметров, но не изменения его формы. Например, в случае начального бимаксвелловского распределения (1.4) предполагается, что на протяжении нелинейной эволюции уменьшается продольная температура, увеличивается поперечная, но форма распределения остаётся бимаксвелловской. Представленные в этой и предыдущей главах наблюдения как полностью нелинейной эволюции в расчетах методом частиц в ячейках, так и квазилинейной динамики вейбелевской турбулентности противоречат данному предположению в изученных одномерной и двумерной задачах. Применимость развитого в данной работе квазилинейного подхода не ограничена условиями накладываемыми в вышеописанных работах, поэтому в течение длительного промежутка нелинейной эволюции турбулентности корректно её описывает в случае незамагниченной плазмы.

При наличии достаточно сильного внешнего магнитного поля, ориентированного вдоль оси анизотропии и не нарушающего аксиальную симметрию задачи возникает длинноволновая граница спектра. В главе 4 будет показано, что эффекты нелинейного взаимодействия оказываются способны дополнительно расширять спектр мод на этапе насыщения не только в коротковолновой, но и в длинноволновой области. Вследствие этого, основная энергонесущая часть спектра смещается в длинноволновую область за счет нелинейного взаимодействия, не учитываемого в квазилинейном подходе, что нарушает при существенно изменяющих дисперсионные свойства среды внешних магнитных полях применимость развитой здесь квазилинейной теории.

2.5 Заключение

Проведенные расчеты, в том числе и для не представленных в данной главе параметров анизотропии A_0, показывают, что общий сценарий эволюции вейбелевской турбулентности в двумерной задаче аналогичен одномерной. Тем не менее, были выявлены следующие существенные различия эволюции спектра вейбелевской турбулентности в одномерной и аксиально симметричной двумерной задачах при одинаковых начальных условиях.

Во-первых, более богатый двумерный спектр развитых мод обеспечивает более гладкую и сильную модификацию исходной функции распределения электронов по скоростям, а следовательно, более значительные уменьшение параметра анизотропии и увеличение магнитной энергии турбулентности. При этом последующий распад образовавшихся случайных самосогласованных токовых филаментов идет эффективнее, чем для турбулентности с одномерным спектром, где квазилинейные эффекты и четырехволновое взаимодействие мод искусственно ограничены, как и свободный разлет электронов из токовых слоев.

Во-вторых, в двумерном случае автомодельный характер эволюции спектра выражен более явно, а формирование его степенных крыльев и смещение его максимума в длинноволновую сторону происходят быстрее, благодаря не только квазилинейному, но и четырехволновому взаимодействию мод в случае коротковолнового крыла. При этом зависимость соответствующих параметров спектра от начальной анизотропии плазмы выражена слабее, чем в одномерном случае, где перестройка спектра заторможена.

В-третьих, динамика отдельных мод в двумерной задаче, естественно, оказывается более сложной и многообразной, хотя в общем случае и включает в себя те же три основные стадии, что и в одномерной задаче: сначала экспоненциальное и потом примерно степенное нарастание (для некоторых мод дополненное кратким сверхбыстрым ростом), а после достижения максимума - тоже спадание степенного типа. При $\beta_{\perp 0} = 0.1$ и $A_0 = 10$ показатели степенного затухания и роста лежат в диапазонах от -1.3 до -1 и от 1 до 2 соответственно для коротковолновых и длинноволновых мод, а показатель медленного примерно степенного спадания среднеквадратичного магнитного поля после момента насыщения близок к -0.3. При этом в одномерной турбулентности для многих мод не все эти стадии четко выражены, но значительно заметнее квазипери-

одические осцилляции амплитуд мод и даже ее интегральных характеристик, вызванные, как и в двумерной турбулентности, квазилинейной модификацией анизотропии функции распределения электронов и соответствующим изменением действительных частот и инкрементов (декрементов) мод.

Глава 3. Квазилинейное взаимодействие ленгмюровской и вейбелевской турбулентности в системе плазма+пучок

3.1 Введение

Для различных задач физики лабораторной и космической бесстолкновительной плазмы, включая звёздный ветер и магнитосферы звёзд и планет, характерны переходные процессы, вызванные появлением пучка энергичных заряженных частиц (электронов и/или ионов) в теплой плазме [4; 6; 7; 65; 73; 91—93]. Даже если распределение частиц по скоростям в плазме и в пучке является изотропным максвелловским (в соответствующей сопровождающей системе отсчета), для совместной системы «плазма+пучок» распределение будет анизотропным. В результате, согласно классическим результатам дисперсионного анализа [1; 2; 50; 76; 84; 94—96], могут одновременно развиваться различные кинетические неустойчивости, прежде всего, резонансная квази-электростатическая двухпотоковая неустойчивость и апериодическая квази-магнитостатическая неустойчивость вейбелевского типа, известные также как пучковая и филаментационная соответственно. Многообразные возможности возникновения обеих неустойчивостей благодаря генерации пучков электронов имеются, например, в хромосфере и короне Солнца и звёзд поздних спектральных классов, где происходит спорадическое ускорение частиц в активных областях с крупномасштабными магнитогидродинамическими движениями плазмы и с локализованными быстротечными процессами пересоединения магнитных силовых линий в районах с ослабленным магнитным полем [97—104].

Двухпотоковой неустойчивости подвержены продольные ленгмюровские (плазменные) волны, так что её развитие приводит к формированию коротковолновой ленгмюровской турбулентности электрического поля и плотности плазмы [2; 51; 53; 105—111]; при этом в распределении частиц образуется плато в области скоростей между небольшими скоростями частиц теплой плазмы и значительно большими скоростями частиц пучка, а анизотропия общего распределения уменьшается. Вследствие филаментационной неустойчивости возникает вейбелевская (магнитная) турбулентность, а именно, формируются более длинноволновые поперечные квази-магнитостатические поля и согласо-

ванные с ними токовые филаменты или слои [3; 8—10; 12; 13; 18; 83; 84; 112; 113]; при этом тоже уменьшается анизотропия общего распределения частиц по скоростям и его пучковая часть сглаживается. Отметим, что для единообразия возникающая турбулентность квази-магнитостатического поля ниже называется вейбелевской, поскольку её основные свойства на нелинейной стадии после насыщения качественно не зависят от начального вида, например, пучкового или теплового, функции распределения частиц по скоростям (если она имеет не слишком большую величину анизотропии). Поэтому сохранение формального отличия исходной филаментационной неустойчивости от широко известной вейбелевской неустойчивости, отвечающих пучковому и тепловому распределениям соответственно, в названии турбулентности вряд ли уместно; ср. [76; 114].

Для простоты будем интересоваться незамагниченной плазмой, для которой двухпотоковая (пучкового типа) и филаментационная (вейбелевского типа) неустойчивости по отдельности изучены достаточно подробно, особенно в линейном приближении и на основе численных методов; см., например, [1; 2; 76; 84; 94—96]. Для исследования долговременной нелинейной динамики турбулентности, возникающей в бесстолкновительной плазме в результате развития изолированных двухпотоковой или филаментационной неустойчивостей, применялись как полноценные расчеты методом частиц в ячейках [9; 45; 46; 50; 65; 76; 86; 88; 109; 115—119], так и различные приближенные подходы, прежде всего квазилинейные [48; 50; 51; 86; 89; 105; 108; 110; 120—122].

Однако до сих пор слабо освещена проблема нелинейного взаимодействия ленгмюровской и вейбелевской турбулентности, важная для анализа таких явлений, как формирование бесстолкновительных ударных волн и структур в аккреционных дисках и колонках, взаимопроникновение соседних облаков и потоков частиц звёздного ветра, развитие корональных выбросов массы и солнечных вспышек, нагрев плазмы и изменение её кинетических свойств при инжекции пучков высокоэнергичных частиц и др. [6; 11; 16; 18; 19; 73; 74; 93; 123—127]. Имеющиеся выборочные работы в этом направлении исследований основаны преимущественно на расчетах методом частиц в ячейках, зачастую ограничиваются гидродинамическим режимом той или иной неустойчивости и по существу не касаются, а тем более не детализируют взаимное влияние ленгмюровской и вейбелевской турбулентности; ср., например,[50; 65; 75; 76; 96; 126] (при наличии внешнего магнитного поля см. работы [65; 66]). Так, в обзоре [76], являющемся, по-видимому, наиболее полным для данной задачи

в отсутствие внешнего магнитного поля, обсуждаются условия насыщения и возможные нелинейные локализованные структуры в турбулентности каждого типа, но не изучается влияние изменения функции распределения частиц под действием турбулентности одного типа на развитие другой, хотя и упоминается возможность их последовательного развития.

В настоящей главе на ряде примеров предпринято детальное изучение одного из механизмов взаимного влияния указанных неустойчивостей для кинетического режима их нарастания, насыщения и последующей релаксации сформировавшейся слабой турбулентности. А именно, проанализировано, как каждое из турбулентных полей – в основном электрическое или магнитное для двухпотоковой или филаментационной неустойчивостей соответственно – изменяет общую среднюю по пространству функцию распределения частиц (электронов) по скоростям и тем самым модифицирует ход сопутствующей неустойчивости. В подобном квазилинейном подходе [48—50; 61; 86; 89; 93; 105; 106; 108; 110; 128; 129] каждая мода турбулентности эволюционирует локально во времени согласно её инкременту (декременту), вычисляемому в линейном приближении с использованием указанной мгновенной функции распределения частиц. При этом рассматриваются условия, в которых, как подтверждают проведенные тестовые расчеты методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH [82], исключена определяющая роль других возможных механизмов нелинейного изменения спектра обеих типов турбулентности, например, формирование множественных ленгмюровских солитонов с нескомпенсированным зарядом, сталкивающихся между собой, и z-пинчей тока, сливающихся друг с другом, или систематическое трех- и четырехволновое взаимодействие отдельных мод (пространственных гармоник).

С этой целью построена замкнутая квазилинейная система уравнений, разработан оригинальный численный код её решения и с его помощью рассчитана одновременная нелинейная динамика большого числа (многих тысяч) ленгмюровских и филаментационных мод турбулентной плазмы в кинетическом приближении, когда допустимые инкременты $\boldsymbol{\gamma}$ и соответствующие волновые числа k всех мод удовлетворяют неравенству $\boldsymbol{\gamma} \ll kv_T$, где v_T — характерная тепловая скорость (фоновой плазмы и/или частиц пучка) [1]. В результате установлена роль квазилинейного взаимодействия мод в эволюции спектров ленгмюровской и вейбелевской турбулентности, а также найдена дина-

[1]Оригинальный код доступен по ссылке: https://github.com

мика среднеквадратичных электрического и магнитного полей в ней и указан неравномерный характер уменьшения анизотропии распределения частиц по скоростям и увеличения тепловой энергии плазмы (нагрева) в поперечном к пучку направлении.

Такой подход соответствует классическому квазилинейному описанию ленгмюровской турбулентности [105; 106; 108; 110] и развитому в работах [48—50; 61; 128] и главах 1 и 2 настоящей работы описанию турбулентности вейбелевского типа. Преимуществами подобного подхода перед моделированием методом частиц в ячейках являются возможность свободно выбирать диапазон представляющих интерес волновых векторов мод и регулировать начальный уровень их амплитуд. Это позволяет не только по отдельности верифицировать квазилинейное описание филаментационных и ленгмюровских мод путем сравнения получающихся частных результатов с найденными ранее результатами расчетов методом частиц в ячейках, но и сравнивать независимую динамику спектра тех и других мод с их совместной динамикой. Немаловажной является и меньшая требовательность квазилинейных расчетов к вычислительным ресурсам, загруженность которых в расчетах методом частиц в ячейках оказывается многократно выше, в частности, из-за необходимости использования большого числа частиц для корректного описания резонансных эффектов кинетической двухпотоковой неустойчивости [112; 113; 130].

Для простоты представленное исследование ограничено решением начальной двумерной задачи для однородной незамагниченной нерелятивистской системы «плазма+пучок», в которой фоновая плазма и пучок содержат, кроме холодных ионов, электроны с одинаковой тепловой скоростью v_T (и температурой T), причем пучок как целое распространяется вдоль оси y с не очень большой скоростью v_s, не более чем в несколько раз превышающей эту тепловую скорость. В данных условиях исключается возникновение локализованных в пространстве зарядов (ленгмюровских солитонов) и индуцированных током z-пинчей (нелинейных вейбелевских филаментов) [45; 94; 95; 110; 119; 131]. Основное внимание уделяется квазилинейной эволюции спектра ленгмюровских (двухпотоковых) мод, т.е. фактически квази-электростатических возмущений (волн) с волновыми векторами, в основном сонаправленными с пучком, и спектра филаментационных (вейбелевских) мод, т.е. поперечных квази-магнитостатических возмущений (гармоник) с почти ортогональными пучку волновыми векторами [76; 114]. Эти два спектра мод хорошо разделены по направлению

и величинам волновых векторов и для их описания используются две прямоугольные сетки, плотно покрывающие область неустойчивости (рис. 3.1).

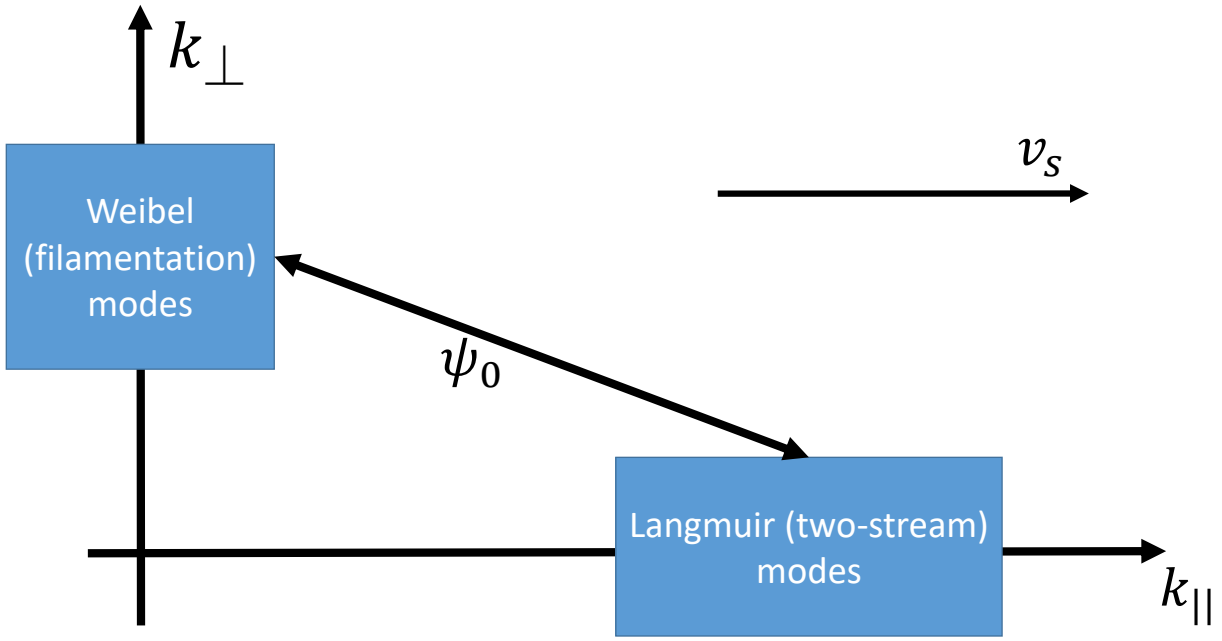


Рисунок 3.1 — Схема расчетной плоскости, включающая две прямоугольные сетки волновых векторов для генерируемых спектров вейбелевских и ленгмюровских мод, взаимодействующих посредством деформируемой ими однородной функции распределения частиц по скоростям ψ_0.

Квазилинейная система уравнений, используемая для моделирования, представлена в разделе 3.2. В разделах 3.3 и 3.4 изложены результаты численных квазилинейных расчетов для двух характерных наборов параметров плазмы и пучка, отвечающих качественно различной динамике спектров мод с повышенной ролью либо одной, либо другой турбулентности. В разделе 3.5 дана физическая интерпретация найденных закономерностей, подводятся итоги их анализа и обсуждаются возможные направления дальнейших исследований.

3.2 Квазилинейная система уравнений, описывающая совместную эволюцию вейбелевской и ленгмюровской турбулентности

Для бесстолкновительной плазмы, в которой на временах порядка десяти времен насыщения рассматриваемых электронных неустойчивостей можно пренебречь движением тяжелых ионов, самосогласованные уравнения Власова – Максвелла для функции распределения электронов по скоростям $f(v_x, v_y, x, y, t)$, определяющей также возмущения их концентрации $N(x, y, t)$, и электрического $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$ и магнитного $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ полей имеют вид [1—4; 51; 105; 110]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{e}{m_\mathrm{e}}\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right]\right)\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \tag{3.1}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \tag{3.2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{3.3}$$

где c — скорость света в вакууме, e и m_e — заряд и масса электрона, $\vec{j} = e\iint_{-\infty}^{+\infty}\vec{v}f(v_x, v_y, x, y, t)dv_x dv_y$ — плотность тока, $N = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(v_x, v_y, x, y, t)dv_x dv_y$ и учтено, что векторы координаты и скорости частицы имеют только две компоненты, $\vec{r} = (x, y,0)$ и $\vec{v} = (v_x, v_y,0)$, согласно двумерной постановке задачи. Наличие у магнитного поля лишь одной z-компоненты, а у электрического – двух компонент в плоскости (x, y) отвечает развитию филаментационной неустойчивости с волновыми векторами, лежащими в той же плоскости.

При прохождении через фоновую плазму достаточно широкого пучка электронов, поперечный размер которого много больше плазменного скин-слоя, возникает обратный ток, так что удобно использовать систему отсчета, в которой полный ток равен нулю и $n_b\beta_b = n_s\beta_s$ [124; 131; 132], где n_i и $\beta_i = v_i/c$ — начальные концентрации и величины безразмерных скоростей фракций частиц, направленных вдоль оси y: индексы b и s соответствуют фону и пучку. Поэтому используемое в этой главе нормированное начальное распределение электронов

по скоростям имеет вид

$$\Psi_0(\vec{\beta}) = \frac{n_b}{\pi\beta_T^2}\exp\left(-\frac{\beta_x^2}{\beta_T^2} - \frac{(\beta_y+\beta_b)^2}{\beta_T^2}\right) + \frac{n_s}{\pi\beta_T^2}\exp\left(-\frac{\beta_x^2}{\beta_T^2} - \frac{(\beta_y-\beta_s)^2}{\beta_T^2}\right). \tag{3.4}$$

Выше $\beta_{x,y} = v_{x,y}/c$, т. е. $\vec{\beta} = \vec{v}/c$, и $\beta_T = \sqrt{2nk_BT/m_e}/c$, где включена постоянная Больцмана k_B.

Квазилинейный подход к описанию взаимного влияния ленгмюровской и вейбелевской турбулентностей основан на разложении решения уравнений Максвелла – Власова по пространственным модам (гармоникам) [4] с шумоподобным, примерно равномерным по спектру, начальным возмущением электромагнитного поля для мод филаментационной и двухпотоковой неустойчивостей. Такое разложение особенно эффективно тогда, когда ключевую роль играет интегральное нелинейное взаимодействие мод посредством их совместного изменения средней по пространству функции распределения электронов по скоростям. Последняя определяет текущие значения инкрементов (декрементов) и действительных частот всех рассматриваемых мод, в остальном эволюционирующих независимо.

Подобное квазилинейное описание турбулентности оправдано в условиях случайности фаз мод и отсутствия захвата частиц электрическими или магнитными полями отдельных гармоник либо локализованных в пространстве структур, что обычно справедливо в кинетическом режиме развития неустойчивости и дальнейшей нелинейной динамики слабой турбулентности [47; 86; 105; 110]. Наличие большого числа однотипных несфазированных мод, достаточно плотно заполняющих значимую область волновых векторов, гарантирует гладкость формы и плавность изменения вычисляемой функции распределения электронов по скоростям, исключая артефакты когерентной интерференции и отрицательные значения этой функции всюду, кроме, возможно, несущественной, содержащей крайне мало частиц, области их скоростей, очень больших по сравнению с тепловыми скоростями. При этом по существу реализуется адиабатическая динамика каждой моды, у которой частота, инкремент и структура непрерывно подстраиваются к изменяющейся функции распределения электронов.

В рассматриваемом двумерно-неоднородном случае для описания вейбелевской турбулентности используется сетка из часто расположенных и перекрывающих всю турбулентную область волновых векторов $m_W \cdot s_W$ неколл-

линеарных мод с хаотическими фазами и примерно одинаковыми исходными амплитудами в начальный момент времени $t = 0$. Аналогичная сетка $m_L \cdot s_L$ неколлинеарных мод выбрана и для описания ленгмюровской турбулентности (рис. 3.1), где m_j и s_j — количество заданных дискретных значений соответствующих ортогональных проекций $k_x = k_{n_x}$ и $k_y = k_{n_y}$ волновых векторов. В этом представлении единственная ненулевая z-компонента магнитного поля имеет вид суммы по целочисленному векторному индексу $\vec{n} = (n_x,n_y)$:

$$B_z(t,x,y) = \sum_{\vec{n}\in W} \mathrm{Re}\big[B_{k_{\vec{n}}}(t)e^{-i\vec{k}_{\vec{n}}\cdot\vec{r}}\big] + \sum_{\vec{n}\in L} \mathrm{Re}\big[B_{k_{\vec{n}}}(t)e^{-i\vec{k}_{\vec{n}}\cdot\vec{r}}\big], \tag{3.5}$$

Аналогичный вид имеют обе ненулевые компоненты электрического поля E_x и E_y, а также возмущение функции распределения $\delta f(t,x,y)$.

Получаемая из уравнений Власова-Максвелла квазилинейная система $4(m_W \cdot s_W + m_L \cdot s_L) + 1$ уравнений для усредненной в пространстве компоненты функции распределения электронов по скоростям ψ_0, безразмерных комплексных амплитуд её возмущений $\psi_{K_{\vec{n}}}$ и возмущений z-компоненты магнитного $b_{K_{\vec{n}}}$ и двух компонент $e_{xK_{\vec{n}}}$ и $e_{yK_{\vec{n}}}$ электрического поля имеет следующий вид:

$$\frac{\partial\psi_0}{\partial\tau} + \mathrm{Re}\left[\sum_{n_x,n_y=1}^{m_W,s_W} \hat{\Phi}(b_{K_{\vec{n}}}, \overrightarrow{e}_{K_{\vec{n}}}, \psi^*_{K_{\vec{n}}})\right] + \mathrm{Re}\left[\sum_{n_x,n_y=1}^{m_L,s_L} \hat{\Phi}(b_{K_{\vec{n}}}, \overrightarrow{e}_{K_{\vec{n}}}, \psi^*_{K_{\vec{n}}})\right] = 0, \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial\psi_{K_{\vec{n}}}}{\partial\tau} + iK_{n_x}\beta_x\psi_{K_{\vec{n}}} + iK_{n_y}\beta_y\psi_{K_{\vec{n}}} + 2\hat{\Phi}(b_{K_{\vec{n}}}, \overrightarrow{e}_{K_{\vec{n}}}, \psi_0) = 0, \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial b_{K_{\vec{n}}}}{\partial\tau} = -ie_{yK_{\vec{n}}}K_{n_x} + ie_{xK_{\vec{n}}}K_{n_y}, \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial e_{xK_{\vec{n}}}}{\partial\tau} = ib_{K_{\vec{n}}}K_{n_y} - \beta_\parallel^{-1} \iint_{-\infty}^{+\infty} \beta_x\psi_{K_{\vec{n}}}(\tau,\beta_x,\beta_y)d\beta_x d\beta_y, \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial e_{yK_{\vec{n}}}}{\partial\tau} = -ib_{K_{\vec{n}}}K_{n_x} + \beta_\parallel^{-1} \iint_{-\infty}^{+\infty} \beta_y\psi_{K_{\vec{n}}}(\tau,\beta_x,\beta_y)d\beta_x d\beta_y. \tag{3.10}$$

Здесь использованы безразмерные время и волновое число, а также нормированные (комплексные) амплитуды гармоник магнитного поля и функции распределения электронов по скоростям:

$$\tau = \omega_\mathrm{p}t,\ K = \frac{kc}{\omega_\mathrm{p}};\ \omega_\mathrm{p}^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m_\mathrm{e}},\ b_{K_{\vec{n}}} = \frac{B_{K_{\vec{n}}}}{\sqrt{8\pi NT}},\ T = \frac{m_e c^2\beta_T^2}{2};\ \psi_{K_{\vec{n}}} = \frac{c^2 f_{K_{\vec{n}}}}{N}. \tag{3.11}$$

Комплексные компоненты электрического поля $e_{xK_{\vec{n}}}$ и $e_{yK_{\vec{n}}}$ нормированы так же, как магнитное поле $b_{K_{\vec{n}}}$. В уравнениях (3.6)-(3.7) для сокращения записи введен оператор

$$\hat{\Phi}(b_{K_n},e_{xK_{\vec{n}}},e_{yK_{\vec{n}}},\psi(\vec{\beta})) = \frac{e_{yK_{\vec{n}}}}{2}\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_y}+\frac{e_{xK_{\vec{n}}}}{2}\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_x}-\frac{b_{K_n}}{2}\left(\beta_x\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_y}-\beta_y\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_x}\right). \tag{3.12}$$

Добавлением правых частей в уравнения (3.6)-(3.7) нетрудно учесть наличие межчастичных столкновений и однородной в пространстве инжекции частиц с анизотропным распределением по скоростям, что, однако, в диссертации не делается.

Представленная система интегро-дифференциальных уравнений (3.6)–(3.10) с оператором (3.12) решалась численно стандартным методом Стёрмера – Верле (Leapfrog) [81]. Параметр анизотропии A, равный отличию от единицы отношения полной плотности энергии электронов в продольном $W_\parallel$ и поперечном $W_\perp$ к скорости пучка направлениях, является ключевым для квазилинейного описания вейбелевской турбулентности [48; 83; 86; 94; 120]. Начальное значение A_0 этого параметра для распределения электронов вида (3.4) определяется исходным отношением плотностей энергии их направленного и теплового движений:

$$A = \frac{W_\parallel}{W_\perp} - 1; \quad A(\tau = 0) = A_0 = \frac{n_s\beta_s^2 + n_b\beta_b^2}{(n_s+n_b)\beta_T^2/2}. \tag{3.13}$$

Шаг по времени $d\tau$ и шаг сетки, аппроксимирующей распределение электронов в пространстве скоростей, $d\beta$, выбирались на один-два порядка уступающими минимальному масштабу рассматриваемых решений по времени и по скорости соответственно. Количество как филаментационных, так и ленгмюровских пространственных мод $m_W \cdot s_W + m_L \cdot s_L$ в типичных расчетах составляло несколько тысяч и выбиралось как из условия независимости (с точностью до нескольких процентов) вычисляемых среднеквадратичного магнитного и электрического полей от дальнейшего увеличения числа мод, так и условия перекрытия резонансов [47; 105; 110] для энергонесущих ленгмюровских волн на протяжении всего изучаемого отрезка нелинейной эволюции. Для всех расчетов проверялась справедливость кинетического приближения, т.е. условие малой величины инкремента $\gamma \ll K\beta_T$, причем для определенности начальная тепловая скорость электронов полагалась равной $\beta_T = 0.1$.

3.3 Квазилинейный механизм подавления ленгмюровской турбулентности вейбелевскими модами

Несмотря на то что двухпотоковая неустойчивость вызвана относительно небольшим числом резонансных электронов (со скоростями из ограниченного участка, ответственного за экспоненциальный рост квази-электростатических полей и включающего немонотонное распределение электронов по скоростям), её инкремент для нерелятивистских пучков с направленной скоростью β_s существенно выше тепловой скорости β_T, как правило, значительно превосходит филаментационный [75; 76; 124]. Ниже для определенности ограничимся случаями небольшой начальной анизотропии распределения электронов $A_0 < 1$. Нарастание амплитуды ленгмюровских волн в ходе двухпотоковой неустойчивости происходит до тех пор, пока указанное немонотонное распределение скоростей не сгладится и не сформируется так называемое квазилинейное плато. В результате часть энергии направленного движения электронов распределяется между энергией генерируемых полей и тепловой энергией электронов, так что их распределение в пространстве скоростей частично изотропизуется [47; 105; 110; 133]. В одномерном приближении на этом квазилинейная динамика ленгмюровской турбулентности фактически останавливается. Однако в рассматриваемом двумерном случае плато продолжает деформироваться за счет затухания Ландау, прежде всего, не коллинеарных с пучком наклонных мод, так что спектр квази-электростатической турбулентности постепенно становится всё более коротковолновым, а следы пучка в пространстве скоростей размываются [107—109]. Таким образом, без учета магнитной турбулентности в системе «плазма+пучок» происходит очень медленная, квазилинейная изотропизация распределения частиц и затухание электрического поля ленгмюровских волн.

В отсутствие эффектов пространственного заряда, которое гарантировано принятым условием одинаковой температуры фона и пучка, филаментационной неустойчивости подвержено любое анизотропное распределение электронов вида (3.4) [94]. Поэтому в типичных бесстолкновительных условиях филаментационная неустойчивость системы «плазма+пучок» неизбежна и продолжается даже после насыщения двухпотоковой. Тем не менее, вызванное ленгмюровской турбулентностью уменьшение параметра анизотропии распределения

электронов ослабляет инкремент филаментационных мод и снижает уровень насыщения их роста. В свою очередь, развившаяся магнитная турбулентность, порождаемая этими модами, как будет ясно из дальнейшего, может деформировать распределение электронов по скоростям в резонансной с ленгмюровскими волнами области, а следовательно, способна значительно повлиять на затухание Ландау последних. Существенно, что даже если время возникновения ленгмюровской турбулентности меньше времени роста филаментационных мод, то после её насыщения остается большой запас неравновесности плазмы в виде анизотропного распределения электронов по скоростям. Поэтому на фоне затухающей электростатической турбулентности продольных плазменных волн неизбежно разовьётся магнитная турбулентность с широким спектром поперечных и наклонных мод, которая по энергосодержанию может значительно превосходить ленгмюровскую турбулентность (при этом возможные долгоживущие ленгмюровские солитоны практически не мешают филаментации токов). Соотношение темпов затухания ленгмюровской и вейбелевской турбулентностей зависит от многих факторов, включая размерность задачи, неоднородность плазмы и начальную анизотропию распределения электронов по скоростям (определяющую наличие сильно нелинейных солитонов и z-пинчей), и здесь не рассматривается.

Для демонстрации сказанного обратимся к результатам квазилинейного расчета эволюции системы с начальными параметрами $n_s = 0.055n_b$ и $\beta_s = 2.5\beta_T$. Для них согласно линейной теории [1; 48; 76; 91; 95] наибольшим инкрементом $\gamma_L \approx 0.017\omega_p$ обладает ленгмюровская продольная мода с волновым числом $K_y \approx 4.2$. Среди филаментационных мод наиболее неустойчива поперечная мода с волновым числом $K_x \approx 0.44$ и инкрементом $\gamma_F \approx 9 * 10^{-3}\omega_p$, примерно вдвое меньшим ленгмюровского. При указанных параметрах начального распределения частиц сравнение поправок к нему для расчета, учитывающего исключительно ленгмюровские волны, и для расчета, описывающего совместную динамику ленгмюровской и вейбелевской турбулентности, показывает, что влияние филаментационных мод на распределение электронов намного значительнее, чем ленгмюровских. Более того, деформация распределения под этим влиянием происходит в том числе и в резонансной области для коллинеарных с пучком ленгмюровских мод, являющихся основными энергонесущими модами в данный момент времени (см. рис.3.2). «Вейбелевская» изотропизация распределения электронов в целом приводит не только к раз-

бросу их скоростей в поперечном направлении (по оси x), но и к уменьшению их средней продольной (по оси y) скорости, дополняя уменьшение скорости пучка из-за его торможения возникающей ленгмюровской турбулентностью. Указанные на рисунке границы резонансной области $\beta_{y,min} = 1/K_{y,max}$ и $\beta_{y,max} = 1/K_{y,min}$ оценены из условия черенковского резонанса, в котором для простоты частота ленгмюровских волн считается равной плазменной, а поперечная компонента волнового числа полагается равной нулю: $K_x = 0$.

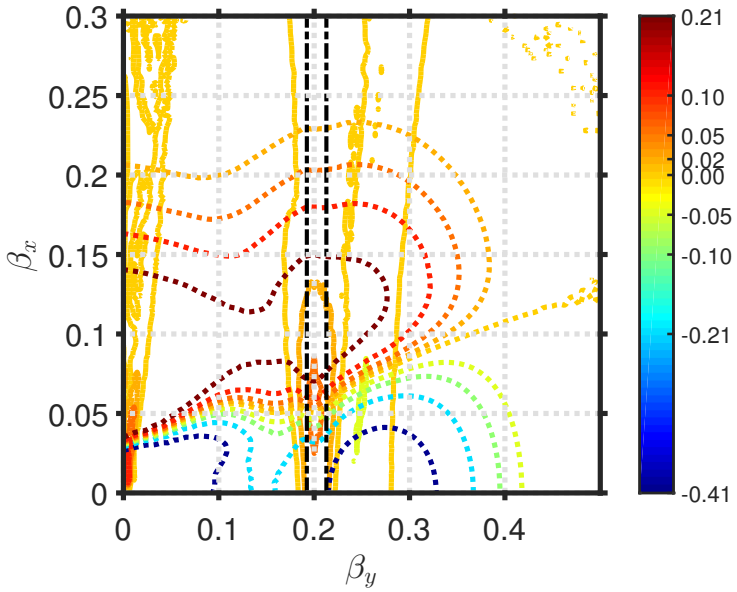


Рисунок 3.2 — Вычисленные для момента времени $\omega_p t = 5000$ линии уровня отличия усредненной по пространству функции распределения электронов по скоростям от начального, максвелловского с пучком, распределения (3.4) в случае учета только ленгмюровских мод (сплошная) и в случае совместной эволюции ленгмюровской и вейбелевской турбулентности (пунктир). Параметры начального распределения (3.4), на максимум которого нормированы указанные отличия: $n_s = 0.055 n_b$, $\beta_s = 2.5\beta_T$, $\beta_T = 0.1$. Вертикальные черные линии выделяют область скоростей электронов, резонансно взаимодействующих с коллинеарными пучку ленгмюровскими модами, являющимися основными энергонесущими в данный момент времени.

Среднеквадратичное электрическое поле ленгмюровских мод после насыщения находится на примерно постоянном уровне до тех пор, пока филаментационные моды практически отсутствуют, т.е. в рассматриваемом случае на интервале времени, почти в 6 раз превышающем время насыщения двухпотоковой неустойчивости. Как только филаментационные моды в достаточной мере нарастают и заканчивается стадия экспоненциального роста этих мод

с наибольшим инкрементом, т.е. начинается существенная анизотропная деформация общей функции распределения электронов по скоростям и переход к нелинейной стадии развития магнитной турбулентности, $\omega_p \cdot t \sim 1500 - 2500$, происходит и переход к довольно резкому затуханию ленгмюровских волн (рис.3.3a). Декремент затухания каждой ленгмюровской моды определяется формой распределения электронов по скоростям только в резонансной для этой моды области. Поскольку с течением времени спектр ленгмюровских волн смещается в коротковолновую область (рис.3.3d), то скорость затухания среднеквадратичного электрического поля ленгмюровских волн зависит от промежутка времени между насыщением роста двухпотоковой и филаментационной неустойчивостей, а значит, от амплитуд начальных возмущений электрического и магнитного полей. При этом среднеквадратичное индукционное электрическое поле филаментационных мод мало в сравнении с полем ленгмюровских мод на протяжении всей эволюции. В свою очередь малым является и среднеквадратичное магнитное поле ленгмюровских мод в сравнении с полем филаментационных, т.е. с уровнем вейбелевской турбулентности.

Отметим, что приведенные здесь и ниже результаты качественно подтверждаются полноценным моделированием методом частиц в ячейках, за исключением лишь небольшого излома на кривых среднеквадратичного магнитного поля (штриховые линии на рис. 3.3a). Этот излом появляется в квазилинейных расчетах при большой начальной анизотропии распределения электронов ($A_0 \gtrsim 1$) как артефакт описания начальной стадии насыщения вейбелевской турбулентности. Он связан с неадекватно быстрым затуханием самых коротковолновых мод, которое навязывается квазилинейным приближением, т.е. ограничением их динамики экспоненциальным затуханием с декрементами, вычисленными с использованием усредненной функции распределения электронов по скоростям. На самом деле, на короткой стадии насыщения имеет место сильное нелинейное взаимодействие наиболее коротковолновых мод, которое непродолжительное время поддерживает достаточно высокий уровень их энергосодержания и не позволяет коротковолновой границе спектра вейбелевской турбулентности быстро смещаться в длинноволновую сторону. Впрочем, этот кратковременный артефакт практически не влияет на дальнейшую, по существу квазилинейную, эволюцию спектров вейбелевской и ленгмюровской турбулентностей.

Как уже сказано выше, вследствие квазилинейного взаимодействия между ленгмюровскими волнами характерное продольное волновое число их спектра $\langle K_{\parallel} \rangle$ увеличивается (рис.3.3d). В приводимом примере это увеличение останавливается при достижении прироста на уровне около 20% примерно на временах $\omega_p \cdot t \sim 3000 - 4000$, на порядок превышающих время насыщения ленгмюровской турбулентности, и почти не зависит от вейбелевской турбулентности. Однако благодаря её влиянию, а именно, квазилинейной деформации области плато в резонансной части пучкового распределения электронов по скоростям, продольная среднеквадратичная ширина ленгмюровского спектра $\langle \Delta K_y \rangle$ сужается весьма значительно, примерно в 1.5 раза согласно рис.3.3c, вследствие появления довольно быстрого затухания наиболее коротковолновой части этого спектра. Поперечная среднеквадратичная ширина ленгмюровского спектра $\langle \Delta K_x \rangle$ меняется слабо, в пределах нескольких процентов. Непродолжительное уменьшение среднего продольного волнового числа на небольшую величину порядка 10%, показанное на рис. 3.3d, происходит непосредственно перед насыщением ленгмюровской турбулентности и обусловлено наложением известных эффектов логарифмического обужения её спектра на предшествующей линейной стадии экспоненциального роста мод и неизбежного сдвига всего спектра в коротковолновую область на наступающей нелинейной стадии.

Динамика вейбелевской турбулентности, реализующейся на значительно более длинноволновых гармониках, определяется нерезонансным взаимодействием «волна-частица» [47; 49; 61; 86] и слабо чувствительна к форме распределения электронов по скоростям в области резонанса с ленгмюровскими волнами. Ключевым для квазилинейного описания этой магнитной турбулентности является интегральный параметр анизотропии (3.13) A, равный отличию от единицы отношения плотностей энергии движения электронов в продольном $W_{\parallel}$ и поперечном $W_{\perp}$ к скорости пучка направлении. По мере развития турбулентности распределение электронов изотропизуется, что отражается в монотонном снижении параметра анизотропии (рис.3.3b).

В рассматриваемом случае ленгмюровская турбулентность оказывается несущественной для роста флуктуаций магнитного поля, плотность энергии которого ещё до стадии насыщения становится выше плотности энергии электрического поля, так что снижение параметра анизотропии диктуется исключительно вейбелевской турбулентностью. На этапе её насыщения это снижение происходит весьма быстро и достигает примерно 30% от исходной величины

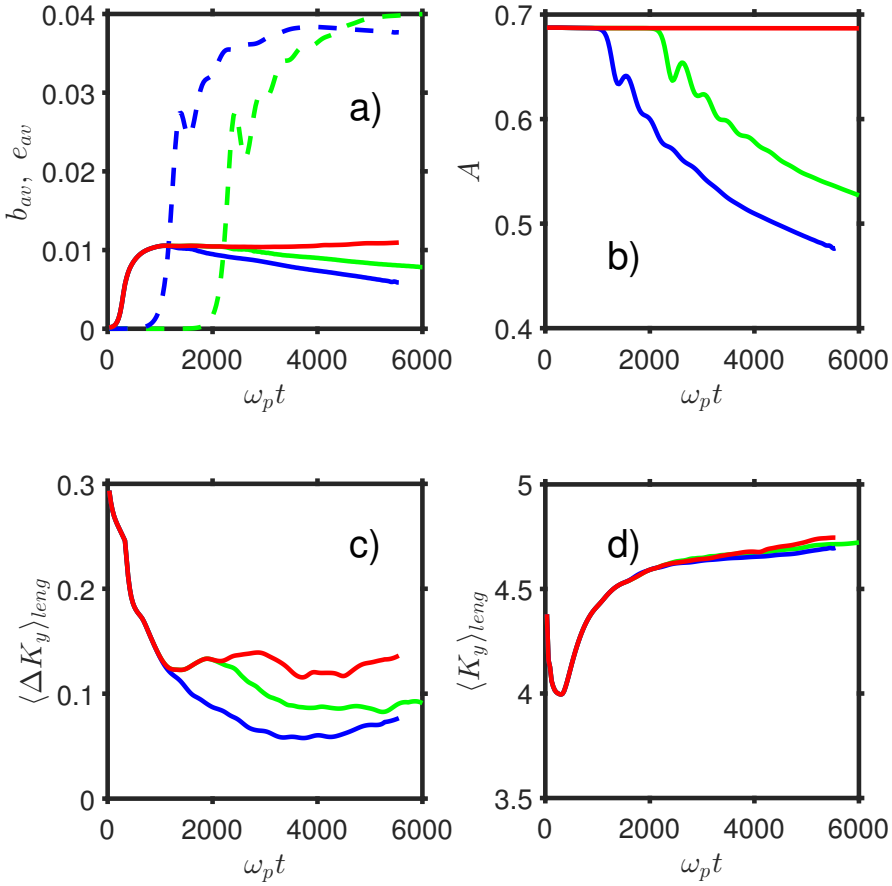


Рисунок 3.3 — Динамика (a) среднеквадратичного магнитного поля b_{av} вейбелевских мод (штрихи) и электрического поля e_{av} ленгмюровских мод (сплошная), (b) параметра анизотропии A, (c) среднеквадратичной ширины спектра ленгмюровских волн вдоль направления пучка $\langle \Delta K_y \rangle$ и (d) их среднеквадратичного продольного волнового числа $\langle K_{\|} \rangle$ в случае эволюции исключительно ленгмюровских мод (красный цвет) и в случае совместной эволюции ленгмюровских мод и вейбелевских мод при двух уровнях начальных амплитуд последних, отличающихся в 10^4 раз (синий и зеленый цвета). Параметры начального распределения (3.4): $n_s = 0.055 n_b$, $\beta_s = 2.5 \beta_T$, $\beta_T = 0.1$.

$A_0 = 0.687$. В дальнейшем параметр анизотропии уменьшается значительно медленнее, а спектр вейбелевской турбулентности смещается в длинноволновую область, примерно сохраняя степенные законы спадания крыльев спектра. При этом среднеквадратичное магнитное поле b_{av} непосредственно после окончания экспоненциального роста демонстрирует квазистепенной рост на небольшой промежуточной стадии, достигает максимума и далее испытывает медленное квазилинейное затухание (рис.3.3a) [50; 61; 86]. В течение всего этого времени

магнитная энергия на порядок и более превышает энергию квази-электростатического поля.

Такое поведение спектра полностью соответствует полученным ранее результатам квазилинейного подхода к эволюции бимаксвелловского распределения электронов в пределе низкой начальной анизотропии, когда среднее волновое число спектра $\langle K \rangle$ уменьшается примерно по степенному закону [42; 45; 86]. Подобная картина наблюдалась во всех проведенных квазилинейных расчетах для системы «плазма+пучок» с небольшим начальным параметром анизотропии ($A_0 \lesssim 1$) и высоким уровнем достигаемой магнитной турбулентности по сравнению с ленгмюровской.

Тем не менее, характеризуя нагрев плазмы, который в данной задаче можно связать с ростом поперечной тепловой энергии электронов $W_\perp$, следует отметить, что он является неравномерным и происходит в три этапа: 1) диссипация квази-электростатических полей посредством затухания Ландау в промежутке времени между достижением насыщения ленгмюровской турбулентности и началом насыщения вейбелевской, 2) преимущественная диссипация квази-магнитостатических полей, особенно эффективная в ходе их насыщения, когда амплитуды мод велики и быстро изменяются, создавая наибольшие индукционные электрические поля, 3) более медленная диссипация обоих типов квазистатических полей на временах, значительно превышающих время насыщения магнитной турбулентности. Последний этап на рис.3.3 не показан, а первый этап выражен слабо из-за низкого уровня развившейся ленгмюровской турбулентности. Указанные этапы нагрева имеют место и в ситуации, представленной в следующем разделе, причем там уровень ленгмюровской турбулентности выше и поэтому на первом этапе нагрев плазмы значительнее.

3.4 Ослабление развития магнитной турбулентности ленгмюровскими модами

При ме́ньших, чем в предыдущем разделе, значениях скорости пучка инкремент ленгмюровских мод ослабляется и они могут развиваться одновременно с филаментационными модами. Однако тогда последние по-прежнему

значительно превышают по амплитуде и подавляют первые, тем более не чувствуя наличие очень слабой ленгмюровской турбулентности. Поэтому обратимся к анализу случая бóльшего, чем в предыдущем разделе, значения скорости пучка, когда достижимы условия, в которых энергия электрического поля может превышать энергию магнитного и влияние ленгмюровской турбулентности на филаментационные моды существенно, а вклад той и другой турбулентности в изотропизацию распределения электронов по скоростям, т.е. в уменьшение параметра A, оказывается сопоставим.

Именно, примем для пучка примерно вдвое бóльшую направленную скорость и на порядок меньшую концентрацию электронов $n_s = 0.005 n_b$, $\beta_s = 4\beta_T$, сохраняя небольшую начальную анизотропию $A_0 = 0.16$ и не слишком большой инкремент ленгмюровских мод, примерно лишь на порядок превосходящий инкремент филаментационных. Согласно рис. 3.4, как и в предыдущем случае, двухпотоковая неустойчивость раньше достигает насыщения, так как инкремент наиболее неустойчивой моды с продольным волновым числом $K_y \approx 3.2$ суть $\gamma_L \approx 0.027\omega_p$, в то время как наиболее неустойчивая поперечная филаментационная мода с волновым числом $K_x \approx 0.226$ имеет примерно в 20 раз меньший инкремент $\gamma_W \approx 1.27 * 10^{-3}\omega_p$ [1; 48; 76; 91; 95]. В результате формирующаяся ленгмюровская турбулентность деформирует распределение электронов по скоростям в области между фоновой плазмой и пучком (рис. 3.5), так что квазилинейные инкременты филаментационных мод заметно понижаются, а уровень насыщения среднеквадратичного магнитного поля вейбелевской турбулентности уменьшается примерно вдвое по сравнению с тем, который достигался бы без учета ленгмюровской турбулентности (рис. 3.4a). Вместе с тем такие спектральные характеристики, как среднее волновое число $\langle K \rangle$ и поперечная $\langle \Delta K_x \rangle$ и продольная $\langle \Delta K_y \rangle$ ширина вейбелевского спектра, почти не подвержены влиянию ленгмюровской турбулентности и отличаются не более чем на 1-2% в расчетах с добавлением легмюровских мод и без них.

На рассматриваемом промежутке времени дополнительная изотропизация распределения электронов филаментационными модами происходит преимущественно за пределами резонансной с ленгмюровскими волнами области скоростей (рис. 3.5) и фактически начинается только при переходе на стадию насыщения вейбелевской турбулентности при $\omega_p t > 5000$ (ср. красную и зеленую кривые для параметра анизотропии на рис. 3.4b). В результате в расчетах с

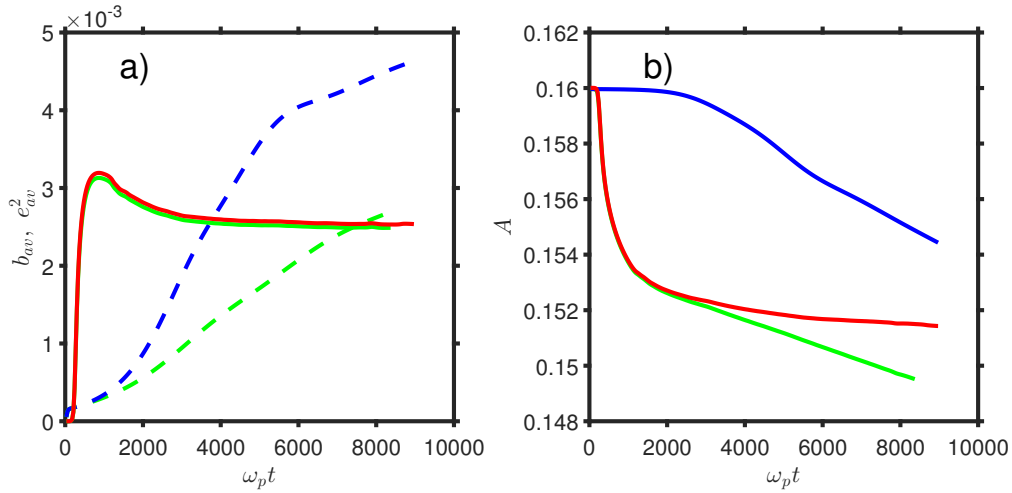


Рисунок 3.4 — Динамика (a) среднеквадратичного магнитного поля b_{av} вейбелевских мод (штрихи) и среднего квадрата электрического поля e_{av}^2 ленгмюровских мод (сплошная), а также (b) параметра анизотропии A в случае эволюции исключительно ленгмюровских (красный цвет) либо вейбелевских (синий цвет) мод и в случае их совместной эволюции (зеленый цвет). Параметры начального распределения (3.4): $n_s = 0.005 n_b$, $\beta_s = 4\beta_T$, $\beta_T = 0.1$.

добавлением филаментационных мод и без них динамика ленгмюровской турбулентности, а именно, её среднеквадратичного электрического поля (сплошные зеленая и красная кривые на рис. 3.4a), характерного волнового числа, поперечной и продольной ширины спектра, не отличались более чем на 10%. Сказанное не исключает необходимости учета филаментационных мод вейбелевской турбулентности при анализе затухания ленгмюровских волн на бóльших временах, на которых, однако, квазилинейное описание может оказаться некорректным из-за нарушения условий его применимости, например, вследствие накопления эффектов нелинейного трёх- или четырёхволнового взаимодействия между отдельными модами. Тем не менее, как и в предыдущем разделе, в любом случае корректно описывается общая тенденция изотропизации распределения электронов по скоростям под действием и той, и другой турбулентности, в том числе уменьшение средней скорости первоначального пучка электронов, диктуемое и квази-электростатической, и квази-магнитостатической турбулентностью.

В проведенных расчетах для случаев с ещё большей начальной скоростью пучка β_s и большим превышением энергии квази-электростатического поля над энергией квази-магнитостатического наблюдается и более значительное уменьшение анизотропии распределения электронов A, а также подавление роста филаментационных мод за счет насыщения роста ленгмюровских мод. Полу-

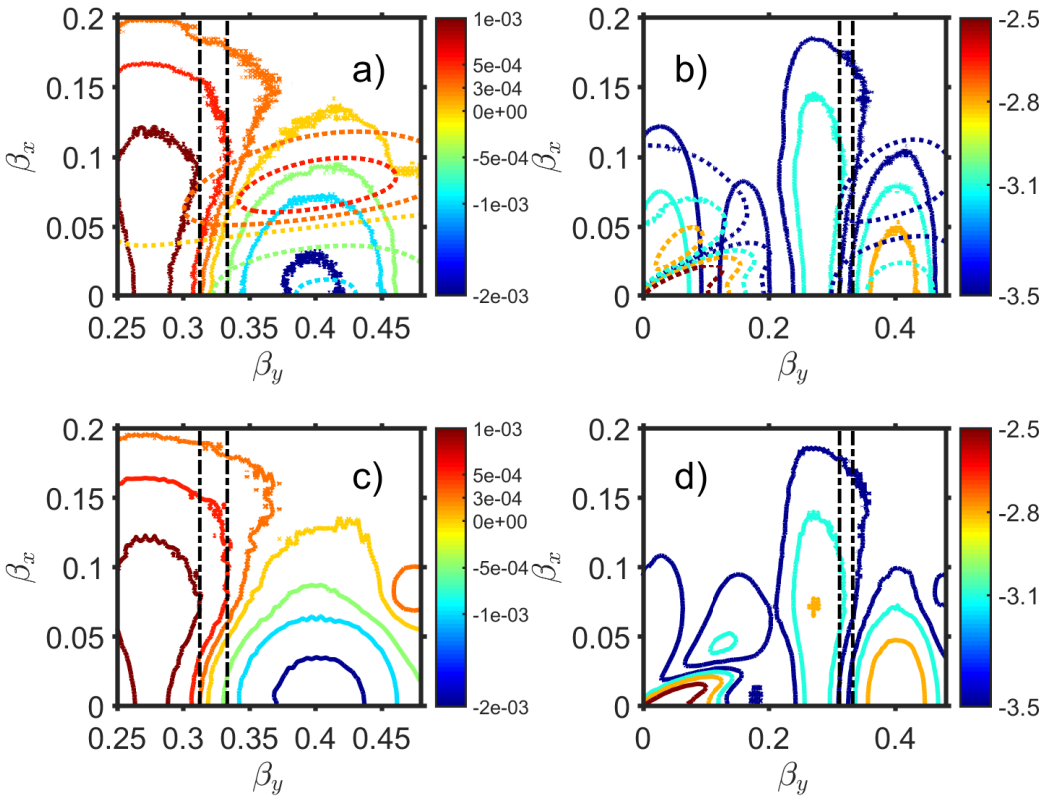


Рисунок 3.5 — (a) Вычисленные для момента времени $\omega_p t = 8100$ линии уровня нормированной на максимум начального распределения поправки к однородной компоненте функции распределения электронов по скоростям (3.4), которая в начальный момент времени являлась максвелловской с пучком, в случае учета только ленгмюровских (сплошная) или только вейбелевских (пунктир) мод. Параметры начального распределения (3.4): $n_s = 0.005 n_b$, $\beta_s = 4\beta_T$, $\beta_T = 0.1$. Вертикальные черные линии отражают оценку резонансной области для коллинеарных с пучком основных энергонесущих в данный момент времени ленгмюровских мод.(b) То же для десятичного логарифма поправки к однородной компоненте функции распределения электронов по скоростям. (c)-(d) Распределения, аналогичные представленным на (a)-(b), но в случае совместного учета ленгмюровских и вейбелевских мод.

ченные результаты качественно согласуются с проверочными расчетами более точным методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH [82]. Так, сказанное справедливо даже для параметров начального распределения $n_s = 0.03 n_b$, $\beta_s = 5\beta_T$, $\beta_T = 0.1$, при которых квазилинейная теория формально не применима; правда, в расчетах методом частиц в ячейках турбулентное магнитное поле филаментационных мод ослабевало примерно на порядок при учете ленгмюров-

ской турбулентности, т.е. влияние последней оказывалось заметно сильнее. В итоге, из всех проведенных расчетов следует, что ленгмюровская турбулентность квазилинейно влияет на вейбелевскую в значительно более широкой области параметров, чем вейбелевская на ленгмюровскую, но, тем не менее, действие вейбелевской турбулентности на ленгмюровскую оказывается существенным тоже в весьма значительном диапазоне скоростей и концентраций пучка.

3.5 Заключение

Представленные результаты демонстрируют возможные сценарии квазилинейного взаимодействия эволюционирующих спектров ленгмюровской (плазменной) и вейбелевской (филаментационной) турбулентности в бесстолкновительной незамагниченной нерелятивистской плазме, включающей фоновую плазму и теплый пучок, в которых начальное распределение электронов является максвелловским с одной и той же температурой, а ионы предполагаются холодными и динамически пассивными. Реализующийся сценарий зависит от величины направленной скорости пучка и отношения концентрации его частиц к концентрации частиц фоновой плазмы.

Если скорость пучка хотя бы в несколько раз превышает тепловую, то в типичных условиях даже при относительно небольшой концентрации пучка инкремент плазменных волн значительно превосходит инкремент филаментационной неустойчивости и поэтому ленгмюровская турбулентность коротковолновых квази-электростатических полей формируется намного раньше вейбелевской турбулентности более длинноволновых квази-магнитостатических токов. В этом случае, как показывают квазилинейные расчеты, ленгмюровская турбулентность, выполаживающая функцию распределения электронов по скоростям в области между пучком и фоновой плазмой, может заметно уменьшить величину параметра анизотропии A общего распределения электронов по скоростям, а следовательно, замедлить экспоненциальный рост филаментационных мод, понизить уровень их насыщения в ходе дальнейшего развития неустойчивости и изменить эволюцию спектра. Однако ленгмюровская турбулентность не способна подавить филаментацию токов и развитие вейбелевской турбу-

лентности, даже несмотря на то что для неё в широкой области параметров результирующая энергия появляющегося магнитного поля обычно значительно, как правило многократно, меньше энергии квази-электростатического поля ленгмюровской турбулентности. Темп затухания последней в целом меняется незначительно, правда, расширение её спектра заметно ограничивается в результате квазилинейного воздействия развитой магнитной турбулентности на распределение электронов вне резонанса с основной частью ленгмюровской турбулентности. При этом вейбелевская турбулентность может заметно усиливать торможение и рассеяние пучка электронов в плазме.

Если же направленная скорость пучка не намного превышает тепловую скорость, примерно вдвое или менее, то при относительно небольшой концентрации пучка инкремент ленгмюровских мод оказывается меньше или порядка инкремента филаментационных, так что ленгмюровская турбулентность даже не успевает развиться до уровня собственного насыщения и довольно быстро подавляется нарастающей магнитной турбулентностью, энергия которой обычно намного превышает энергию ленгмюровской турбулентности. Это происходит во многом благодаря квазилинейному эффекту деформации и сглаживания функции распределения электронов в той области скоростей, где имеет место их резонанс с ленгмюровскими волнами. Иными словами, вейбелевская турбулентность квазилинейным образом подавляет ленгмюровскую и вместе с тем ещё более значительно, многократно усиливает торможение и рассеяние пучка электронов.

Проведенный анализ квазилинейного взаимодействия ленгмюровской и вейбелевской турбулентности важен для выявления других нелинейных механизмов взаимного влияния турбулентных спектров квази-электростатических и квази-магнитостатических флуктуаций в плазменно-пучковых системах. Так, в дополнение к исследованиям трехволнового и четырехволнового взаимодействия мод ленгмюровской [116; 121] и вейбелевской [90] турбулентности по отдельности, интерес представляет комбинационное взаимодействие филаментационных и ленгмюровских мод. В частности, оно может оказаться существенным для процесса аномального рассеяния резонансных с ленгмюровской волной электронов на флуктуациях магнитного поля [100; 134; 135]. При больших уровнях насыщения той или иной турбулентности, когда она уже не является достаточно слабой, многообещающим является анализ конкуренции квазилинейного взаимодействия двух типов турбулентности с их

нелинейным взаимодействием за счет влияния квази-электро- и квази-магнитостатических полей на динамику имеющихся локализованных образований, а именно, влияния флуктуаций электрического поля на токовые z-пинчи и влияния флуктуаций магнитного поля на ленгмюровские солитоны. Кроме того, немаловажным представляется выяснение роли аномальных столкновений, обусловленных рассеянием электронов на турбулентности в бесстолкновительной плазме и служащих основой нелинейного механизма изменения инкрементов ленгмюровских и филаментационных мод, а следовательно, взаимного влияния спектров той и другой турбулентности. Важным открытым вопросом остается также выяснение относительного вклада ленгмюровской и вейбелевской турбулентности в торможение и рассеяние пучка электронов в условиях, когда обе турбулентности оказываются существенными и так или иначе влияющими друг на друга.

Наконец, немаловажными факторами развития и взаимовлияния указанных турбулентных спектров являются обычно имеющееся различие температур фона и пучка и возможное наличие релятивистских частиц в них, не рассматривавшиеся в настоящей главе. Так, различие температур фона и пучка допускает пространственное разделение зарядов, надлежащий учет которого снижает инкремент филаментационных мод и уровень насыщения магнитной турбулентности [94; 95; 131]. Для широкого класса релятивистских распределений частиц по скоростям наиболее неустойчивы наклонные моды, у которых угол между волновым вектором и пучком существенно отличен и от 0, и от 90 градусов [76; 114]. Эти и другие факторы могут повлиять на квазилинейное взаимодействие различных типов турбулентности и заслуживают дальнейшего исследования. В астрофизических задачах и в физике лабораторной (лазерной) плазмы учет тех или иных нелинейных факторов, дополняющих разработанное квазилинейное описание совместного развития ленгмюровской и вейбелевской турбулентности, определяется свойствами неравновесной магнитоактивной плазмы конкретных космических объектов и плазменных установок и тоже выходит за рамки настоящей главы.

Глава 4. Эволюция шланговой турбулентности магнитоактивной анизотропной плазмы

4.1 Введение

Анизотропные распределения частиц по скоростям, весьма распространенные в космической и лабораторной (лазерной) слабостолкновительной плазме, подвержены апериодической неустойчивости, которая приводит к формированию системы электрических токов в виде нерегулярных филаментов и создаваемого ими случайного мелкомасштабного магнитного поля [1; 2]. Это поле существенно изменяет кинетические свойства и динамику плазмы, даже если турбулентность является слабой, т.е. не содержит сильно нелинейных локализованных долгоживущих структур. Согласно имеющимся наблюдениям и экспериментам, подобные анизотропные распределения частиц и обусловленная ими магнитная турбулентность характерны для многих переходных процессов в космической и лабораторной плазме и рассматриваются в связи с самыми разнообразными явлениями, включая гамма-всплески [11—13], бесстолкновительные ударные волны [14—16], формирование магнитных структур в короне Солнца, межпланетной плазме и магнитосферах Земли и планет [17—21], нейтрино-плазменные взаимодействия и структурирование кварк-глюонной плазмы [22—24], газовый разряд в СВЧ-диапазоне [25; 26], оптический пробой [27—30], инерциальный управляемый термоядерный синтез [31] и генерацию мегагауссовых магнитных полей при лазерно-плазменном взаимодействии [32—38].

Для описания насыщения и эволюции подобной слабой квазимагнитостатической турбулентности, в которой отсутствуют волны и эффективный обмен энергией поля с частицами (ср. [42; 48—50; 61]), естественным является квазилинейное приближение (см. главы 1.1 и 1.2, а также [2; 49; 51; 61; 86; 89; 110]). В нём, в условиях однородности турбулентности, динамика каждой пространственной гармоники (моды) магнитного поля или создающей его согласованной плотности электрического тока подчиняется экспоненциальному закону нарастания (затухания) в соответствии с мгновенным значением инкремента (декремента), рассчитанным для имеющегося в данный момент однородного анизотропного распределения заряженных частиц по скоростям. Это

распределение, в свою очередь, определяется предшествующим воздействием всех мод турбулентности в предположении о том, что в ней нет значительных сильно нелинейных локализованных образований в фазовом пространстве частиц (т.е. как в координатном, так и в импульсном пространстве).

В данной главе будет показано, что наличие относительно небольшого внешнего однородного магнитного поля может существенно менять эволюцию магнитной турбулентности вследствие накапливающихся нелинейных эффектов резонансного и нерезонансного взаимодействия её мод. Первое, резонансное реализуется за счёт 3- и 4-модового взаимодействия и имеет место в основном на стадии насыщения роста турбулентных мод, сначала приводя к обогащению коротковолнового крыла спектра и затем, на более длительном этапе, способствуя расширению длинноволнового крыла спектра [90; 136; 137]. Второе, нерезонансное формально является множественным межмодовым и фактически реализуется за счёт самосогласованного рассеяния заряженных частиц на турбулентности, приводя к её ускоренному нелинейному затуханию в большей части диапазона волновых чисел. Разумеется, всё это происходит на фоне продолжающейся, преимущественно квазилинейно, эволюции спектра в длинноволновую сторону, что физически проявляется как постепенное плавное слияние коротковолновых филаментов тока в более длинноволновые [42; 86]. Указанные обстоятельства необходимо учитывать при анализе той или иной ситуации в реальной космической или лазерной плазме.

В данной главе рассматривается однородная нерелятивистская плазма с холодными (неподвижными) ионами и для определённости в качестве начального выбирается бимаксвелловское распределение электронов по скоростям, у которого температура $T_{\parallel}$ вдоль внешнего магнитного поля, направленного по оси z (оси анизотропии), больше температуры $T_{\perp}$ вдоль двух других декартовых осей x и y. Внешнее поле B_{ext} будем предполагать относительно слабым, так что продольный бета-параметр больше единицы: $\frac{8\pi k_b N T_{\parallel}}{B_{ext}^2} > 1$, где N — концентрация плазмы, k_b — постоянная Больцмана. Кинетическое моделирование и анализ свойств турбулентности подобной плазмы с анизотропно разогретыми электронами актуальны как для астрофизических задач, например, касающихся областей формирования солнечного (звёздного) ветра и магнитосфер звёзд и планет, так и для задач физики лабораторной плазмы, например, лазерной, получаемой при абляции мишени или струи газа фемтосекундными импульсами [17—19; 32—38].

Дисперсионный анализ апериодической неустойчивости вейбелевского типа в бимаксвелловской плазме без внешнего магнитного поля проведён весьма подробно [3; 8; 9; 12; 13; 18; 83; 84; 138]. Этой неустойчивости подвержены исключительно ТМ-моды [85], магнитное поле которых ортогонально плоскости, определяемой их волновым вектором и осью анизотропии бимаксвелловской плазмы (рис. 4.1). Наибольший линейный инкремент наблюдается у мод с волновым вектором, перпендикулярным к оси анизотропии, т.е. лежащим в плоскости (x,y), и поэтому называемых поперечными. По мере уменьшения угла θ между волновым вектором и осью анизотропии инкремент ТМ-мод, теперь уже наклонных, довольно быстро спадает до нуля [85].

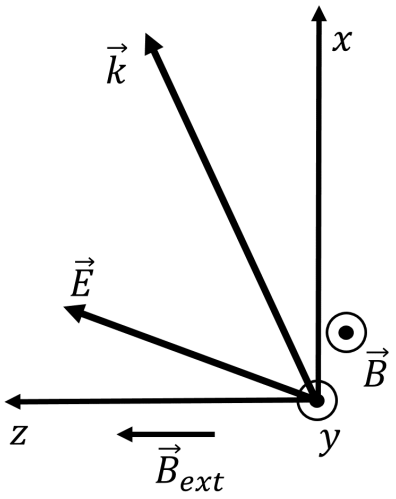


Рисунок 4.1 — Взаимное расположение волнового вектора $\vec{k}$, лежащего в плоскости x,z, и векторов магнитного $\vec{B}$ и электрического $\vec{E}$ полей в отдельной пространственной моде ТМ-вейбелевской турбулентности.

В присутствии внешнего однородного магнитного поля выделяют по крайней мере две ветви электронных шланговых мод, отвечающие так называемым "периодической" и "апериодической" шланговым неустойчивостям. Первая ветвь неустойчивости имеет место для волновых векторов, направленных под сравнительно небольшими углами к оси анизотропии, и инкремент таких мод, как правило, меньше или порядка их частоты, а область параметров, в которой неустойчивость развивается, является довольно узкой [62; 96; 139; 140]. В численном моделировании настоящей главы она не проявляется и ниже не обсуждается, поскольку её инкремент мал по сравнению с инкрементом апериодической ветви и значительно сильнее подавляется внешним магнитным полем.

Вторая ветвь шланговой неустойчивости обычно имеет значительно бóльший инкремент и нулевую действительную частоту мод и реализуется в несколько более широкой области параметров и под бóльшими углами к оси анизотропии [62; 96; 139; 140]. Анализ дисперсионного соотношения показывает, что в общем случае моды данной ветви оказываются смешанными (не TM и не TE), а при стремлении величины внешнего поля к нулю, $B_{ext} \to 0$, эта ветвь является не чем иным, как ветвью апериодически неустойчивых вейбелевских TM-мод. С увеличением внешнего магнитного поля, начиная с определенного конечного значения, угол между осью анизотропии и волновым вектором моды с наибольшим инкрементом, т.е. оптимальным волновым вектором $\mathbf{K}_{opt}$, уменьшается [62; 139]. Указанная апериодическая неустойчивость исчезает в сильно замагниченной плазме, в которой бета-параметр достаточно мал, меньше или порядка единицы в типичных условиях. Отметим, что с развитием магнитной турбулентности распределение электронов по скоростям деформируется и для него у текущих мод апериодической ветви может появляться действительная частота порядка или больше их инкремента/декремента, что существенно при малой величине последних и типично после насыщения роста турбулентности.

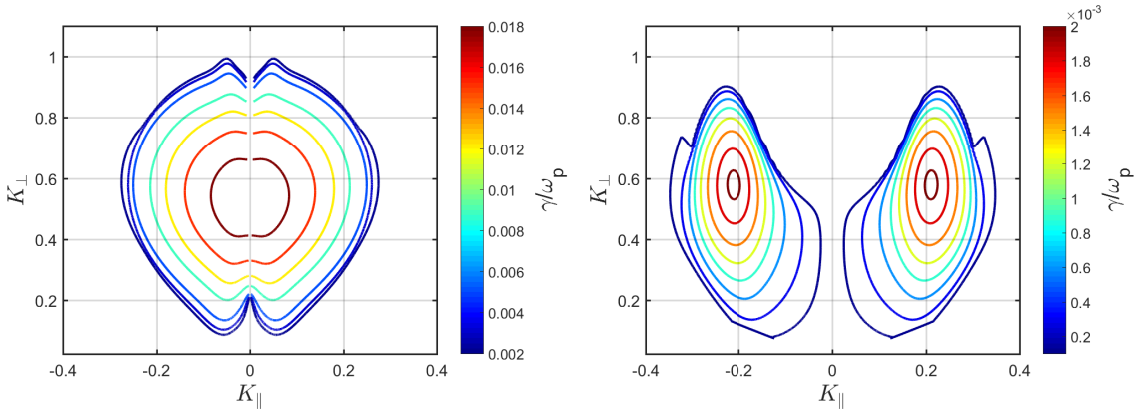


Рисунок 4.2 — Линии уровня линейного инкремента вейбелевской (шланговой) неустойчивости для бимаксвелловского распределения электронов по скоростям с анизотропией $A_0 = 1$ при а) относительно слабом ($b_{ext} = 0.14$) и б) сильном ($b_{ext} = 0.63$) внешнем магнитном поле.

Нелинейная эволюция турбулентности, развивающейся в отсутствие внешнего поля, неоднократно исследовалась, преимущественно с использованием численного метода частиц в ячейках [41; 42; 46; 50; 86; 89; 141—143]. Его недостатками являются высокий уровень шумов и необходимость использования больших вычислительных ресурсов, так что далеко не все нелинейные эффекты

в этой эволюции до сих пор удавалось выяснить. Альтернативный, квазилинейный подход к исследованию данной турбулентности развит в главах 1.1 и 1.2 и ограничен учетом только интегрального нелинейного взаимодействия всех мод (пространственных гармоник) посредством их влияния на усредненную по пространству (однородную компоненту) функции распределения частиц по скоростям. В данном приближении комплексные частоты мод неявно задаются этим текущим пространственно усредненным распределением, т.е. динамика мод формально является линейной. На этом основании ниже указанное взаимодействие между модами будем называть квазилинейным, а все остальные возможные взаимодействия — нелинейными.

Как показало сравнение результатов расчетов в квазилинейном приближении и методом частиц в ячейках, квазилинейное взаимодействие в отсутствие наклонных мод и внешнего магнитного поля является определяющим для эволюции спектра турбулентности на весьма длительной стадии её нелинейного развития [50; 61; 86; 89]. В таких условиях эволюция спектра по существу является автомодельной и сохраняет почти неизменные степенные профили крыльев в процессе общего смещения в длинноволновую область. При этом волновое число максимума спектра уменьшается со временем по степенному закону с показателем, близким к 1/2. Наиболее значительным наблюдаемым нелинейным эффектом в подобной вейбелевской турбулентности оказалось четырехволновое взаимодействие. Оно формирует коротковолновые гармоники с волновыми числами, которые близки к утроенному оптимальному волновому числу, отвечающему максимальному инкременту нарастания возмущений, и могут лежать вне области волновых чисел неустойчивых мод для начального распределения электронов [86].

Ранее было показано, что, по сравнению со случаем плазмы без внешнего магнитного поля, нелинейной эволюции подобной турбулентности в частично замагниченной плазме свойственно более медленное и сложное, не степенное увеличение характерного пространственного масштаба с одновременным уменьшением угла θ_{opt} между волновым вектором наиболее энергонесущей моды и осью анизотропии [62; 63]. В настоящей главе для ряда параметров магнитоактивной, первоначально бимаксвелловской плазмы проведено детальное исследование влияния несильного, не подавляющего неустойчивость, внешнего магнитного поля, а также уровня начальной анизотропии распределения электронов на (а) величину насыщающего неустойчивость среднеквадратич-

ного магнитного поля, (б) долговременную нелинейную эволюцию этого поля и его характерного масштаба, (в) автомодельные свойства пространственного спектра турбулентности, (г) законы роста/спадания его гармоник и нелинейное (резонансное и нерезонансное) взаимодействие между ними, (д) форму усредненной по пространству самосогласованной функции распределения электронов по скоростям и параметр её анизотропии.

Анализ основан прежде всего на результатах трехмерного (3D3V) моделирования методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH [82], тогда как ранее опубликованные результаты опирались преимущественно на двумерные (2D3V) расчеты [62; 63; 65; 66]. Причины недостаточности двумерных вычислений и расхождения их результатов и результатов трехмерного моделирования обсуждаются в следующих разделах. Кроме того, очерчены пределы применимости квазилинейного подхода, развитого в главах 1.1 и 1.2, путем сравнения его результатов с результатами двумерного 2D3V и полноценного трехмерного 3D3V моделирования методом частиц в ячейках. В итоге охарактеризованы сходства и отличия полученных численных результатов для модельной двумерной и реальной трехмерной турбулентности. Оказывается, что стандартное квазилинейное описание развития спектра подобной турбулентности является корректным только при достаточно слабом внешнем магнитном поле. Вместе с тем, при внешнем магнитном поле, существенно влияющем на дисперсионные свойства плазмы, но не подавляющем неустойчивость поперечных к оси анизотропии мод, множественное межмодовое нелинейное взаимодействие частично может быть учтено путём введения в кинетическое уравнение аномальных столкновений (рассеяния) электронов в так называемом τ-приближении, или приближении БГК [2; 144].

В разделе 4.2 изложены постановка задачи и используемые обозначения. Краткий обзор основных результатов линейной теории апериодической шланговой/вейбелевской неустойчивости в присутствии внешнего магнитного поля и без него приведен в разделе 4.3. Особенности выполненного численного моделирования нелинейной динамики указаны в разделе 4.4. В разделах 4.5-4.10 дан сравнительный анализ изменения эволюции распределения электронов по скоростям, среднеквадратичного магнитного поля, его спектра в целом и отдельных гармоник в частности с увеличением внешнего магнитного поля от малого до почти подавляющего неустойчивость для представительного диапазона величин начальной анизотропии распределения частиц по скоростям. Основное

внимание уделяется описанию нелинейных процессов, в частности, трех- и четырехволнового взаимодействия между модами. В разделе 4.11 разработан способ эффективного учёта слабых межмодовых взаимодействий посредством ввода в кинетическое уравнение аномальных столкновений электронов в рамках квазилинейного подхода, развитого ранее в главах 1.1 и 1.2. В разделе 4.12 обсуждаются найденные общие нелинейные свойства эволюции квазимагнитостатической турбулентности, возбуждаемой апериодической шланговой неустойчивостью во внешнем магнитном поле. В Заключении кратко даны выводы и указана возможная роль этой турбулентности в динамике плазмы и формировании корональных вспышек на Солнце.

4.2 Начальная аксиально симметричная задача

Развитие магнитной турбулентности в помещенной во внешнее однородное магнитное поле $\vec{B}_{ext} = (0, 0, B_{ext})$ бесстолкновительной плазме на временах, допускающих пренебрежение движением тяжелых ионов, описывается известными уравнениями Максвелла–Власова [3; 80]. Они имеют следующий вид для электрического $\vec{E}(\vec{r}, t)$ и магнитного $\vec{B}(\vec{r}, t)$ полей и функции распределения электронов $f(\vec{v},\vec{r}, t)$, зависящих от времени t, радиуса-вектора $\vec{r} = (x,y,z)$ и скорости $\vec{v} = (v_x,v_y,v_z)$:

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \tag{4.1}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \frac{e}{m_\mathrm{e}}\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v},\vec{B} + \vec{B}_{ext}\right]\right)\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0. \tag{4.3}$$

Здесь c — скорость света в вакууме, e и m_e — величина заряда и масса электрона, $\vec{j} = -e\iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{v} f(\vec{v},\vec{r}, t)d^3\vec{v}$ — плотность тока, $N = \iiint_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{v},\vec{r}, t)d^3\vec{v}$ — концентрация электронов, N_0 — её начальное однородное значение. Для определённости полагается, что в начальный момент времени нормированная функция распределения электронов по скоростям $\Psi = c^3 f/N_0$ имеет бимаксвелловскую

форму, вытянутую вдоль оси z, то есть вдоль внешнего магнитного поля:

$$\Psi(\vec{\beta}) = \frac{1}{\pi^{3/2}\beta_{\perp 0}^2\beta_{\parallel 0}} \exp\left(-\frac{\beta_x^2+\beta_y^2}{\beta_{\perp 0}^2} - \frac{\beta_z^2}{\beta_{\parallel 0}^2}\right). \tag{4.4}$$

Здесь $\beta_{x,y,z} = v_{x,y,z}/c$, т. е. $\vec{\beta} = \vec{v}/c$. Для дальнейшего определим начальное значение параметра анизотропии $A_0 = \beta_{\parallel 0}^2/\beta_{\perp 0}^2 - 1 > 0$, задаваемое отличием от единицы отношения квадратов исходных тепловых скоростей вдоль и поперек внешнего поля.

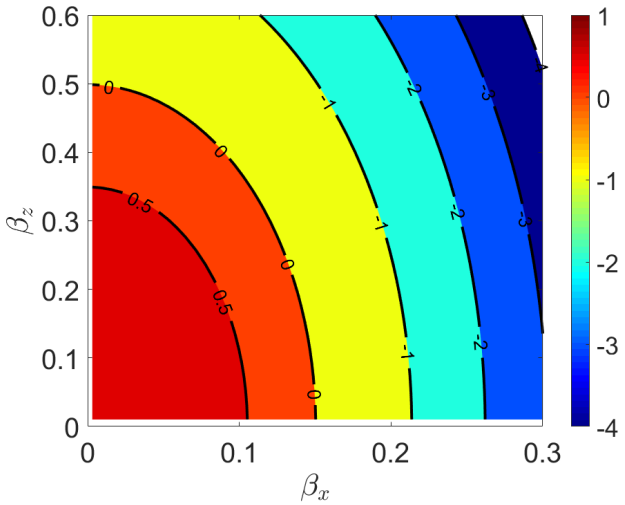


Рисунок 4.3 — Линии уровня десятичного логарифма начального распределения частиц по скоростям (4.4) при поперечной тепловой скорости $\beta_{\perp 0} = 0.1$ и начальной анизотропии $A_0 = 10$.

Рассматриваемая трехмерная задача обладает аксиальной симметрией с точностью до пренебрежимо малого влияния периодических граничных условий. Поскольку полноценные трехмерные расчеты требуют больших вычислительных затрат, целесообразно выяснить, какие параметры турбулентности и на каких временах могут быть определены из двумерных расчетов. С этой целью ниже проведено также сравнение результатов расчетов в трехмерной 3D3V и двух вариантах двумерной 2D3V геометрии. Во всех случаях проводится динамический учет всех трех компонент скорости электронов $\vec{v}$ и зависящих от них полей. Ограничением в двумерных расчетах являются лишь исключенные зависимости исследуемых функций либо от координаты y в (x,z)-геометрии, когда внешнее магнитное поле и ось анизотропии лежат в плоскости расчета (x,z), либо от координаты z в аксиальной z-геометрии, когда это поле и ось анизотропии ортогональны плоскости расчета (x,y).

В отличие от второго варианта, когда отсутствуют наклонные к магнитному полю моды и спектр эволюционирующей турбулентности аксиально симметричен (опять с точностью до пренебрежимо малого влияния периодических граничных условий), в (x,z)-геометрии неустойчивые моды нарастают и распределение электронов динамически изотропизуется лишь в указанной плоскости расчета. В ортогональном ей направлении вдоль оси y изотропизация происходит только вынужденно, а именно, навязывается ларморовским вращением электронов во внешнем магнитном поле, приводящим к вращению распределения по скоростям в целом, но не меняющим двумерную геометрию токовых слоев и их магнитного поля, не зависящих от координаты y. Это общее ларморовское вращение искажает двумерную динамику турбулентности, поскольку развивающаяся исключительно в плоскости (x,z) квазимагнитостатическая турбулентность испытывает дополнительную подкачку за счет систематического появления в этой плоскости еще не изотропизованного среза распределения электронов по скоростям. Поэтому 2D3V описание задачи во многом становится некорректным в сравнении с полноценным трехмерным расчетом и может применяться для получения лишь грубых представлений о ходе процесса, по крайней мере на временах, значительно превышающих период указанного общего ларморовского вращения распределения электронов по скоростям.

В данной главе используются те же, что и в предыдущих главах, нормированные значения времени, волнового числа и амплитуд мод магнитного поля:

$$\tau = \omega_{\rm p} t,\ K = \frac{kc}{\omega_{\rm p}},\ b_{K_n} = \frac{B_{K_n}}{\sqrt{8\pi N T_{\|0}}},\ \omega_{\rm p}^2 = \frac{4\pi N e^2}{m_{\rm e}},\ T_{\|0} = \frac{m_e c^2 \beta_{\|0}^2}{2}. \qquad (4.5)$$

Температура измеряется в энергетических единицах, т.е. с учетом постоянной Больцмана k_B. Для описания эволюции однородной компоненты распределения частиц по скоростям $f_0(t,\overrightarrow{\beta}) = \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} f(\overrightarrow{\beta},\vec{r},t)d^3\vec{r}$ вводится относительная поправка к ней и эффективный параметр анизотропии, задаваемый отличием от единицы отношения эффективных продольной $T_{\|}$ и поперечной $T_{\perp}$ температур:

$$\delta f_0(t,\overrightarrow{\beta}) = \frac{f_0(t,\overrightarrow{\beta}) - f_0(0,\overrightarrow{\beta})}{f_0(0,0)},\ A = \frac{2\iiint\limits_{-\infty}^{\infty} \beta_z^2 f_0(\tau,\overrightarrow{\beta})d\beta_x d\beta_y d\beta_z}{\iiint\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\beta_x^2+\beta_y^2\right) f_0(\tau,\overrightarrow{\beta})d\beta_x d\beta_y d\beta_z} - 1. \qquad (4.6)$$

Представленное ниже моделирование, включающее расчет динамики указанных величин (4.6), призвано выявить качественные закономерности в эволюции турбулентных магнитных и электрических полей и плотности тока электронов, а также пространственных спектров данной турбулентности.

4.3 Апериодически неустойчивые моды в бимаксвелловской плазме с умеренным внешним магнитным полем

Ключевыми параметрами в рассматриваемой задаче о магнитной турбулентности являются начальная анизотропия A_0 распределения электронов по скоростям и нормированное внешнее магнитное поле $b_{ext} = B_{ext}/\sqrt{8\pi N T_{\|0}} < 1$, равное обратному квадратному корню из продольного плазменного бета-параметра. Эти параметры не только задают область волновых чисел первоначально неустойчивых мод, но и определяют дальнейшую нелинейную эволюцию спектра.

В отсутствие магнитного поля апериодическое нарастание имеет место лишь для ТМ-мод вейбелевского типа, магнитное поле которых ортогонально плоскости, определяемой волновым вектором и осью анизотропии. При заданной величине поперечной компоненты волнового вектора наибольшими инкрементами обладают поперечные моды, для которых волновые векторы перпендикулярны оси анизотропии [3; 85]. Для них диапазон неустойчивости включает нормированные волновые числа в промежутке $\left(0,\sqrt{A_0}\right)$. При малой анизотропии $A_0 \ll 1$ максимальный инкремент равен $\gamma_{\max} \approx 2/\sqrt{\pi}\beta_{\perp 0}\omega_p(A_0/3)^{3/2}$ и достигается для оптимального волнового числа $K_{\perp\mathrm{opt}} \approx (A_0/3)^{1/2}$, так что $\gamma_{\max}/\omega_p \approx (2/3)A_0\beta_{\perp 0}K_{\perp\mathrm{opt}} << \beta_{\perp 0}K_{\perp\mathrm{opt}}$. При большой анизотропии $A_0 \gg 1$ имеем $\gamma_{\max} \approx \beta_{\perp 0}\omega_p\left([(A_0+1)/2]^{1/2}-1\right)$ для оптимального волнового числа $K_{\perp\mathrm{opt}} \approx \left([(A_0+1)/2]^{1/2}-1\right)^{1/2}$, так что $\gamma_{\max}/\omega_p \approx \beta_{\perp 0}K_{\perp\mathrm{opt}}\left([(A_0+1)/2]^{1/2}-1\right)^{1/2} > \beta_{\perp 0}K_{\perp\mathrm{opt}}$.

Как уже отмечалось во Введении, в присутствии внешнего магнитного поля хорошо известны две неустойчивые шланговые ветви — периодическая и апериодическая [62; 96; 139; 140]. Вследствие малого инкремента и неэффективного возбуждения моды периодической ветви фактически не проявляются

в расчетах методом частиц в ячейках и не учитываются в приближенном квазилинейном описании; см. раздел 4.11. Для апериодической шланговой ветви в пространстве волновых векторов имеется широкая область неустойчивости наклонных к внешнему полю мод. Вместе с тем область неустойчивости апериодических поперечных мод, т.е. мод с волновыми векторами поперек внешнего поля, с его увеличением достаточно быстро сужается, как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны спектра, а линейный инкремент всех мод, остающихся неустойчивыми, уменьшается. Согласно работе [145], в пределе $\gamma \ll K_\perp \beta_{\perp 0} \omega_p$, реализующемся при небольшой начальной анизотропии ($A_0 \lesssim 1$) либо при большой анизотропии и внешнем магнитном поле, по величине достаточно близком, но меньшем указанного ниже подавляющего, диапазон неустойчивости поперечных мод является следующим:

$$K_\perp \in \left(\frac{2\sqrt{A_0}}{\sqrt{3}} \cos\left[\frac{\pi + 1}{3} \arccos\left(\frac{b_{ext}}{b_{s\perp}(A_0)} \right) \right], \frac{2\sqrt{A_0}}{\sqrt{3}} \cos\left[\frac{\pi - 1}{3} \arccos\left(\frac{b_{ext}}{b_{s\perp}(A_0)} \right) \right] \right) \tag{4.7}$$

Здесь $b_{s\perp}(A_0)$ — нормированное магнитное поле, подавляющее неустойчивость поперечных мод и определяемое следующей формулой:

$$b_{s\perp}^2(A_0) = \frac{4\pi}{27} \frac{A_0^3}{(1 + A_0)^3} < 1. \tag{4.8}$$

При большой начальной анизотропии $A_0 \gg 1$ и внешнем магнитном поле, хотя бы вдвое меньшем указанного подавляющего значения $b_{s\perp}(A_0)$, приближенно имеем $K_{\perp \mathrm{opt}} \approx (A_0/2)^{1/4}$ и $\gamma_{\max} \approx \beta_{\perp 0} K_{\perp \mathrm{opt}}^2 \omega_p > \beta_{\perp 0} K_{\perp \mathrm{opt}} \omega_p$; следовательно, влияние умеренного магнитного поля на ход линейного этапа неустойчивости оказывается незначительным, и основную роль по-прежнему играют поперечные моды, т.е. шланговая неустойчивость не сильно отличается от неустойчивости вейбелевского типа до тех пор, пока не включаются нелинейные эффекты.

По мере увеличения внешнего магнитного поля монотонно уменьшается не только линейный инкремент всех поперечных мод, но и угол между внешним магнитным полем и волновым вектором моды с наибольшим инкрементом [62; 96; 139]. Эта и остальные неустойчивые моды, вообще говоря, могут иметь и ненулевую действительную часть собственной частоты. Таким образом, для наклонных мод неустойчивость может развиваться даже в относительно сильном магнитном поле $b_{ext} > b_{s\perp}(A_0)$. Хотя ниже, кроме раздела 4.9, такой случай подробно не затрагивается, имея в виду полноту описания и вводя величину

магнитного поля $b_s(A_0)$, при которой неустойчивость апериодической ветви полностью подавляется (и заведомо подавляется неустойчивость периодической ветви [139]), приведём оценку этого поля, сделанную в работе [63] на основе аппроксимации численно полученного порога неустойчивости в диапазоне значений начальной анизотропии A_0 от 0.2 до 9:

$$b_s^2(A_0) = \left(\frac{A_0}{1.27(1+A_0)}\right)^{1.05}. \tag{4.9}$$

Сравнение оценок (4.8) и (4.9) показывает, что при больших начальных анизотропиях отношение $b_s^2/b_{s\perp}^2$ не сильно превышает 1. Однако при низких начальных анизотропиях оно может составлять несколько порядков, а значит, существует широкий диапазон параметров, в котором поперечные моды устойчивы в линейном приближении и принципиально важен учёт наклонных мод, пусть с небольшим инкрементом. Анализ этой ситуации выходит за рамки настоящей главы.

4.4 Характерные параметры и особенности проведенных расчетов

Для изучения зависимости эволюции спектра квазимагнитостатической турбулентности и распределения электронов по скоростям от величины внешнего магнитного поля была проведена серия 3D3V и 2D3V расчетов кодом EPOCH для начальной поперечной тепловой скорости $\beta_{\perp 0} = 0.1$ и начальной анизотропии A_0, равной 10, 1 и 0.3, при значениях внешнего магнитного поля b_{ext}, равных 0, $0.7b_{s\perp}$, $b_{s\perp}$ и $b_{s\perp} + 0.5(b_s - b_{s\perp})$. Все качественные выводы о влиянии внешнего магнитного поля на нелинейные эффекты в эволюции турбулентности при различных начальных анизотропиях оказались сходными, и поэтому ниже преимущественно обсуждаются более показательные результаты для сравнительно высокой начальной анизотропии $A_0 = 10$ при соответствующих указанным выше формулам значениях внешнего поля $b_{ext} = 0.7b_{s\perp} = 0.4$, $b_{ext} = b_{s\perp} = 0.59$, $b_{ext} = b_{s\perp} + 0.5(b_s - b_{s\perp}) = 0.71$ при полностью подавляющем неустойчивость $b_s = 0.84$. В этом случае максимальный инкремент неустойчивости не намного меньше величины $K_\perp \beta_{\perp 0} \omega_p$ и оценкой диапазона (7) поперечных волновых чисел неустойчивых мод можно пользоваться лишь приблизительно. Вместе с тем,

b_{ext}	$K_{\perp,min}$	$K_{\perp,opt}$	$K_{\perp,max}$	$K_{\parallel,min}$	$K_{\parallel,opt}$	$K_{\parallel,max}$
0	0	1.2	3.1	0	0	0.6
0.4	0.3	1.4	2.6	0	0.1	0.6
0.59	0.5	1.2	1.9	0.1	0.3	0.5
0.71	0.2	1	1.8	0.2	0.4	0.5

Таблица 1 — Примерные минимальное, оптимальное и максимальное значения поперечной и продольной компонент нормированных волновых векторов неустойчивых мод, найденные согласно линейной теории для указанных четырех значений внешнего магнитного поля при начальной анизотропии $A_0 = 10$.

при высокой начальной анизотропии проявления нелинейных эффектов взаимодействия мод оказываются более богатыми и отчетливее видны недостатки их квазилинейного описания. Остальные указанные варианты и различия полученных для них результатов кратко представлены в разделе 4.9.

Здесь приведем только минимальные и максимальные волновые числа границ области неустойчивости, полученные согласно линейной теории задолго до наступления насыщения роста турбулентности (табл. 1) и найденные по итогам трехмерных расчетов спектра возбужденных мод непосредственно после её насыщения (табл. 2) для указанных четырех значений внешнего магнитного поля при начальной анизотропии $A_0 = 10$. Отметим, что минимальные значения нормированных продольных и поперечных волновых чисел мод, развившихся к моменту насыщения, были значительно меньше 0.1, а следовательно, значительно меньше предсказываемых линейной теорией благодаря нелинейному нарастанию длинноволновых мод, но в табл. 2 эти границы не показаны, поскольку определялись с плохой точностью из-за шумов при моделировании методом частиц в ячейках. В свою очередь, максимальные значения продольных и поперечных волновых чисел мод к моменту насыщения оказались в полтора-два раза выше предсказываемых линейной теорией благодаря трех- и четырехволновому возбуждению коротковолновых мод.

Корректность выполненных расчетов обеспечена достаточно большим количеством используемых ячеек в трех ортогональных направлениях, составлявшим от 150 до 800, оптимальным размером одной ячейки в пределах от 1 до 2.5 дебаевских радиусов и значительным числом квазичастиц в каждой ячейке, задававшимся не менее 800.

b_{ext}	$K_{\perp,min}$	$K_{\perp,opt}$	$K_{\perp,max}$	$K_{\parallel,min}$	$K_{\parallel,opt}$	$K_{\parallel,max}$
0	0	1	5.2	0	0	1.1
0.4	< 0.1	1.3	4.6	< 0.1	0.1	1
0.59	< 0.1	1.1	3.9	< 0.1	0.3	1.4
0.71	< 0.1	0.9	3.2	< 0.1	0.4	0.9

Таблица 2 — Примерные минимальное, оптимальное и максимальное значения поперечной и продольной компонент нормированных волновых векторов мод, возбужденных к моменту насыщения турбулентности согласно трехмерным расчетам методом частиц в ячейках для указанных четырех значений внешнего магнитного поля при начальной анизотропии $A_0 = 10$.

В ряде работ, например [62; 63; 65; 66], которые посвящены численному моделированию магнитной турбулентности, порождаемой электронной апериодической шланговой неустойчивостью, выбрана 2D3V (x,z)-геометрия, аналогичная введенной в разделе 4.2 и допускающая развитие неустойчивых мод лишь в одном из двух направлений, перпендикулярных внешнему магнитному полю и оси анизотропии. В такой геометрии в отсутствие внешнего магнитного поля изотропизация распределения электронов по скоростям происходит не аксиально симметрично. Добавление внешнего поля, сонаправленного с осью анизотропии, неизбежно приводит к процессу, отсутствующему в полноценном трехмерном аксиально симметричном моделировании, — ларморовскому вращению неаксиально симметричной функции распределения электронов. В результате, как уже сказано в разделе 4.2, нарушается согласованность спектра, развивающегося, разумеется, исключительно в расчетной плоскости (x,z), и распределения частиц по скоростям, изотропизующегося в обоих направлениях, ортогональных оси анизотропии. Другим недостатком подобных 2D3V-расчетов в (x,z)-геометрии оказывается отсутствие эффективного трехволнового взаимодействия, о котором пойдет речь в разделе 4.7. Совокупность этих и ряда других причин приводит к значительным расхождениям наблюдаемой динамики спектра в двумерных и трехмерных расчетах, в частности, к различиям эволюции характерных масштабов турбулентности уже на временах всего в $3 - 4$ раза более поздних, чем время насыщения экспоненциального роста неустойчивых мод.

Тем не менее, двумерные расчеты в (x,z)-геометрии адекватно отражают качественную динамику спектра турбулентности и остаются актуальными с

учетом трудоемкости полноценных трехмерных расчетов, а потому тоже проводились в настоящей главе, и их результаты обсуждаются ниже вместе с результатами работ [62; 63] в которых в качестве начального также использовалось бимаксвелловское распределение электронов по скоростям. Правда, в обеих работах внешнее магнитное поле выбиралось довольно сильным, подавляющим неустойчивость поперечных мод: в [62], представлен расчет с начальной анизотропией $A_0 = 1.85$ и внешним полем $b_{ext} \approx 0.36 \approx b_{s\perp}$, а в [62] — с анизотропией $A_0 = 3.63$ и внешним полем $b_{ext} \approx 0.7 < b_s \approx 0.77$. Детальные трёхмерные расчёты кодом EPOCH поставленной задачи об эволюции турбулентности при наличии внешнего магнитного поля ранее не проводились.

4.5 Влияние внешнего магнитного поля на деформацию распределения электронов по скоростям

В отсутствие внешнего магнитного поля уже за счет одних поперечных мод на стадии насыщения их экспоненциального роста в численных расчетах [86] наблюдалась значительная деформация функции распределения электронов во всей области скоростей порядка тепловых. Данная деформация происходит под действием случайной силы Лоренца со стороны турбулентного поля, в среднем увеличивающей поперечную к оси анизотропии скорость электронов, которые первоначально двигались преимущественно вдоль этой оси z (вертикальная ось на рис. 1 - 4). В результате распределение электронов принимает вид, существенно отличный от бимаксвелловского (рис. 4.4), и в дальнейшем изменяется медленно, квазилинейно, т.е. за счет интегрального нелинейного влияния мод на однородную компоненту функции распределения. Такой процесс формально отвечает линейной эволюции каждой моды согласно текущему значению инкремента (декремента) и частоты (в общем случае ненулевой), определяемым этим медленно меняющимся распределением электронов.

Сказанное подтверждается сравнением расчетов методом частиц в ячейках с вычислениями, учитывающими исключительно квазилинейное взаимодействие мод. Из этого сравнения следует, что на временах, по меньшей мере пятикратно превышающих момент окончания экспоненциального роста поперечных мод, учет их резонансного взаимодействия между собой и с наклонными

модами в отсутствие внешнего магнитного поля не оказывает существенного воздействия на эволюцию распределения электронов по скоростям. В рассмотренном примере с начальной анизотропией $A_0 = 10$ исключением является лишь кратковременный переходный этап примерно от $\omega_p t = 80$ до $\omega_p t = 100$ при насыщении неустойчивости, когда эффективное резонансное взаимодействие поперечных мод заметно обогащает довольно узкое коротковолновое крыло спектра турбулентности.

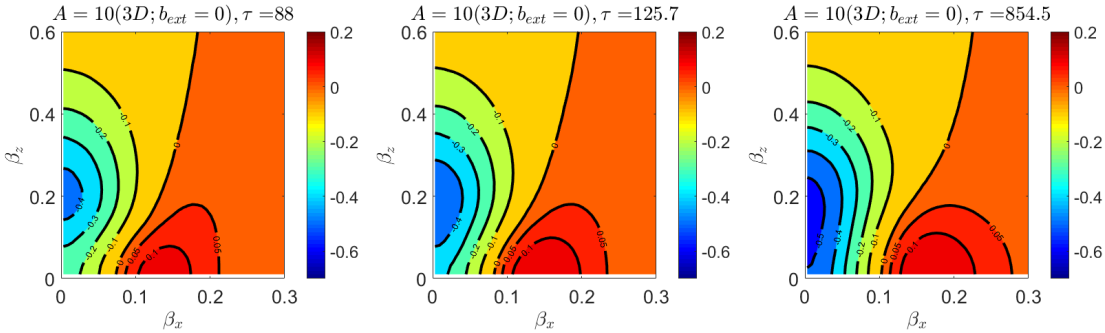


Рисунок 4.4 — Вычисленные для моментов времени (a) $\omega_p t = 88$, (b) $\omega_p t = 125.7$, (c) $\omega_p t = 854.5$ линии уровня -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.05 и 0.1 нормированной на максимум начального распределения поправки к однородной компоненте функции распределения (4.6), которая в начальный момент времени являлась бимаксвелловской (4.4) с параметром анизотропии $A_0 = 10$. Внешнее магнитное поле отсутствует: $b_{ext} = 0$.

В присутствии внешнего магнитного поля непосредственно после насыщения линейной неустойчивости по-прежнему происходит сравнительно быстрое увеличение поперечной к оси анизотропии скорости части электронов, двигавшихся сначала преимущественно вдоль этой оси z, т.е. почти вдоль внешнего магнитного поля. Однако наличие последнего уменьшает количество таких электронов, затрагивая при этом больший интервал продольных скоростей. Это вытягивание области наибольшей деформации распределения электронов (4.6) вдоль оси анизотропии показано на рис. 4.5a для рассматриваемого случая умеренного поля $b_{ext} = 0.4$. В сильном поле $b_{ext} = 0.71$ в момент насыщения неустойчивости вышеобозначенная область притока электронов значительно сдвигается, так что её характерная продольная скорость в момент насыщения неустойчивости вместо нуля равна $\beta_{\parallel} \sim 3\beta_{\perp 0}$, в то время как характерная поперечная скорость остается приблизительно равной $\beta_{\perp} \lesssim 2\beta_{\perp 0}$ (рис. 4.6a). Как в случае умеренно замагниченной плазмы, так и в незамагниченной плазме наиболее значительное уменьшение количества наблюдается для электронов,

продольные скорости которых составляли примерно от $\sim 2\beta_{\perp 0}$ до $\sim 3\beta_{\perp 0}$, т.е. существенно превышали поперечные и были преимущественно сонаправлены с осью анизотропии. В случае поля $b_{ext} = 0.71$ область оттока электронов значительно уже и занимает промежуток продольных скоростей от $\sim 3\beta_{\perp 0}$ до $\sim 4\beta_{\perp 0}$.

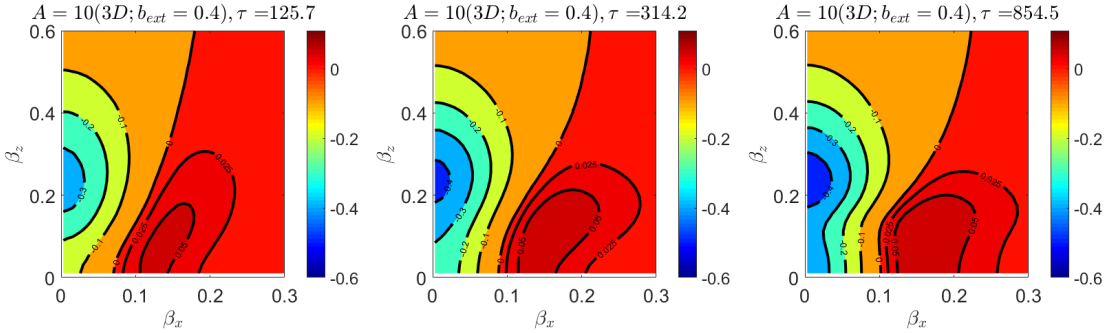


Рисунок 4.5 — Вычисленные для моментов времени (a) $\omega_p t = 125.7$, (b) $\omega_p t = 314.2$, (c) $\omega_p t = 854.5$ линии уровня -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.025 и 0.05 нормированной на максимум начального распределения поправки к однородной компоненте функции распределения (4.6), которая в начальный момент времени являлась бимаксвелловской (4.4) с параметром анизотропии $A_0 = 10$. Внешнее магнитное поле $b_{ext} = 0.4$.

В ходе дальнейшего нелинейного развития турбулентности в отсутствие внешнего магнитного поля происходит только слабое изменение распределения электронов, в основном за счет нагрева в поперечном к оси анизотропии направлении при малых продольных скоростях, что расширяет область значительного оттока электронов в диапазон малых скоростей $\left(\beta_\perp < \beta_{\perp 0}, \beta_\parallel < \beta_{\parallel 0}\right)$ (рис. 4.4c). В умеренном внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.4$ нелинейная динамика после насыщения турбулентности качественно аналогична, но вышеописанный процесс ярче выражен количественно; ср. рис. 4.5c. В сильном внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.71$ область значительного оттока частиц, абсолютный максимум которого достигается при $\beta_\parallel \sim 3\beta_{\perp 0}$, расширяется еще существеннее, так что появляется локальный максимум в области малых скоростей $\left(\beta_\perp < \beta_{\perp 0}, \beta_\parallel < \beta_{\parallel 0}\right)$. А область наибольшего приращения функции распределения электронов $\delta f_0(t, \overrightarrow{\beta})$ расширяется вдоль оси анизотропии приблизительно от $\beta_\parallel \sim 3\beta_{\perp 0}$ до $\beta_\parallel \sim \beta_{\perp 0}$. Из последующих разделов видно, что более значительная деформация распределения электронов в ходе долговременной нелинейной эволюции сильно замагниченной турбулентности взаимосвязана с более существенным изменением её спектральных характеристик.

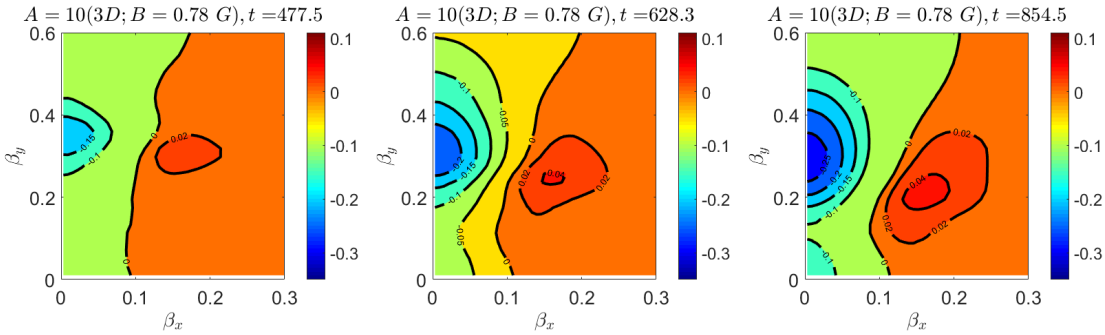


Рисунок 4.6 — Вычисленные для моментов времени (a) $\omega_p t = 477.5$, (b) $\omega_p t = 628.3$, (c) $\omega_p t = 854.5$ линии уровня -0.25, -0.2, -0.15, -0.1, -0.05, 0, 0.02 и 0.04 нормированной на максимум начального распределения поправки к однородной компоненте функции распределения (4.4), которая в начальный момент времени являлась бимаксвелловской с параметром анизотропии $A_0 = 10$. Внешнее магнитное поле $b_{ext} = 0.71$.

В двумерных расчетах с магнитным полем, лежащим в плоскости моделирования (x,z) (как и в работах [62; 63]), распределение электронов по скоростям в этой плоскости тоже демонстрирует качественно схожую динамику; см. рис. 4.7. Однако, как уже отмечалось, утрата аксиальной симметрии возбуждаемым спектром квазимагнитостатического поля приводит на нелинейной стадии к нарушению аксиальной симметрии функции распределения в плоскости, ортогональной внешнему магнитному полю, т.е. оси анизотропии. В случае незамагниченной плазмы это ведёт к изотропизации исключительно в плоскости, определяемой волновым вектором и осью анизотропии. В присутствии внешнего магнитного поля, сонаправленного с осью анизотропии, распределение электронов испытывает ларморовское вращение, в результате чего развивающиеся исключительно в двумерной расчетной плоскости неустойчивые моды, в том числе наклонные, последовательно изотропизуют распределение частиц по скоростям во всех направлениях, ортогональных оси анизотропии.

В полноценном трехмерном расчете при однородных начальных условиях симметрия нарастающего спектра по аксиальному углу сохраняется, так что обеспечивается аксиально симметричная изотропизация распределения электронов по скоростям, а следовательно, процесс, подобный описанному выше, исключен. Вследствие указанного различия деформированные распределения электронов (ср. рис. 4.7 и рис. 4.5) и характеристики согласованных с ними спектров турбулентности (см. разделы 4.6-4.9) могут количественно различаться в двумерном и трехмерном расчетах. Значит, результаты подобного 2D3V модели-

рования в (x,z)-геометрии (допускающей формирование только токовых слоев, но не филаментов) лишь ограниченно применимы для анализа полноценной трехмерной задачи.

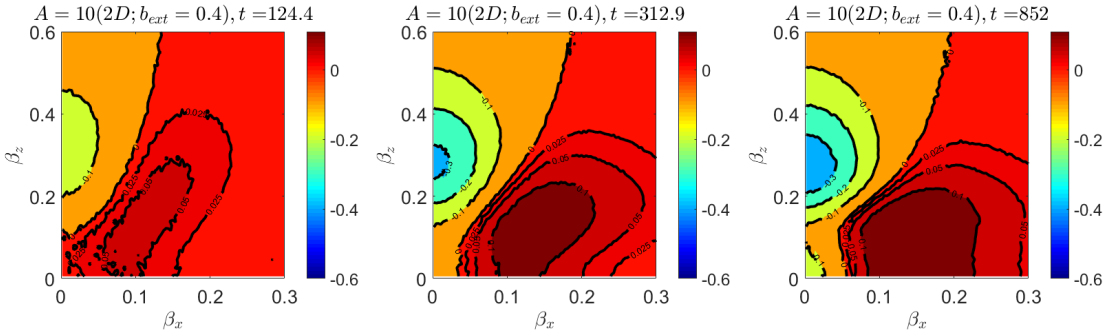


Рисунок 4.7 — Вычисленные с использованием 2D3V моделирования в (x,z)-геометрии для моментов времени (a) $\omega_p t = 124.4$, (b) $\omega_p t = 312.9$, (c) $\omega_p t = 852$ линии уровня -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.025, 0.05 и 0.1 нормированной на максимум начального распределения поправки к однородной компоненте функции распределения (4.6), которая в начальный момент времени являлась бимаксвелловской (4.4) с параметром анизотропии $A_0 = 10$. Внешнее магнитное поле $b_{ext} = 0.4$.

Как и в работе [86], с целью выявления доминирующего механизма нелинейной эволюции квазимагнитостатической турбулентности было проведено сравнение результатов расчетов кодом EPOCH с результатами 2D3V квазилинейного моделирования, в котором исключено прямое резонансное взаимодействие между модами. Использовалась та же, что и в [86], аксиально симметричная z-геометрия и принималось умеренное значение внешнего магнитного поля $b_{ext} = 0.4$. Оказалось, что хотя к моменту насыщения неустойчивости указанные распределения частиц аналогичны, на более поздних временах они качественно отличаются в диапазоне скоростей, малых по сравнению с тепловыми (ср. рис. 4.8 и рис. 4.5). Эта разница обусловлена рассматриваемой ниже существенно различной динамикой спектра турбулентности в обсуждаемых расчетах (см. раздел 4.11). Таким образом, квазилинейное приближение без какого-либо дополнительного учета межмодового взаимодействия недостаточно для описания эволюции турбулентности уже при довольно слабом внешнем магнитном поле, например, $b_{ext} = 0.4$ при $A_0 = 10$.

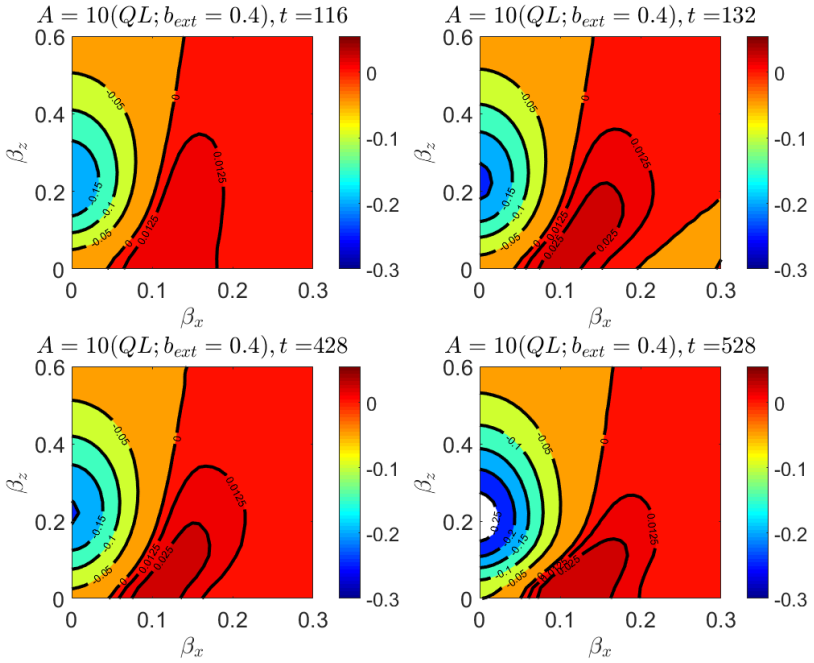


Рисунок 4.8 — Вычисленные в квазилинейном аксиально симметричном приближении для моментов времени (a) $\omega_p t = 84$, (b) $\omega_p t = 92$, (c) $\omega_p t = 100$, (d) $\omega_p t = 420$ линии уровня -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.05 и 0.1 нормированной на максимум начального распределения поправки к однородной компоненте функции распределения (4.6), которая в начальный момент времени являлась бимаксвелловской (4.4) с параметром анизотропии $A_0 = 10$. Внешнее магнитное поле $b_{ext} = 0.4$.

4.6 Эволюция интегральных характеристик турбулентности при различных значениях внешнего магнитного поля

Параметр анизотропии A, будучи интегральным отражением формы распределения частиц, в отсутствие внешнего магнитного поля испытывает наиболее значительное снижение к моменту насыщения неустойчивости и далее слабо изменяется, а в достаточно сильном магнитном поле, например, в рассматриваемом диапазоне $b_{ext} = 0.4 - 0.71$, наоборот, изотропизация на стадии насыщения не очень велика, зато она более значительна и продолжается гораздо дольше в ходе дальнейшей нелинейной эволюции (рис. 4.9c). Так, в первом случае $b_{ext} = 0$ к насыщению неустойчивости в момент времени $\tau_s = \omega_p t_s = 88$ анизотропия резко, примерно в 5 раз, уменьшается от 10 до почти 2, а далее её снижение плавно замедляется, и ко времени $2\tau_s = 176$ она составляет $A \approx 1.1$.

Во втором случае уже при $b_{ext} = 0.4$ к моменту насыщения неустойчивости $\tau_s = 390$ анизотропия снижается всего до ≈ 7.2, а ко времени $2\tau_s = 780$ составляет уже $A \approx 3.83$.

Среднеквадратичное магнитное поле, фактически определяемое его сильной поперечной компонентой, в случаях нулевого и умеренного ($b_{ext} = 0.4$) внешнего магнитного поля эволюционирует сходным образом как в трехмерном, так и в двумерном расчетах: резко вырастает, достигает насыщения и сравнительно быстро затухает; см. рис. 4.9а, где длительность моделирования выбрана так, что к концу двух представленных расчетов исследуемые в них величины различаются всего на 5%. Впрочем, следует отметить, что наличие умеренного внешнего поля все-таки немного уменьшает максимальное значение и обостряет профиль пика указанных величин как функций времени.

В сильном же внешнем поле $b_{ext} = 0.71$ характер эволюции оказывается существенно иным. Во-первых, апериодическая неустойчивость, обусловленная ростом мод со значительно меньшим инкрементом, достигает своего насыщения в 4 раза позднее и наступает при турбулентном магнитном поле меньшем в 3.5 раза. Во-вторых, после достижения насыщения среднеквадратичное магнитное поле почти не меняется в течение промежутка времени, более чем двукратно превышающего время достижения насыщения, т.е. затухание турбулентности сильно ослаблено и её временной профиль вместо пика принимает форму слабонерегулярного плато.

Аналогичная картина эволюции параметра анизотропии и среднеквадратичного магнитного поля получилась и для подобных трех- и двумерных расчетов при начальной анизотропии $A_0 = 1$.

Во всех трехмерных расчетах имеет место преобладание характерной поперечной к оси анизотропии компоненты магнитного поля, которая кратно, но не на порядки превосходит характерную продольную компоненту (в двумерных расчетах ситуация аналогична в аксиально симметричной z-геометрии, но в (x,z)-геометрии продольная компонента магнитного поля отсутствует). Их отношение уменьшается в ходе нелинейной эволюции турбулентности. Так, в отсутствие внешнего магнитного поля при насыщении неустойчивости их отношение примерно равно $b_\perp/b_\parallel \approx 4$, а на момент окончания расчета — $b_\perp/b_\parallel \approx 3$. В сильном внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.71$ при насыщении неустойчивости это отношение примерно равно $b_\perp/b_\parallel \approx 10$, а на момент окончания расчета — $b_\perp/b_\parallel \approx 5$.

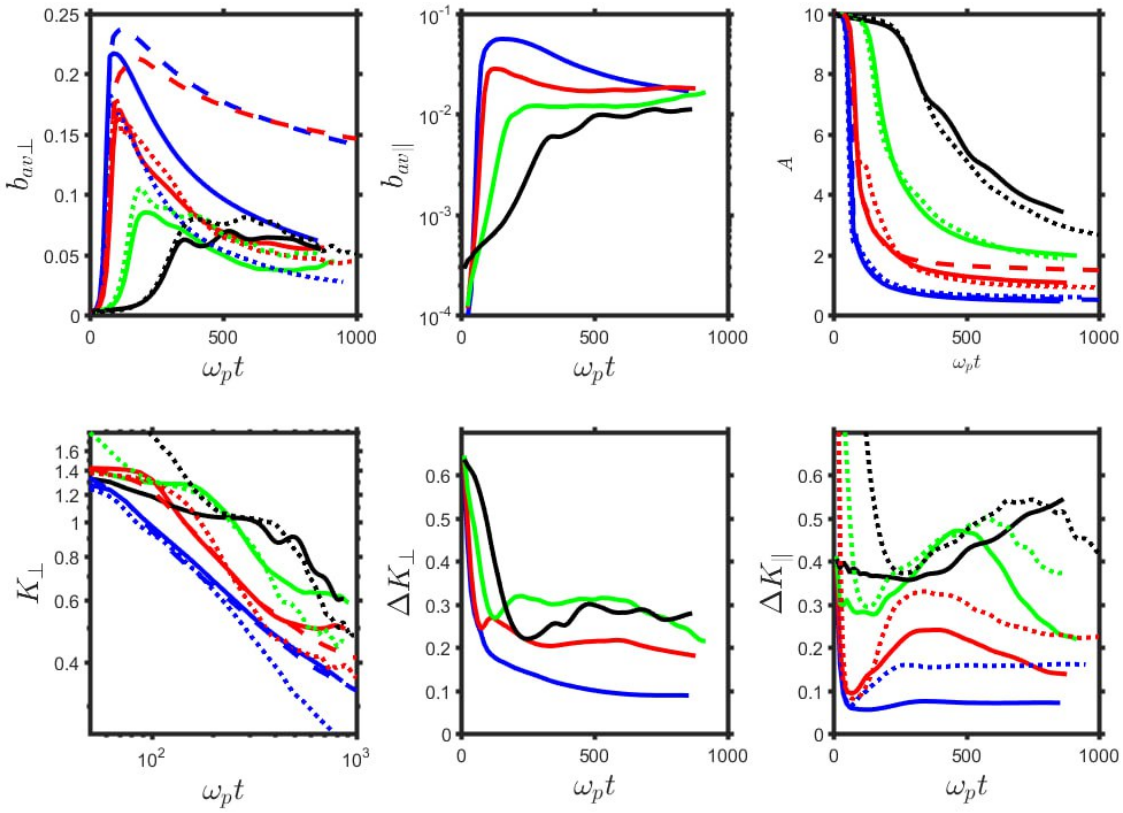


Рисунок 4.9 — Эволюция (a) поперечной и (b) продольной компонент среднеквадратичного магнитного поля b_{av}, (c) параметра анизотропии A, (d) поперечной компоненты характерного волнового числа $\langle K_\perp \rangle$, а также характерной (e) поперечной $\langle \Delta K_\perp \rangle$ и (f) продольной $\langle \Delta K_\parallel \rangle$ ширины спектра при значениях внешнего магнитного поля $b_{ext} = 0$ (синий цвет), $b_{ext} = 0.4$ (красный цвет), $b_{ext} = 0.59$ (зеленый цвет) и $b_{ext} = 0.71$ (черный цвет) в трехмерном (сплошная линия), двумерном в (x,z)-геометрии с наклонными модами (пунктир) и двумерном аксиально симметричном в z-геометрии моделировании методом частиц в ячейках. Начальная анизотропия $A_0 = 10$.

Получаемое в моделировании значение перпендикулярной компоненты характерного волнового числа турбулентности $\langle K_\perp \rangle$ к моменту насыщения неустойчивости соответствует волновому вектору наиболее неустойчивой моды, определяемой линейной теорией. Здесь и ниже усреднение понимается в следующем смысле:

$$\langle ... \rangle = \frac{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty ... b_K^2 dK_\parallel K_\perp dK_\perp}{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty b_K^2 dK_\parallel K_\perp dK_\perp}. \tag{4.10}$$

С ростом внешнего магнитного поля волновое число наиболее неустойчивой моды K_{opt} увеличивается до тех пор, пока наиболее неустойчивыми остаются поперечные моды. В более сильных внешних магнитных полях определяющими всю динамику турбулентности становятся наклонные моды, а величина поперечной компоненты наиболее неустойчивой моды $K_{opt,\perp}$ уменьшается. В двумерных расчетах наклонные моды либо отсутствуют вовсе (z-геометрия), либо их динамическое поведение некорректно ((x,z)-геометрия), а следовательно, эволюция спектра турбулентности не соответствует получаемой в полноценном трехмерном моделировании.

После насыщения роста турбулентности в ходе последующей нелинейной эволюции поперечный масштаб магнитного поля, определяемый обратной величиной характерного поперечного волнового числа, в каждом из рассматриваемых четырех случаев различных внешних полей практически монотонно возрастает (рис. 4.9d), в то время как поперечная ширина спектра $\langle \Delta K_\perp \rangle$, где $\Delta K_\perp = K_\perp - \langle K_\perp \rangle$, остается почти постоянной (рис. 4.9e), равной примерно 0.1 (в отсутствие внешнего магнитного поля), 0.2 (при его умеренном значении $b_{ext} = 0.4$), 0.3 (при $b_{ext} = 0.59$ и 0.71).

Продольная ширина спектра $\langle \Delta K_\parallel \rangle = \langle |K_\parallel| \rangle$ к моменту насыщения неустойчивости для указанных четырех значений внешнего поля оказалась тем больше, чем сильнее это поле. Данная величина $\langle \Delta K_\parallel \rangle$ на определенном этапе эволюции турбулентности, после достижения максимума среднеквадратичным полем и вплоть до его примерно двукратного ослабления (ср. графики f и a на рис. 4.9), демонстрирует рост вследствие нелинейного возбуждения разнообразных наклонных мод, в том числе устойчивых согласно линейной теории.

К концу моделирования во всех случаях нараставшие продольный и поперечный масштабы турбулентных магнитных полей оказывались сопоставимы, так что филаментационная структура токов становилась слабо выраженной. В целом, полученные результаты согласуются с известными [62; 63], свидетельствовавшими об увеличении характерного масштаба и уменьшении угла между внешним магнитным полем и характерным волновым вектором турбулентности в ходе её эволюции.

Несмотря на хорошее количественное совпадение результатов двумерных и трехмерных расчетов эволюции параметра анизотропии (точность до 15% для всех четырех значений внешнего магнитного поля) и среднеквадратичного магнитного поля (без случая $b_{ext} = 0$ точность до 20%), сравнение в этих

расчетах продольного и поперечного характерных масштабов турбулентности показывает, что на нелинейной стадии они значительно расходятся и могут кратно отличаться. Поэтому двумерное моделирование с учетом наклонных мод в рамках (x,z)-геометрии (допускающей формирование только токовых слоев, но не филаментов), а тем более без их учета в z-геометрии, далеко не достаточно для анализа спектральной динамики турбулентности, генерируемой шланговой неустойчивостью. Ниже анализ этой динамики проведен на основании трехмерных расчетов методом частиц в ячейках с привлечением аксиально симметричных двумерных расчетов и сосредоточен на спектральной динамике поперечной компоненты магнитного поля, усредненной по аксиальному углу и значительно превосходящей продольную компоненту. Усреднение необходимо для сглаживания шумов и осцилляций, наблюдаемых на стадии затухания мод, и, в частности, позволяет более корректно оценить показатель степенного спадания их амплитуд на крыльях пространственного спектра.

4.7 Автомодельность спектра турбулентности и взаимодействие мод в отсутствие внешнего магнитного поля

В отсутствие наклонных мод и внешнего магнитного поля описание общего сценария эволюции спектра вейбелевской турбулентности было подробно дано в работе [86] в рамках аксиально симметричной двумерной z-геометрии (волновые векторы всех мод лежат в плоскости, ортогональной оси анизотропии). При бимаксвелловском начальном распределении электронов неустойчивыми являются исключительно TM-моды, магнитное поле которых ортогонально плоскости, определяемой осью анизотропии и волновым вектором. После насыщения неустойчивости спектр магнитного поля эволюционирует по существу квазилинейным образом и смещается в длинноволновую область. При этом характерное волновое число уменьшается во времени степенным образом, а показатели степени наклона основных частей длинноволнового и коротковолнового крыльев спектра остаются примерно постоянными, что говорит об автомодельности динамики спектра. Единственным наблюдаемым резонансным нелинейным эффектом оказалась генерация TM-гармоник, нечетным образом кратных оптимальной гармонике; лучше всего генерируются

утроенные гармоники, обусловленные четырехволновым взаимодействием [86; 90].

В итоге были выделены 4 стадии эволюции турбулентных ТМ-мод: экспоненциальный рост мод согласно линейному дисперсионному уравнению; степенной рост мод, волновое число которых меньше характерного $\langle K_\perp \rangle$; осцилляционное затухание мод, волновое число которых больше характерного $\langle K_\perp \rangle$, и сверхбыстрый нелинейный рост мод вследствие четырехволнового взаимодействия (рис. 4.10а). Показатель степенного роста оценивался примерно от 1 до 2, а показатель затухания, которое после усреднения по аксиальному углу оказывалось степенным, лежал в небольшом интервале от -1.3 до -1 для широкого диапазона значений начальной анизотропии A_0 от 1 до 10.

В отличие от указанного двумерного (проведенного ранее), в трехмерном моделировании, выполненном в настоящей главе, обнаруживается и другой нелинейный эффект — трехволновая генерация линейно устойчивых ТЕ-мод (т.е. мод, электрическое поле которых ортогонально плоскости, определяемой волновым вектором и осью анизотропии) посредством резонансного взаимодействия двух неколлинеарных апериодически неустойчивых ТМ-мод. см. рис. 4.11 Этот эффект проявляется непосредственно перед насыщением на стадии линейной неустойчивости ТМ-мод, когда параметр анизотропии ещё достаточно велик, и отвечает экспоненциальному росту ТЕ-мод с инкрементом, немного меньшим или порядка удвоенного максимального для ТМ-мод (точной оценке препятствует высокий уровень шумов). Область волновых чисел генерируемых ТЕ-мод сравнима с областью волновых чисел линейно неустойчивых ТМ-мод, а оптимальная ТЕ-мода немного смещена в длинноволновую часть спектра относительно оптимальной ТМ-моды (примерно на $20-30\%$). В двумерной (x,z)-геометрии с наклонными модами (как в работах [62; 63]) подобное взаимодействие геометрически невозможно, и поэтому продольная компонента магнитного поля отсутствует.

Автоматический учёт наклонных мод в трехмерных расчетах позволяет раскрыть разнообразие и влияние межмодовых взаимодействий, обуславливающих наблюдаемый сверхбыстрый рост не только поперечных ТМ-мод коротковолнового крыла, но и большого числа наклонных ТМ-мод, в том числе довольно длинноволновых (рис. 4.12), инкремент которых, согласно линейной теории для текущего распределения электронов, близок к нулю или вовсе отрицателен (рис. 4.14). Хотя стандартное квазилинейное взаимодей-

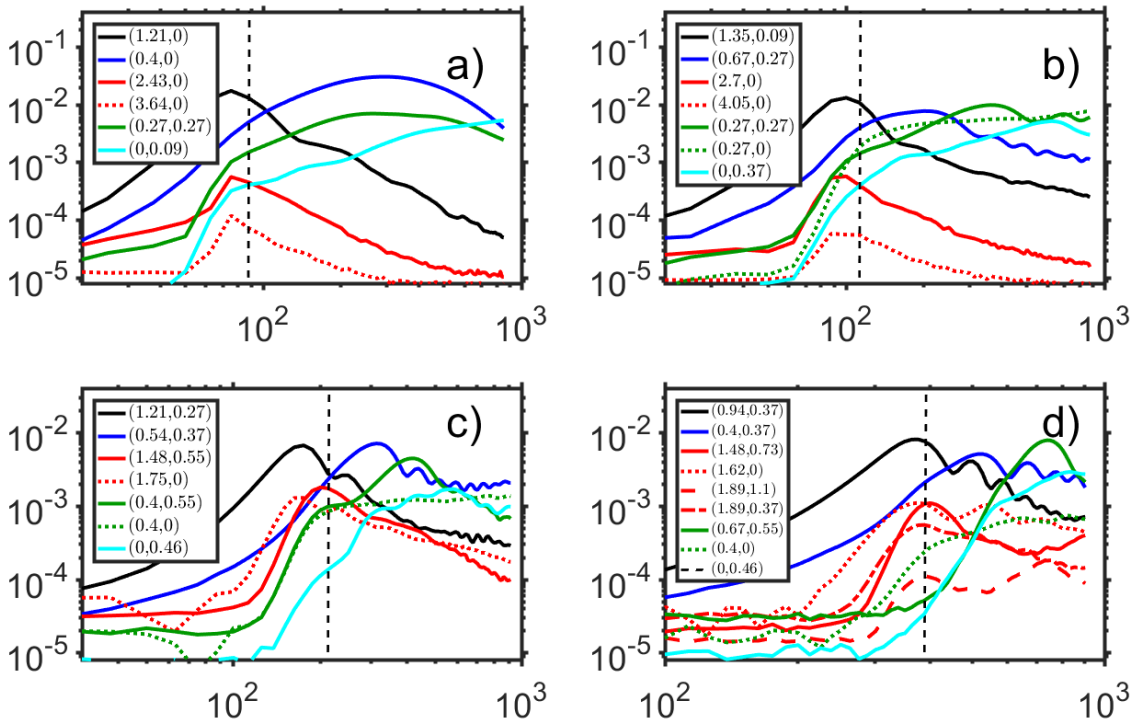


Рисунок 4.10 — Эволюция типичных усредненных по аксиальному углу мод согласно моделированию методом частиц в ячейках: примерно оптимальной моды $\mathbf{K}_{opt}$ (черный цвет); линейно неустойчивой моды, испытывающей степенное нарастание (синий цвет); линейно устойчивых мод, затухающих непосредственно после сверхбыстрой генерации (красный цвет); линейно устойчивых мод, примерно степенным образом нарастающих после окончания сверхбыстрой генерации (зеленый цвет); наиболее энергонесущей моды с $K_\perp = 0$ (бирюзовый цвет). Использован трехмерный расчет с начальной анизотропией $A_0 = 10$ при внешнем магнитном поле (a) $b_{ext} = 0$, (b) $b_{ext} = 0.4$, (c) $b_{ext} = 0.59$, (d) $b_{ext} = 0.71$. Вертикальный пунктир соответствует первому локальному максимуму среднеквадратичного магнитного поля в каждом случае.

ствие, по-видимому, продолжает играть важную роль, спектральная динамика в существенной мере перестает быть квазилинейной: спектр поперечных волновых чисел турбулентных мод за счет резонансных взаимодействий между гармониками и нерезонансного рассеяния электронов согласованным квазимагнитостатическим полем быстрее сдвигается в длинноволновую область, а затухание среднеквадратичного магнитного поля значительно ускоряется по сравнению с двумерными аксиально симметричными расчетами без учета наклонных мод.

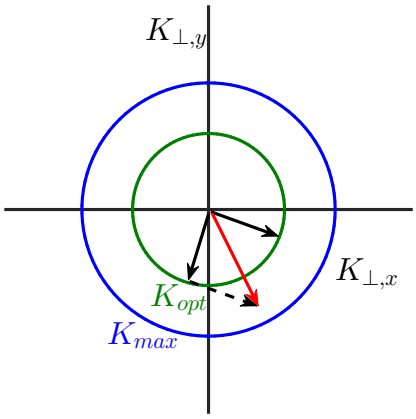


Рисунок 4.11 — Трехволновая генерация наклонных линейно устойчивых ТЕ-мод. Синиим кругом обозначено множество мод, находящихся на коротковолновой границе области линейной неустойчивости, зеленым кругом обозначено множество мод с наибольшим линейным инкрементом γ_{max}, обладающих волновым вектором $|K_{opt}|$. Стрелками показаны линейно неустойчивые моды $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$ (черный цвет) и нелинейно генерируемая мода с волновым вектором, равным $\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$ (красный цвет).

В результате проведенного анализа, как и для двумерной аксиально симметричной z-геометрии [86], снова приходим к выводу о том, что гармоники могут находиться на одной из 4 возможных стадий эволюции: экспоненциальный, степенной или сверхбыстрый рост, а также осцилляционное затухание (см. рис. 4.10а). Показатель степенного роста, который могут испытывать и нелинейно индуцированные сравнительно длинноволновые наклонные гармоники, по-прежнему оценивается в пределах от 1 до 2. Усреднение по аксиальному углу позволяет найти также показатель степени усредненного затухания, который после добавления наклонных мод увеличивается примерно в 1.5 раза и теперь оценивается в пределах от -2 до -1.5. Кстати, если не проводить усреднение данных трехмерного моделирования по аксиальному углу, то осцилляции отдельных затухающих мод, обусловленные появлением значительной действительной частоты в решении дисперсионного уравнения с нелинейно деформированной функцией распределения электронов по скоростям, оказываются гораздо глубже и выражены ярче, чем представленные на рис. 4.10.

Отметим, что в незамагниченной плазме продольная (вдоль оси анизотропии) компонента турбулентного магнитного поля возникает исключительно вследствие нелинейного резонансного взаимодействия мод. Во внешнем магнит-

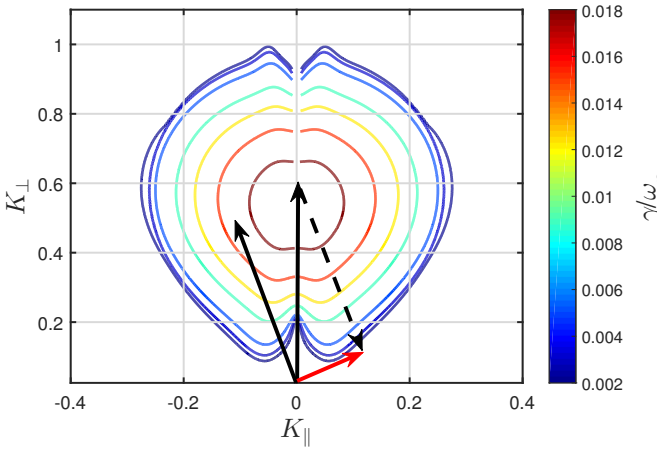


Рисунок 4.12 — Трехволновая генерация наклонных линейно устойчивых ТМ-мод. Линии уровня инкрементов аналогичны рис. 4.2а. Стрелками показаны линейно неустойчивые моды $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$ (черные сплошные), сопряженная с $\mathbf{K}_2$ линейно неустойчивая мода (черная сплошная) и нелинейно генерируемая мода с волновым вектором, равным $\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$ (красный цвет).

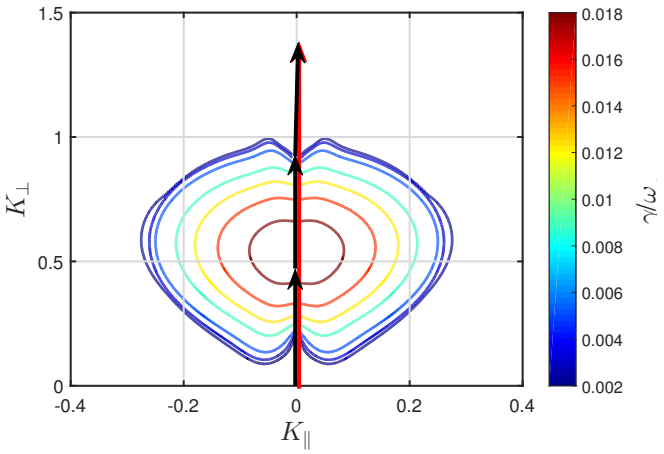


Рисунок 4.13 — Четырехволновая генерация утроенных мод. Линии уровня инкрементов аналогичны рис. 4.2а Стрелками показаны линейно неустойчивые моды $\mathbf{K}_1$ (черный цвет) и нелинейно генерируемая мода с волновым вектором, равным $3\mathbf{K}_1$ (красный цвет).

ном поле неустойчивая апериодическая мода обладает смешанной поляризацией (ни ТМ-, ни ТЕ-), что существенно сближает и без того схожую и взаимосвязанную спектральную динамику поперечной и продольной компонент магнитного поля. Поэтому для простоты в следующих разделах в основном обсуждается спектр именно поперечной компоненты турбулентного магнитного поля.

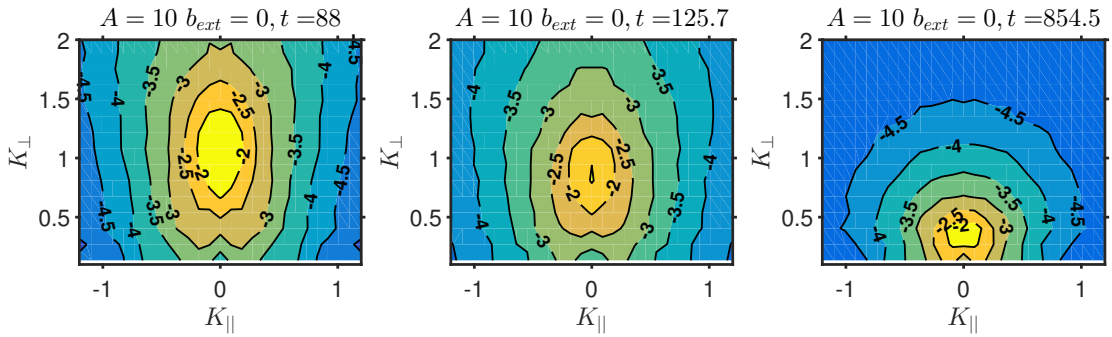


Рисунок 4.14 — Распределение десятичных логарифмов амплитуд пространственных мод $|b_K|$, усредненных по аксиальному углу, согласно трехмерному расчету методом частиц в ячейках на временах (a) $\omega_p\tau = 88$, (b) $\omega_p\tau = 125.7$, (c) $\omega_p\tau = 854.5$ в отсутствие внешнего магнитного поля $b_{ext} = 0$. Начальная анизотропия $A_0 = 10$.

4.8 Конкуренция мод вейбелевского и шлангового типа и их взаимодействие при умеренном внешнем магнитном поле

Уже при не очень сильных магнитных полях $b_{ext} < b_{s\perp}(A_0)$ линейный инкремент может оказаться существенно выше у наклонных мод, чем у поперечных мод апериодической шланговой ветви. При умеренном внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.4$ инкремент поперечных мод все еще сравним с максимальным, но ширина области неустойчивости мод по компонентам волновых векторов как в поперечном, так и в продольном к оси анизотропии направлениях существенно уменьшается [96; 145], а длинноволновая граница этой области значительно отходит от нуля (см. (4.7)) и по величине всего в несколько раз отличается от коротковолновой, которая изменяется незначительно по сравнению со случаем нулевого внешнего поля. Помимо этого, апериодически неустойчивые моды теперь являются смешанными, то есть не являются ни TE-, ни TM-модами.

По окончании линейного этапа экспоненциального роста мод в указанной области неустойчивости, вскоре после насыщения неустойчивости, спектр турбулентности довольно быстро расширяется в длинноволновую сторону благодаря идущей там нелинейной генерации мод (рис. 4.15). В этом процессе особый интерес представляет сверхбыстрая генерация длинноволновых, линейно устойчивых мод, которые уже на временах, двукратно превосходящих время насыщения неустойчивости, становятся основными энергонесущими модами. Такая генерация отсутствует в квазилинейном приближении, которое

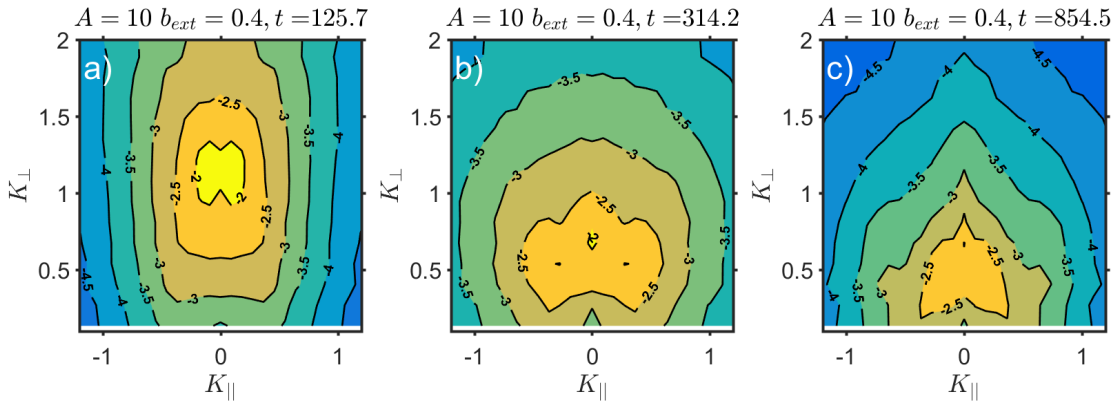


Рисунок 4.15 — Распределение десятичных логарифмов амплитуд пространственных мод $|b_K|$, усредненных по аксиальному углу, согласно трехмерному расчету методом частиц в ячейках на временах (a) $\omega_p\tau = 125.7$, (b) $\omega_p\tau = 314.2$, (c) $\omega_p\tau = 854.5$ при внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.4$. Начальная анизотропия $A_0 = 10$.

в данном отношении оказывается некорректным. В квазилинейных аксиально симметричных расчетах наблюдаются лишь почти незатухающие колебания линейно неустойчивых мод, а смещение спектра за пределы области линейной неустойчивости отсутствует (ср. рис. 4.21d и рис. 4.21f). Поэтому на временах, уже двукратно превышающих время насыщения неустойчивости, спектр существенно не квазилинеен, что отражается на распределении электронов по скоростям (ср. рис. 4.5 и рис. 4.8).

Тем не менее, многие черты квазилинейной эволюции турбулентного спектра сохраняются: характерное "центральное" волновое число по-прежнему смещается в длинноволновую область; коротковолновые по отношению к нему моды осцилляционно затухают, а длинноволновые, в том числе и нелинейно индуцированные при насыщении неустойчивости, на довольно длительном интервале времени нарастают по степенному закону. Отметим, что и в частично замагниченной, и в незамагниченной плазме осцилляции ряда энергонесущих мод, хорошо наблюдаемые после насыщения турбулентности в двумерных (квазилинейных) и трехмерных (методом частиц в ячейках) расчетах, обусловлены возникающим небимаксвелловским видом пространственно однородной компоненты распределения электронов по скоростям, для которого действительная частота текущих мод оказывается больше или порядка величины их декремента. Дальнейшее затухание линейно неустойчивых гармоник замедляется в сравнении со случаем отсутствия внешнего магнитного поля, и показатель их усредненного степенного затухания оценивается в пределах от -1.3 до -0.8.

Показатели степенного нарастания основных энергонесущих гармоник по-прежнему лежат в промежутке от 1 до 2, в том числе и для некоторых нелинейно индуцированных длинноволновых мод. Исключением из обеих оценок являются длинноволновые, почти поперечные, нелинейно индуцированные моды $\left(K_\perp \lesssim 0.6, K_\parallel \lesssim 0.1\right)$, которые после насыщения фактически не меняются, т.е. их показатели нарастания и затухания стремятся к нулю.

Таким образом, хотя квазилинейное взаимодействие по-прежнему остается весьма существенным в присутствии внешнего магнитного поля, непосредственный вид и детали наблюдаемого спектра турбулентного магнитного поля в значительной степени определяются прямым (резонансным) межмодовым нелинейным взаимодействием (рис. 4.12 и 4.11).

4.9 Динамика спектра шланговой турбулентности и взаимодействие наклонных мод при подавляющем поперечные моды внешнем магнитном поле

В достаточно сильном магнитном поле $b_{ext} > b_{s\perp}(A_0)$, подавляющем неустойчивость поперечных мод, с самого начала развития шланговой турбулентности не могут зарождаться продольные филаменты электрического тока и растут только нерегулярные наклонные филаменты, закрученные под различными углами к внешнему магнитному полю. Эти филаменты тока образованы наклонными модами смешанного TM-TE типа, принадлежащими апериодической шланговой ветви. В качестве примера укажем, что, согласно анализу линейного дисперсионного соотношения для случая начальной анизотропии бимаксвелловского распределения $A_0 = 10$, только эти моды остаются неустойчивыми начиная с величины внешнего магнитного поля $b_{ext} = 0.59$ (рис. 4.16). В таком поле оптимальный волновой вектор (для моды с наибольшим линейным инкрементом) образует с осью анизотропии угол, приблизительно равный 77°. При большем магнитном поле такой угол оказывается ещё меньше. С ростом внешнего поля область апериодической неустойчивости продолжает обужение как в продольном, так и в поперечном направлении. Топология области неустойчивости в трехмерном пространстве изменилась: ранее она состояла из одной

связанной области, ограниченной квазитороидальной поверхностью, а теперь — из двух (рис. 4.2).

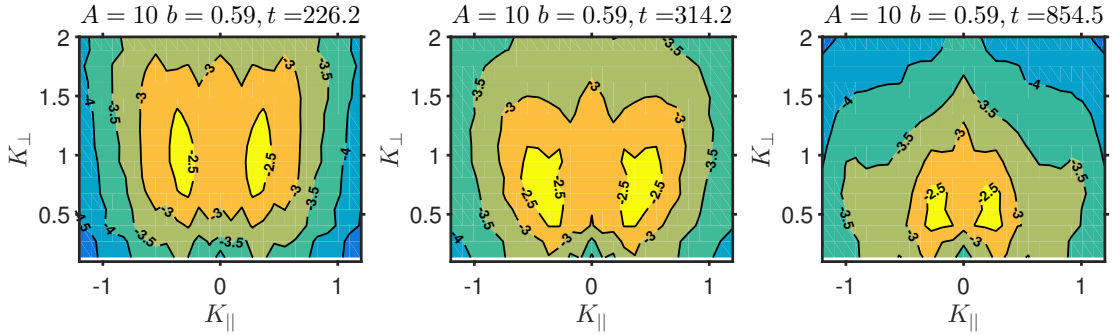


Рисунок 4.16 — Распределение десятичных логарифмов амплитуд пространственных мод, $|b_K|$, усредненных по аксиальному углу, согласно расчетам на временах (a) $\omega_p\tau = 226.2$, (b) $\omega_p\tau = 314.2$, (c) $\omega_p\tau = 854.5$ при внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.59$.

В предыдущих разделах уже были отмечены некоторые нелинейные особенности динамики турбулентного спектра с доминирующими наклонными модами. Остановимся на этих особенностях подробнее. Прежде всего отметим, что в целом проведенные трехмерные расчеты при различной начальной анизотропии, как и двумерные расчеты в (x,z)-геометрии [62; 63], демонстрируют систематическое смещение максимума спектра турбулентности в длинноволновую сторону после насыщения неустойчивости, сопровождающееся уменьшением отношения характерного поперечного волнового числа к продольному. Последнее соответствует постепенному повороту волновых векторов основных энергонесущих мод всё ближе к направлению внешнего магнитного поля, т.е. всё большему разрушению филаментов тока.

На протяжении нелинейной эволюции существенны также квазипоперечные моды с небольшими продольными компонентами волновых векторов $K_\parallel < K_{\parallel opt}/2$, генерируемые в широком диапазоне волновых чисел за счет трехволнового взаимодействия линейно неустойчивых мод (4.17) и нарастающие с инкрементами, близкими к удвоенному максимальному инкременту (рис. 4.10c). В двумерных расчетах, учитывающих наклонные моды в (x,z)-геометрии, подобный процесс приводит лишь к сравнительно слабой генерации поперечных мод с волновым числом, приблизительно равным $K_\perp \approx 2K_{\perp opt}$. В то же время в полноценных 3D3V вычислениях, помимо трехволнового взаимодействия в плоскости (x,z) оказывается возможным подобное взаимодействие в любой наклонной плоскости. В том числе имеет место генерация квазипоперечных мод с

примерно удвоенными нелинейными инкрементами почти при любых значениях поперечных волновых чисел в промежутке от 0 до $2K_{\perp opt}$ (рис. 4.16) Согласно расчетам, например, при $A_0 = 10$, к моменту насыщения неустойчивости амплитуда их магнитного поля в $2-4$ раза ниже амплитуды магнитного поля наиболее линейно неустойчивой моды, а на временах в $3-4$ раза более поздних эти наклонные моды становятся основными энергонесущими модами.

Наклонные моды, у которых продольная компонента волнового вектора примерно вдвое превышает эту компоненту у линейно наиболее неустойчивой моды $\left(K_{\parallel} \approx 2K_{\parallel opt}\right)$, генерируются за счет того же нелинейного механизма в широком диапазоне значений поперечной компоненты волнового вектора, сравнимом с диапазоном линейной неустойчивости (рис. 4.2). Аналогично, к моменту насыщения неустойчивости их амплитуда в $2-4$ раза ниже амплитуды наиболее линейно неустойчивых мод, а в течение последующей эволюции часть из них может стать основными энергонесущими модами, хотя к концу моделирования уже наблюдается затухание таких мод с удвоенными продольными волновыми числами $K_{\parallel} \approx 2K_{\parallel opt}$.

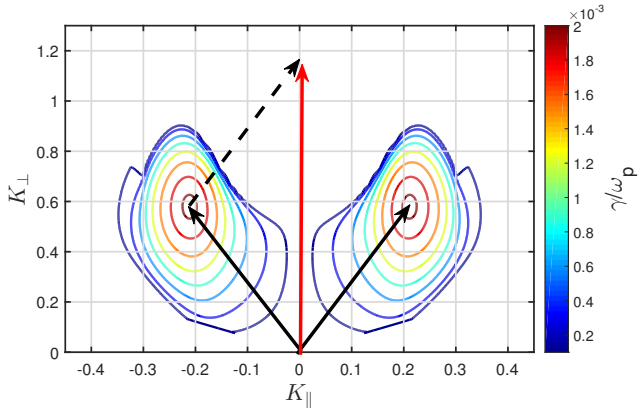


Рисунок 4.17 — Трехволновая генерация поперечных к оси анизотропии линейно устойчивых мод. Линии уровня инкрементов аналогичны рис. 4.2b. Стрелками показаны линейно неустойчивые моды $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$ (черные сплошные) и нелинейно генерируемая мода с ортогональным к оси анизотропии волновым вектором, равным $\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$ (красный цвет).

По-прежнему, как и в менее сильном внешнем поле, выделяются 4 возможные стадии эволюции гармоник турбулентности: экспоненциальный рост на линейном этапе апериодической неустойчивости, степенной рост на начальном этапе её насыщения для успевших сильно вырасти мод, сверхбыстрый рост для линейно не нараставших или слабо нараставших мод (почти поперечных или с

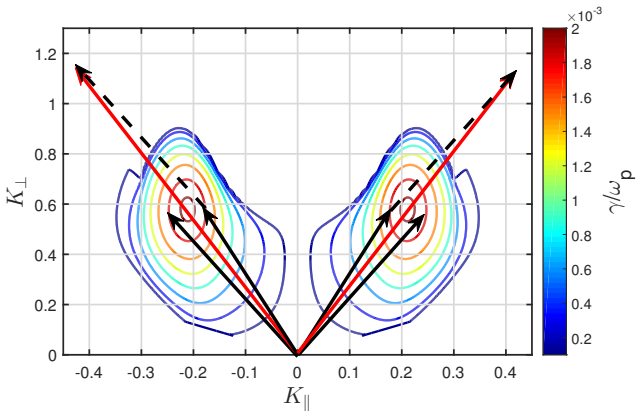


Рисунок 4.18 — Трехволновая генерация линейно устойчивых удвоеных мод. Линии уровня инкрементов аналогичны рис. 4.2b. Стрелками показаны линейно неустойчивые моды $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$ (черные сплошные), сопряженная с $\mathbf{K}_2$ линейно неустойчивая мода (черная сплошная) и нелинейно генерируемая мода с волновым вектором, равным $\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$ (красный цвет).

удвоенными продольными волновыми числами по сравнению с наиболее быстро нараставшей модой), осцилляции в процессе медленного затухания амплитуды после насыщения каждой отдельной моды.

В целом, в ходе дальнейшей эволюции спектра из-за деформации однородной компоненты функции распределения электронов по скоростям наблюдается примерно степенной рост, с достаточно высокими показателями степени вплоть до 5, для сравнительно длинноволновых мод, которые изначально были линейно устойчивыми и возникли благодаря нелинейному межмодому взаимодействию. Получающиеся в трехмерных расчетах области продольных и поперечных волновых чисел, для которых наблюдается степенной рост, можно грубо оценить как $K_{\parallel opt} \lesssim K_\parallel \lesssim 2K_{\parallel opt}$, $0.1 \lesssim K_\perp \lesssim 2K_{\perp opt}$. В рамках анализа результатов двумерных расчетов в работах [62; 63] было высказано предположение о квазилинейной природе этого степенного роста, вследствие которого происходит длинноволновое смещение спектра и сопровождающее его уменьшение угла наклона между характерным волновым вектором турбулентности и внешним магнитным полем. Согласно нашим расчетам методом частиц в ячейках, эти явления не находят адекватного объяснения в стандартном квазилинейном приближении, поскольку скорость указанного нелинейного степенного роста длинноволновых наклонных мод после общего насыщения неустойчивости сравнима со скоростью экспоненциального роста тех же линейно неустойчивых мод (а при сильном внешнем поле $b_{ext} = 0.71$ значительно превосходит её), что

несовместимо с уже произошедшей значительной изотропизацией распределения электронов по скоростям и требует учета резонансного взаимодействия мод.

4.10 Шланговая турбулентность и нелинейное взаимодействие мод в сильном внешнем магнитном поле

При сильном магнитном поле $b_{ext} = 0.71$ оптимальный волновой вектор наиболее быстро растущих возмущений на линейном этапе апериодической шланговой неустойчивости образует угол с осью анизотропии, приблизительно равный 70°, а область неустойчивости крайне обужена и сосредоточена около этого волнового вектора. Ко времени насыщения неустойчивости имеет место нелинейная генерация наклонных мод в значительной мере за пределами указанной области. При этом в пространстве скоростей область наибольшего прироста функции распределения электронов значительно сдвигается. В ней характерная продольная скорость электронов в момент насыщения неустойчивости равна $\beta_{\parallel} \sim 3\beta_{\perp 0}$, в то время как характерная поперечная скорость остается приблизительно в пределах $\beta_{\perp} \lesssim 2\beta_{\perp 0}$ (рис. 4.6a). Вместе с тем, область оттока электронов оказывается значительно уже и занимает промежуток продольных скоростей от $\sim 3\beta_{\perp 0}$ до $\sim 4\beta_{\perp 0}$.

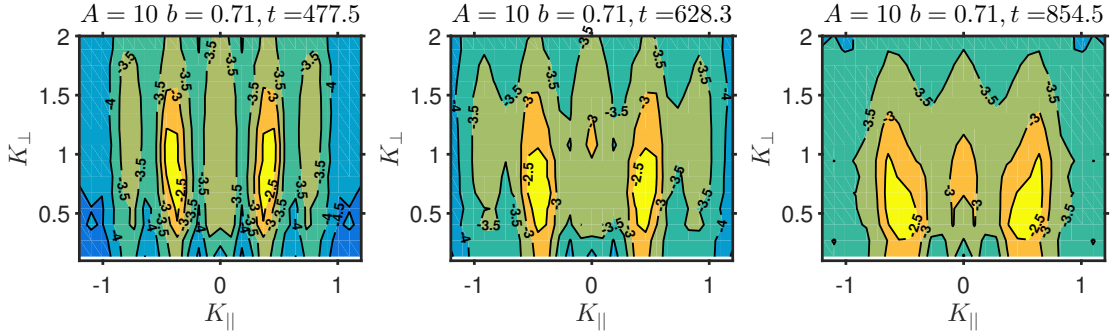


Рисунок 4.19 — Распределение десятичных логарифмов амплитуд пространственных мод, $|b_K|$, усредненных по аксиальному углу, согласно расчетам на временах (a) $\omega_p\tau = 477.5$, (b) $\omega_p\tau = 628.3$, (c) $\omega_p\tau = 854.5$ при внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.71$.

Примерно втрое позже времени насыщения шланговой неустойчивости в сильном внешнем поле $b_{ext} = 0.71$ область значительного оттока электронов, абсолютный максимум в которой достигается при $\beta_{\parallel} \sim 3\beta_{\perp 0}$, расширяется еще

больше, так что появляется локальный максимум в области малых скоростей $\left(\beta_\perp < \beta_{\perp 0}, \beta_\parallel < \beta_{\parallel 0}\right)$. Одновременно область наибольшего приращения функции распределения электронов $\delta f_0(t, \overrightarrow{\beta})$ расширяется вдоль оси анизотропии в сторону малых скоростей приблизительно от $\beta_\parallel \sim 3\beta_{\perp 0}$ до $\beta_\parallel \sim \beta_{\perp 0}$. Согласно трехмерным расчетам, более значительная деформация распределения электронов в ходе долговременной нелинейной эволюции сильно замагниченной турбулентности взаимосвязана с более существенным изменением её спектральных характеристик.

Так, к моменту насыщения шланговой неустойчивости наблюдается нелинейная генерация внутри и в широкой окрестности вне области линейной неустойчивости. Эффективно нарастают не только отмеченные выше почти поперечные $\left(K_\parallel < K_{\parallel opt}/2\right)$ и удвоенные продольные $\left(K_\parallel \approx 2K_{\parallel opt}\right)$ моды, но и гармоники с примерно утроенным $\left(K_\parallel \approx 3K_{\parallel opt}\right)$ и даже учетверенным оптимальным продольным волновым числом (рис. 4.10d), что придает спектру гребенчатую форму в направлении оси анизотропии. Наблюдается также трехволновая генерация квазипоперечных гармоник в коротковолновой части области неустойчивости $\left(K_\parallel \approx K_{\parallel opt}, K_\perp \gtrsim 2K_{\perp opt}\right)$, растущих с инкрементами, которые близки к удвоенному максимальному инкременту мод с оптимальным волновым числом. Далее в ходе нелинейной эволюции поперечное волновое число основных энергонесущих мод уменьшается, а продольное — увеличивается. Вслед за спектральным смещением этих энергонесущих мод происходит пропорциональное смещение указанных кратных индуцированных гармоник. В результате спектр постепенно сглаживается в продольном направлении, теряя гребенчатую форму. Подобный процесс происходит и при меньшем внешнем поле $b_{ext} = 0.59$, но является менее заметным из-за скоротечности и наличия более широкого спектра первоначально развившихся линейно неустойчивых мод.

4.11 Нелинейное рассеяние электронов в квазилинейном моделировании вейбелевской/шланговой турбулентности

Квазимагнитостатическая турбулентность вейбелевского/шлангового типа, создаваемая согласованным движением неравновесных электронов, для каждого отдельного электрона является рассеивающей субстанцией, обеспе-

чивающей эффективные нелинейные столкновения в бесстолкновительной плазме [134; 135]. Рассеяние является существенным для большинства электронов, поскольку в турбулентности присутствуют масштабы меньше или порядка типичного электронного гирорадиуса, рассчитанного для среднеквадратичного или внешнего магнитного поля. Поэтому даже если электрон в основном движется по своей ларморовской орбите вдоль силовой линии магнитного поля, сильные мелкомасштабные флуктуации поля в определенных областях могут нарушать адиабатический инвариант вращения электрона и приводить к его питч-угловому рассеянию [134; 135; 146—149].

Согласно работе [148], уже в отсутствие внешнего магнитного поля вышеописанные аномальные "столкновения" электронов за счет развитой турбулентности вейбелевского типа обуславливают сверхэкспоненциальное нарастание длинноволновых гармоник, устойчивых в линейном приближении (столкновительный механизм апериодической неустойчивости). В рассматриваемом случае умеренного магнитного поля $b_{ext} = 0.4$, при котором поперечные моды остаются неустойчивыми, указанный результат вполне согласуется с наблюдаемой нелинейной генерацией длинноволновых мод (рис. 4.15). Однако непосредственное описание и резонансной нелинейной генерации мод, и нерезонансного нелинейного рассеяния электронов представляется невозможным в стандартном квазилинейном подходе, поскольку, как обсуждается в главе 1.1, в рамках теории возмущений явный учет прямого взаимодействия гармоник, порождающих новую моду в следующем порядке малости, приводит к стремительному росту числа уравнений.

Простейшим естественным обобщением квазилинейного описания турбулентности с учетом нелинейного рассеяния электронов является введение аномальных столкновений в уравнения для ненулевых пространственно периодических гармоник $\psi_{\vec{K}_{\vec{n}}}, K_{\vec{n}} \neq 0$, функции распределения по скоростям в τ-приближении (релаксационная модель БГК) [135; 150]. Подобный подход реализован в задаче о двумерной аксиально-симметричной турбулентности в бесстолкновительной магнитоактивной плазме на основе следующего обобщения системы квазилинейных уравнений [86]:

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \tau} + \sum_{n=1}^{m} \mathrm{Re}\left[\hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}},\vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}},\psi^*_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)\right] + \mathrm{Re}\left[\hat{\Theta}_1\left(0,\vec{b}_{ext},\psi_0\right)\right] = 0, \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \psi_{\vec{K}_{\vec{n}}}}{\partial \tau} + \mathrm{i}\vec{K}_{\vec{n}}\overrightarrow{\beta}\psi_{\vec{K}_{\vec{n}}} + 2\hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}},\vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}},\psi_0\right) + 2\hat{\Theta}_1\left(0,\vec{b}_{ext},\psi_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right) + \nu\psi_{\vec{K}_{\vec{n}}} = 0, \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_x}{\partial \tau} = -\mathrm{i}\left(\vec{K}_{\vec{n}}\right)_y e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \quad \frac{\partial\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_y}{\partial \tau} = \mathrm{i}\left(\vec{K}_{\vec{n}}\right)_x e_{\vec{K}_{\vec{n}}}, \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial e_{\vec{K}_{\vec{n}}}}{\partial \tau} = \mathrm{i}\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_y\left(\vec{K}_{\vec{n}}\right)_x - \mathrm{i}\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_x\left(\vec{K}_{\vec{n}}\right)_y + \beta_{\|0}^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty}\!\!\!\iiint \beta_z\psi_{\vec{K}_{\vec{n}}}(\tau,\overrightarrow{\beta})d^3\beta, \quad (4.14)$$

$$\hat{\Theta}_1\left(e_{\vec{K}_{\vec{n}}},\vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}},\psi(\overrightarrow{\beta})\right) = \frac{e_{\vec{K}_{\vec{n}}}}{2}\frac{\partial\psi(\overrightarrow{\beta})}{\partial\beta_z} - \frac{\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_x}{2}\left(\beta_y\frac{\partial\psi(\overrightarrow{\beta})}{\partial\beta_z} - \beta_z\frac{\partial\psi(\overrightarrow{\beta})}{\partial\beta_y}\right)$$
$$-\frac{\left(b_{\vec{K}_{\vec{n}}}\right)_y}{2}\left(\beta_x\frac{\partial\psi(\overrightarrow{\beta})}{\partial\beta_z} - \beta_z\frac{\partial\psi(\overrightarrow{\beta})}{\partial\beta_x}\right). \quad (4.15)$$

Здесь $e_{\vec{K}_{\vec{n}}}$ — единственная ненулевая компонента электрического поля, направленная вдоль оси анизотропии z, вектор магнитного поля $\vec{b}_{\vec{K}_{\vec{n}}}$ лежит в ортогональной плоскости (x,y), для сокращения записи использован оператор (4.15) и, следуя работам [46; 63; 65; 143], введена частота аномальных столкновений электрона ν, нормированная на плазменную частоту ω_p:

$$\nu = \alpha\omega_B^2\frac{\lambda_{cor}}{v_\|\omega_p} = \frac{3\pi}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\beta_{\|0}^2\langle|K|\rangle b_{av}^2}{\langle K^2\rangle\beta_\|}, \quad (4.16)$$

где $v_\| = c\beta_\|$ — характерная текущая тепловая скорость вдоль оси анизотропии, ω_B — электронная гирочастота в среднеквадратичном магнитном поле b_{av}, λ_{cor} — корреляционная длина магнитных возмущений, α — числовой коэффициент, взятый во второй части формулы (4.14) точно равным оценке из работы [135]. Для получения наиболее корректных результатов с использованием предложенной системы обобщенных квазилинейных уравнений оптимальное значение коэффициента α можно подбирать эмпирически, в том числе вводя его зависимость от волнового вектора гармоники $K_{\vec{n}}$ в уравнении (4.12). В данной главе это не делалось, поскольку целью была демонстрация качественных эффектов учета аномальных столкновений (рассеяния) электронов.

Численные решения представленной системы уравнений (4.11)-(4.14) с оператором (4.15) были получены путем стандартного метода Стёрмера – Верле

(Leapfrog) [81]. В качестве начального, как и ранее, выбиралось бимаксвелловское распределение электронов по скоростям (4.4). Его нелинейная эволюция в виде пространственно однородной компоненты функции распределения по скоростям ψ_0 дается уравнением (4.11).

Благодаря добавлению аномальных столкновений, в течение значительного промежутка нелинейной эволюции квазимагнитостатической турбулентности удается существенно приблизить модифицированную квазилинейную динамику к результатам полноценных 2- или 3-мерных расчетов методом частиц в ячейках, в особенности при сравнительно низких начальных значениях анизотропии $A_0 \lesssim 1$, когда достаточно мал максимальный линейный инкремент неустойчивых шланговых мод: $\gamma_{max} \ll K\beta_\perp\omega_p$. Например, при $A_0 = 0.3$ во внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.05 \approx 0.66 b_{s\perp}$ на временах, четырехкратно превышающих время насыщения неустойчивости, добавление аномальных нелинейных столкновений устраняет многократное расхождение между эволюцией как параметра анизотропии A, так и среднеквадратичного магнитного поля b_{av} в квазилинейном расчете и в моделировании методом частиц в ячейках; см. рис. 4.20. В случае большой начальной анизотропии $A_0 = 10$ при аналогичном внешнем поле $b_{ext} = 0.4 \approx 0.7 b_{s\perp}$, когда $\gamma_{max} \approx K\beta_\perp\omega_p$, добавление аномальных столкновений хотя и приближает модифицированный квазилинейный расчет к расчету методом частиц в ячейках, но оставляет существенное различие между ними, что говорит о наличии дополнительных межмодовых взаимодействий, не учитываемых введенным нелинейным столкновительным слагаемым в уравнении (4.12).

Предыдущее утверждение подтверждается и при более детальном изучении эволюции спектров турбулентностей в каждом из вышеобозначенных приближений (рис. 4.21). Так, сравнение рис. 4.21d и рис. 4.21f иллюстрирует обсуждавшиеся в разделе 4.7 качественные расхождения в эволюции динамического спектра магнитоактивной турбулентности вейбелевского типа в квазилинейном подходе и полностью нелинейных расчетах методом частиц в ячейках: вопреки последним в квазилинейных расчетах, вследствие невозможности смещения спектра в длинноволновую линейно устойчивую область волновых чисел, реализуется осцилляторная, незатухающая динамика спектра, что противоречит существующим экспериментальным и вычислительным результатам [62; 63]. На значительном временном промежутке добавление аномальных столкновений в квазилинейные уравнения приводит их решения в

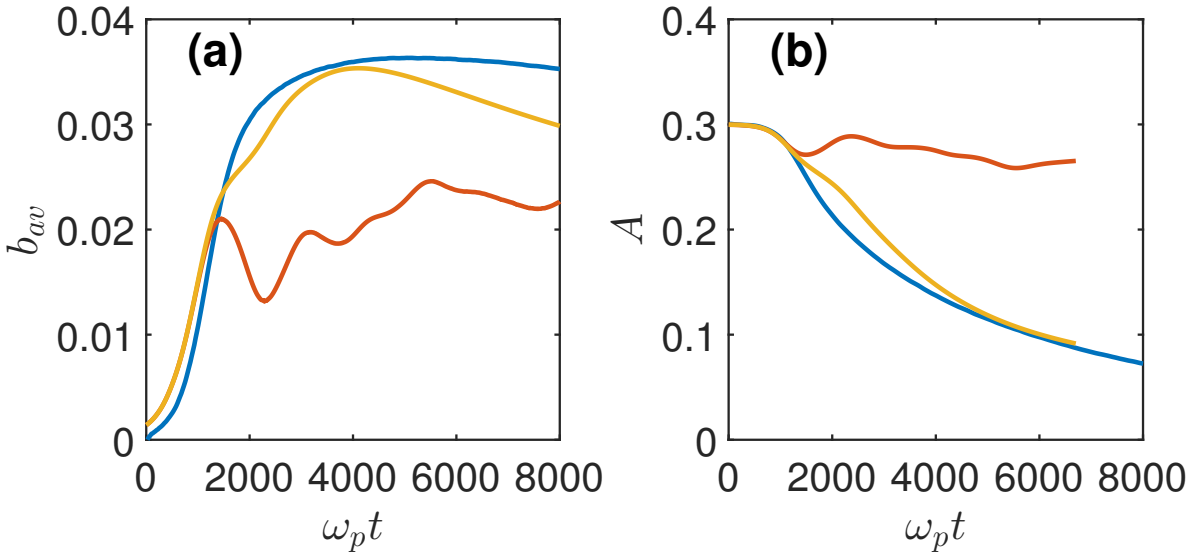


Рисунок 4.20 — Эволюция (a) среднеквадратичного магнитного поля b_{av} и (b) параметра анизотропии A в аксиально симметричных (двумерных в z-геометрии) расчетах: стандартном квазилинейном (красный цвет), квазилинейном с добавлением аномальных столкновений электронов (желтый цвет), методом частиц в ячейках (синий цвет). Внешнее магнитное поле $b_{ext} = 0.05$. Начальная анизотропия $A_0 = 0.3$.

соответствие с результатами метода частиц в ячейках практически при любых волновых числах, за исключением, может быть, наиболее длинноволновой области $K < 0.12$ (ср. рис. 4.21e и рис. 4.21f). Как следует из работы [148], а также из полученных результатов (ср. рис. 4.21a, 4.21b и 4.21c), корректный учет аномальных столкновений играет ключевую роль в правильном определении текущих инкрементов мод и их амплитуд в ходе нелинейной эволюции.

В частности, именно аномальные столкновения обеспечивают надлежащее нарастание амплитуд этих длинноволновых мод в соответствии с указанным в начале данного раздела эффектом расширения области неустойчивости за счет столкновительного механизма. Тем не менее, в очень длинноволновой области при $K < 0.12$ наблюдаемые значения инкрементов оказываются заниженными относительно расчетов методом частиц в ячейках, так что, когда моды этой области дорастают до значимых амплитуд $|b_K|$, корректность обобщенного квазилинейного описания всё же нарушается. Вместе с тем, для основных энергонесущих мод вблизи коротковолновой границы спектра турбулентности влияние аномальных столкновений улучшает квазилинейное описание, т.е. оказывается вполне адекватным и заметным, хотя и не очень значительным.

Возможности и пределы применимости данного обобщения квазилинейных уравнений только начинают изучаться и требуют дальнейших исследований.

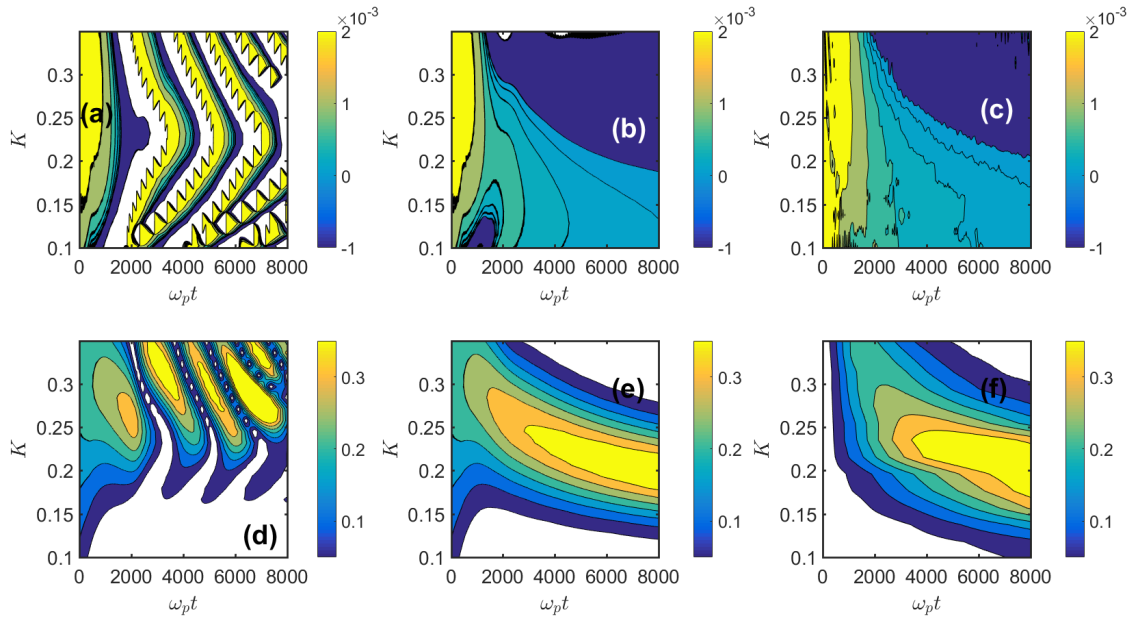


Рисунок 4.21 — Линии уровня текущих инкрементов $\gamma_K(\tau)$ усредненных по аксиальному углу мод магнитного поля $|b_K|$, найденные в аксиально симметричных (двумерных в z-геометрии) расчетах: (a) стандартном квазилинейном, (b) квазилинейном с добавлением аномальных столкновений электронов, (c) методом частиц в ячейках. Линии уровня десятичного логарифма амплитуд усредненных по аксиальному углу мод магнитного поля $|b_K|$, найденные в тех же расчетах спектра турбулентности (d), (e) и (f) соответственно. Внешнее магнитное поле $b_{ext} = 0.05$. Начальная анизотропия $A_0 = 0.3$.

4.12 Заключение

Таким образом, внешнее магнитное поле качественно изменяет нелинейную динамику магнитной турбулентности, вызванную апериодической шланговой неустойчивостью в бесстолкновительной бимаксвелловской плазме. Это изменение существенно даже в умеренном магнитном поле, не оказывающем значительного влияния на линейный этап апериодической неустойчивости. Прежде всего, весьма различными получаются деформации пространственно

однородной компоненты распределения электронов по скоростям, насыщающие экспоненциальный рост квазимагнитостатических мод турбулентности, в незамагниченной и даже умеренно замагниченной плазме с бета-параметром, существенно больше единицы. В обоих случаях распределение становится далеко не бимаксвелловским и в нем наиболее значимо уменьшается доля электронов, движущихся почти сонаправленно с осью анизотропии; однако в первом случае незамагниченной плазмы наблюдается наибольший рост числа электронов, движущихся почти поперек оси анизотропии (рис. 4.4), а во втором случае замагниченной плазмы — электронов со значимыми продольными скоростями, сопоставимыми с тепловой скоростью (рис. 4.5). По мере дальнейшей нелинейной эволюции турбулентности после её насыщения в отсутствие внешнего магнитного поля распределение электронов почти не меняется, а при его сравнительно высокой величине $b_{ext} \sim b_{s\perp}$ наблюдается продолжительное углубление деформации распределения с расширением области значимого прироста электронов в сторону меньших продольных скоростей.

Временная эволюция интегральных параметров турбулентности тоже значительно зависит от величины внешнего магнитного поля. Чем выше его значение, тем ниже инкремент экспоненциального роста мод турбулентного магнитного поля, ниже уровень его насыщения и ниже скорость последующего затухания. Однако характерные поперечная $\langle \Delta K_\perp \rangle$ и продольная $\langle \Delta K_\parallel \rangle$ ширина спектра, как и характерное поперечное волновое число $\langle K_\perp \rangle$, в целом на протяжении нелинейной эволюции турбулентности выше при более высоком значении внешнего магнитного поля. Отметим, что эволюция среднеквадратичного магнитного поля и параметра анизотропии качественно одинакова в двумерных расчетах в (x,z)-геометрии, аналогичных проведенным ранее [62; 63], и представленных полноценных трехмерных расчетах. В частности, подтверждаются такие важнейшие качественные результаты двумерных расчетов [62; 63], как увеличение масштаба квазимагнитостатического поля и уменьшение угла между осью анизотропии и волновым вектором наиболее энергонесущей моды по мере нелинейной эволюции турбулентности. Впрочем, имеются и значительные количественные различия в спектральной динамике шланговой турбулентности.

С ростом величины внешнего магнитного поля растут разнообразие и глубина происходящих нелинейных явлений. В его отсутствие результаты трехмерных расчетов, несмотря на расширение возможностей нелинейных вза-

имодействий за счет наклонных мод в сравнении с двумерными аксиально симметричными расчетами [86], демонстрируют автомодельную динамику спектров турбулентности, характеризующуюся степенным уменьшением во времени характерного поперечного волнового числа $\langle K_\perp \rangle$ и примерно степенным спаданием спектра в коротковолновой и длинноволновой областях. При этом нелинейные явления сводятся к не сильно влияющим на форму спектра трехволновой генерации ТЕ-мод и четырехволновой генерации смешанных мод, прежде всего более поперечных, но также и весьма наклонных, которые в присутствии внешнего магнитного поля допускают больше вариантов продолжительного резонансного нелинейного взаимодействия, пусть менее эффективного.

Влияние первого, трехволнового процесса приводит к обогащению спектра коротковолновыми модами, особенно в области его максимума на стадии насыщения, и появлению сонаправленной с внешним магнитным полем компоненты турбулентного поля, по величине на порядок уступающей его поперечной компоненте. Второй, четырехволновый процесс тоже сказывается преимущественно на стадии насыщения и усиливает коротковолновое крыло спектра [86]. Вместе с тем, этот процесс обеспечивает и более продолжительную четырехволновую генерацию наклонных мод, в том числе достаточно длинноволновых, которые приводят к последующему разрушению продольных филаментов тока. Как в двумерных, неаксиально симметричных ((x,z)-геометрия), так и в трехмерных, аксиально симметричных расчетах он приводит к значительному ускорению затухания среднеквадратичного турбулентного магнитного поля. При этом важна и нерезонансная часть межмодовых взаимодействий, по существу ответственная за рассеяние электронов на самосогласованной магнитной турбулентности и допускающая описание квазилинейным кинетическим уравнением, дополненным нелинейным столкновительным слагаемым в τ-приближении.

Так, согласно настоящей главе, при наложении умеренного магнитного поля, равного, например, $b_{ext} = 0.4$, на плазму с начальной анизотропией $A_0 = 10$ влияние нелинейных взаимодействий мод при развитии шланговой турбулентности значительно усиливается по сравнению со случаем незамагниченной плазмы. При этом сравнение с результатами квазилинейных расчетов показывает, что именно вследствие нелинейного взаимодействия мод становится возможным и реализуется смещение спектра в длинноволновую, линейно устойчивую область волновых чисел. Такой эффект объясняется влиянием аномального (нелинейного) рассеяния электронов, которое играет роль эф-

фективных межчастичных столкновений, как известно, расширяющих область линейной апериодической неустойчивости мод в длинноволновую сторону [145]. Кроме того, за счет наклонных мод спектр волновых чисел становится значительно шире вдоль оси анизотропии, т.е. вдоль внешнего магнитного поля, степенная форма длинноволнового крыла спектра более не выявляется, а в коротковолновой области по-прежнему наблюдается (в указанном примере — с показателем в пределах от -4 до -6).

При большем внешнем поле $b_{ext} = 0.59$, подавляющем линейный рост поперечных мод вейбелевского типа, в дополнение к ранее описанным явлениям в проведенных трехмерных расчетах обнаруживается ярко выраженная нелинейная генерация этих поперечных мод. В то же время на протяжении всей наблюдаемой эволюции основными энергонесущими модами остаются наклонные и у спектра отсутствуют автомодельные свойства. Наконец, при ещё большем внешнем магнитном поле $b_{ext} = 0.71$ вследствие нелинейных взаимодействий сильно наклонных мод, волновые векторы которых ориентированы под небольшими углами к оси анизотропии, спектр приобретает гребенчатую форму с несколькими локальными максимумами, положение которых управляется наиболее энергонесущей наклонной модой. Однако подробный анализ подобных нелинейных эффектов в достаточно сильных магнитных полях выходит за рамки настоящей главы.

Наконец, отметим, что введение указанных нелинейных аномальных столкновений в квазилинейную теорию способствует значительному расширению области применимости последней к бесстолкновительной магнитоактивной плазме, в которой в процессе развития квазимагнитостатической турбулентности ключевую роль играют не только квазилинейное, но и прямое нелинейное межмодовое взаимодействие. В частности, даже в случае не очень умеренного магнитного поля, при котором область линейной неустойчивости значительно обужается по сравнению со случаем немагнитоактивной плазмы, но поперечные моды остаются неустойчивыми, в рамках аксиально симметричной задачи удаётся дать корректное описание спектральной эволюции магнитной турбулентности с учетом и поперечных, и наклонных мод на временах, многократно превосходящих время насыщения их экспоненциального роста.

Проведенный анализ показывает необходимость и возможные способы учета нелинейных эффектов, определяющих эволюцию спектра и основные характеристики магнитной турбулентности в процессе насыщения и на значи-

тельных временах после насыщения вызвавшей её апериодической шланговой неустойчивости. Согласно продемонстрированным расчетам, эти эффекты, так или иначе включающие взаимодействие мод и нелинейные проявления рассеяния электронов на согласованных флуктуациях магнитного поля, в существенной мере зависят от внешнего магнитного поля, которое обычно присутствует в областях возбуждения турбулентности в неравновесной космической и лазерной плазме. Анизотропное распределение электронов по скоростям в таких областях может создаваться импульсно либо поддерживаться длительное время теми или иными ускорительными процессами, например, локальным пересоединением магнитных силовых линий или инжекцией под действием электрического поля различных волн большой амплитуды, скажем, альфвеновских или ионно-звуковых.

В качестве актуальных примеров важной роли магнитной турбулентности укажем на переходные кинетические процессы в корональной плазме в областях предвспышечной активности и последующих солнечных вспышек, где имеются ускоренные электроны и условия для развития апериодической шланговой неустойчивости. Возникающая там мелкомасштабная магнитная турбулентность по существу определяет аномальное сопротивление плазмы и перестройку электрических токов в ней, создавая предпосылки для процессов магнитного пересоединения и быстрого высвобождения энергии этих токов и поддерживаемых ими крупномасштабных магнитных полей. Ход подобных процессов до сих пор остается малоизученным, безусловно связан с рассмотренными нелинейными свойствами магнитной турбулентности и вряд ли может быть выяснен без дальнейшего качественного и количественного исследования этих свойств.

Глава 5. Зависимость насыщающего вейбелевскую неустойчивость магнитного поля от вида распределения частиц по скоростям

5.1 Введение

Неравновесной плазме, частицы которой испытали стохастическое ускорение под действием того или иного широкополосного электромагнитного излучения, свойственно наличие наличие надтеплового „хвоста“ в энергетическом распределении частиц [142; 151; 152]. В этой связи актуальны задачи лабораторной астрофизики с лазерной плазмой [29; 34; 87; 143; 153], получаемой абляцией различных мишеней фемтосекундными импульсами петаваттных лазеров, и задачи физики солнечного (звездного) ветра, начиная с корональных областей его происхождения и кончая границами между магнитными облаками в нем или областями его взаимодействия с магнитосферами планет [4; 57; 92; 101; 154; 155]. Для обоих указанных классов задач имеется непосредственная возможность получать информацию как о распределении частиц по энергии, так и об анизотропии распределения частиц по скоростям. Наблюдаемый надтепловой „хвост“, свойственный также различным каппа-распределениям, делает последние удобными для использования в численном моделировании процессов развития вейбелевской неустойчивости и генерации долгоживущей квазимагнитостатической турбулентности.

В рамках обычно рассматриваемой начальной пространственно однородной задачи неоднократно проверялось, что возникающая с уровня шумов турбулентность и среднеквадратичная величина связанного с ней магнитного поля в существенной мере зависят от начальной анизотропии распределения частиц (см. раздел 2.2 настоящей работы, а также [41; 48; 50; 120; 141; 142]). Тем не менее эта зависимость остается мало изученной, особенно если учесть чувствительность выводов о развитии вейбелевской неустойчивости к виду распределения частиц по энергиям [78; 156].

В данной главе, как и в главах 1-3, для определенности эффективная температура частиц считается наибольшей вдоль оси y. Тогда если бы в трехмерном случае функция распределения (ФР) частиц обладала аксиальной симметрией по отношению к скоростям в плоскости x,z, то неустойчивость развивалась

только для волновых возмущений необыкновенного типа и приводила к ТМ-вейбелевской турбулентности [8; 85]. Имея в виду аналогичную ситуацию для рассматриваемых ниже двумерных расчетов, будем считать ФР симметричной по проекции скорости частиц на ось x, т. е. не зависящей от знака этой проекции. Для рассматриваемых ТМ-возмущений в данном случае волновые векторы гармоник электромагнитного поля и соответствующих гармоник анизотропной ФР энергонесущих частиц (пусть электронов), как и вектор электрического поля, лежат в плоскости x,y, а вектор магнитного поля ортогонален этой плоскости, т. е. параллелен оси z (рис. 5.1б). Как видно из разделов 2.2 и 4.5, неустойчивость насыщается, т. е. прекращается рост среднеквадратичного магнитного поля, тогда, когда оно в достаточной мере выравнивает средние значения продольной ($T_\parallel$, вдоль оси y) и поперечной ($T_\perp$, вдоль оси x) эффективных температур. При этом присутствие этого поля, его пространственная неоднородность и понизившийся и тоже неоднородный уровень анизотропии $A = T_\parallel/T_\perp - 1$ исключают экспоненциальное нарастание каких-либо возмущений, в том числе крупномасштабных, хотя слабонелинейная перестройка пространственного спектра турбулентности в длинноволновую сторону продолжается и далее (см. главы 2 и 2 настоящей работы, а также [3; 18; 42; 86; 89; 118; 143]).

Предположим, что в начальный момент времени нормированная на единицу функция распределения имеет вид бикаппа-распределения с $\varkappa > 1$,

$$\Psi(\vec{\beta}) = \frac{1}{\pi\theta_\perp\theta_\parallel}\left(1 + \frac{\beta_x^2}{\varkappa\theta_\perp^2} + \frac{\beta_y^2}{\varkappa\theta_\parallel^2}\right)^{-\varkappa-1}, \tag{5.1}$$

либо продакт-бикаппа-распределения с $\varkappa > 1/2$,

$$\Psi(\vec{\beta}) = \frac{\Gamma^2(\varkappa+1)}{\Gamma^2(\varkappa+0.5)}\,\frac{1}{\pi\varkappa\theta_\perp\theta_\parallel}\left(1 + \frac{\beta_x^2}{\varkappa\theta_\perp^2}\right)^{-\varkappa-1}\left(1 + \frac{\beta_y^2}{\varkappa\theta_\parallel^2}\right)^{-\varkappa-1}; \tag{5.2}$$

см. [78; 79; 154; 157]. Выше введены характерные скорости $\theta_{\perp,\parallel} = \beta_{\perp,\parallel}\,(1 - 1/\varkappa)^{1/2}$ для бикаппа-распределения и $\theta_{\perp,\parallel} = \beta_{\perp,\parallel}\,(1 - 1/(2\varkappa))^{1/2}$ для продакт-бикаппа-распределения с использованием эффективных тепловых скоростей $\beta_{\perp,\parallel}$ вдоль осей x и y соответственно, так что параметр анизотропии

$$A = \beta_\parallel^2/\beta_\perp^2 - 1 = \theta_\parallel^2/\theta_\perp^2 - 1. \tag{5.3}$$

В пределе $\varkappa \to \infty$ распределения (5.1), (5.2) сводятся к бимаксвелловскому (1.4). Его характерные сечения, как и сечения распределений (5.1), (5.2) при

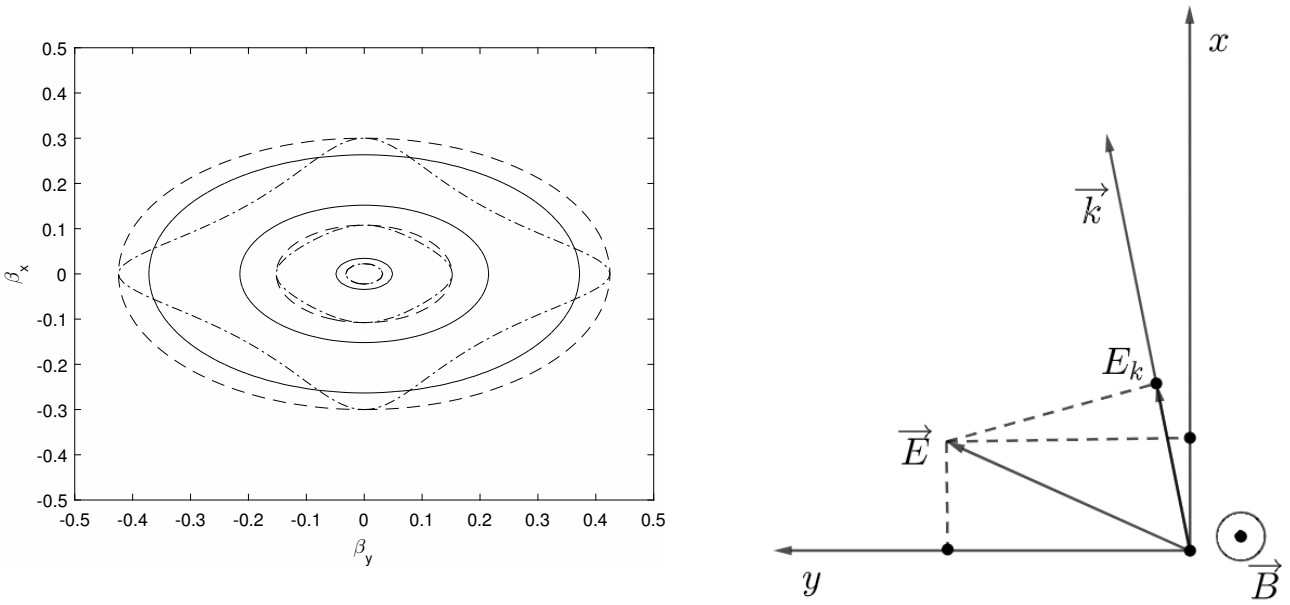


Рисунок 5.1 — а) Линии уровня 0.001, 0.1 и 0.9 от максимального значения для бимаксвелловской (сплошная кривая), бикаппа- (штриховая) и продакт-бикаппа- (штрихпунктир) функций распределения электронов по нормированным скоростям β_x и β_y при $\kappa = 2$, поперечной (вдоль оси x) тепловой скорости $\beta_\perp = 0.1$ и параметре анизотропии $A = 1$. б) Взаимное расположение волнового вектора $\vec{k}$, лежащего в плоскости x,y, и векторов магнитного $\vec{B}$ и электрического $\vec{E}$ полей в отдельной пространственной гармонике ТМ-вейбелевской турбулентности.

$\kappa = 2$, представлены на рис. 5.1а для параметра анизотропии $A = 1$. На рис. 5.1б для поставленной задачи показано расположение векторов электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{B}$ полей рассматриваемых однородных гармоник необыкновенного типа $\exp(-i\vec{k}\vec{r})$ с волновым вектором $\vec{k}$, проекция на который электрического поля в общем случае не равна нулю: $E_k \neq 0$.

С целью анализа насыщения развивающейся ТМ-вейбелевской неустойчивости используем ранее описанный квазилинейный подход к описанию квазимагнитостатической турбулентности, использующий разложение по пространственным гармоникам решения уравнений Власова – Максвелла с шумоподобным начальным возмущением магнитного поля, обладающим примерно равномерным спектром в области неустойчивых волновых чисел. При этом наличие большого числа однотипных гармоник, обладающих случайными фазами и достаточно плотно заполняющих значимую область волновых векторов, обеспечивает гладкую форму и плавность изменения ФР, исключая сколько-нибудь

значительные эффекты когерентной интерференции и допуская неадекватный вид ФР, например отрицательные ее значения, только при скоростях много больше эффективных тепловых, т. е. для очень малой, несущественной фракции электронов.

Как и в главе 3, в рассматриваемом случае двумерно-неоднородной задачи с большим числом $m \cdot s$ неколлинеарных производящих гармоник $\{(k_1;k_1),(k_1;k_2),...,(k_2;k_1),...(k_m;k_s)\}$ (их компоненты состоят из m проекций $\vec{k}\vec{x_0}$ и s проекций $\vec{k}\vec{y_0}$), расположенных часто и перекрывающих всю существенную область волновых векторов неустойчивости, магнитное поле имеет вид суммы по целочисленному векторному индексу $\vec{n} = (n_x,n_y)$: $B(t,x,y) = \mathrm{Re}\sum_{n_x=1}^{m}\sum_{n_y=1}^{s} B_{k_{\vec{n}}}(t)\exp(-ik_{n_x}x - ik_{n_y}y)$. Аналогичный вид имеет каждая из двух кратных гармоник-возмущений ФР, т. е. компонент $\delta f_1(t,x,y)$ и $\delta f_2(t,x,y)$, разложенных на комплексные гармоники $f_{1k_{\vec{n}}}(t)$ и $f_{2k_{\vec{n}}}(t)$ соответственно; нулевая (действительная) гармоника $f_0(t) = \delta f_0(t)$ зависит только от вектора скорости и дает поправку к ФР, усредненную по плоскости x,y:

$$\frac{\partial\psi_0}{\partial\tau} + \sum_{n_x,n_y=1}^{m,s}\left(\hat{\Phi}(b_{K_{\vec{n}}},\psi^*_{K_{\vec{n}}}) + \hat{\Phi}^*(b^*_{K_{\vec{n}}},\psi_{K_{\vec{n}}})\right) = 0, \tag{5.4}$$

$$\frac{\partial\psi_{K_{\vec{n}}}}{\partial\tau} + iK_{n_x}\beta_x\psi_{K_{\vec{n}}} + iK_{n_y}\beta_y\psi_{K_{\vec{n}}} + 2\hat{\Phi}(b_{K_{\vec{n}}},\Psi(\vec{v})+\psi_0) + \hat{\Phi}^*(b^*_{K_{\vec{n}}},\psi_{2K_{\vec{n}}}) = 0, \tag{5.5}$$

$$\frac{\partial\psi_{2K_{\vec{n}}}}{\partial\tau} + 2iK_{n_x}\beta_x\psi_{2K_{\vec{n}}} + 2iK_{n_y}\beta_y\psi_{2K_{\vec{n}}} + \hat{\Phi}(b_{K_{\vec{n}}},\psi_{K_{\vec{n}}}) = 0, \tag{5.6}$$

$$\frac{\partial b_{K_{\vec{n}}}}{\partial\tau} = -ie_{yK_{\vec{n}}}K_{n_x} + ie_{xK_{\vec{n}}}K_{n_y}, \tag{5.7}$$

$$\frac{\partial e_{xK_{\vec{n}}}}{\partial\tau} = ib_{K_{\vec{n}}}K_{n_y} - \beta_\parallel^{-1}\iint_{-\infty}^{+\infty}\beta_x\psi_{K_{\vec{n}}}(\tau,\beta_x,\beta_y)d\beta_x d\beta_y, \tag{5.8}$$

$$\frac{\partial e_{yK_{\vec{n}}}}{\partial\tau} = -ib_{K_{\vec{n}}}K_{n_x} + \beta_\parallel^{-1}\iint_{-\infty}^{+\infty}\beta_y\psi_{K_{\vec{n}}}(\tau,\beta_x,\beta_y)d\beta_x d\beta_y. \tag{5.9}$$

Здесь использованы безразмерные время и волновое число,

$$\tau = \omega_\mathrm{p}t,\ K = \frac{kc}{\omega_\mathrm{p}};\ \omega_\mathrm{p}^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m_\mathrm{e}},$$

а также нормированные (комплексные) гармоники магнитного поля и ФР:

$$b_{K_{\vec{n}}} = \frac{B_{K_{\vec{n}}}}{\sqrt{8\pi NT_\parallel}},\ T_\parallel = \frac{m_e c^2\beta_\parallel^2}{2};\ \psi_{\ell\cdot K_{\vec{n}}} = \frac{c^2 f_{\ell\cdot K_{\vec{n}}}}{N},\ \ell = 0,1,2. \tag{5.10}$$

Комплексные компоненты электрического поля $e_{xK_{\vec{n}}}$ и $e_{yK_{\vec{n}}}$ (см. рис. 5.1б) нормированы так же, как магнитное поле $b_{K_{\vec{n}}}$. Для удобства вновь введен оператор:

$$\hat{\Phi}(b_{K_n},e_{xK_{\vec{n}}},e_{yK_{\vec{n}}},\psi(\vec{\beta})) = \frac{e_{yK_{\vec{n}}}}{2}\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_y}+\frac{e_{xK_{\vec{n}}}}{2}\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_x}-\frac{b_{K_n}}{2}\left(\beta_x\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_y}-\beta_y\frac{\partial\psi(\vec{\beta})}{\partial\beta_x}\right). \tag{5.11}$$

Представленная система интегро-дифференциальных уравнений (5.4)–(5.9) с оператором (5.11) решалась, как и в предыдущих случаях, стандартным методом Стёрмера – Верле (Leapfrog) [81].

Шаг по времени $d\tau$ составлял малую величину $d\tau \sim 0.05$–0.5 в сравнении с наименьшим временным масштабом рассматриваемой обезразмеренной системы уравнений, который определяется собственными длинами волн магнитного поля и тока ($\sim \pi/K$) и имеет порядок единицы. Расчетная сетка для нормированных скоростей β_x, β_y как переменных трех компонент (5.4)–(5.6) анизотропной ФР, разложенных по производящим гармоникам, выбиралась анизотропной с соответствующими шагами $d\beta_x \sim \beta_\perp/15$ и $d\beta_y \sim \beta_\parallel/15 = \beta_\perp\sqrt{1+A}/15$. Количество производящих пространственных гармоник $m \cdot s$ в типичных расчетах составляло несколько тысяч и выбиралось из условия независимости (с точностью до нескольких процентов) вычисляемого магнитного поля насыщения неустойчивости от дальнейшего увеличения чисел m и s, что обычно имело место начиная с чисел ~ 100 и ~ 30 соответственно.

5.2 Особенности насыщения неустойчивости для бимаксвелловского и бикаппа-распределения электронов

Основные результаты численного моделирования вейбелевской неустойчивости в двумерной задаче суммированы на рис. 5.2 и 5.4 в представительном интервале параметров начальной анизотропии $0.1 \leqslant A \leqslant 20$. Как и ожидалось, максимальная величина среднего квадрата нормированного магнитного поля $b_{sat}^2 = (8\pi N T_\parallel)^{-1}\sum_{\vec{n}}|B_{K_{\vec{n}}}|^2$, достигаемая в ходе ТМ-неустойчивости, растет с увеличением анизотропии A. При малых значениях $A < 1$ рост оказывается довольно быстрым и зависящим от энергетического распределения электронов. Он теряет эту зависимость и замедляется при $A > 1$, останавливаясь на уровне немного выше 10% в пределе $A \gg 1$. О последнем свидетельствуют также

контрольные расчеты, выполненные для бимаксвелловского распределения с $A = 1, 10, 30$ с использованием кода EPOCH [82], т. е. методом частиц в ячейках (PIC). Результаты применения обоих подходов совпадают с точностью порядка 10%-30% и подтверждают известную оценку насыщающего магнитного поля, в которой обратный гирорадиус и гирочастота типичных частиц по порядку величины сравниваются соответственно с волновым числом и инкрементом наиболее сильно выросших гармоник поля [38; 42; 158], что было проверено для всех проведенных расчетов. Предшествующие аналогичные расчеты для отдельных значений параметра анизотропии $A = 24$ и $A = 99$ представлены в [9; 10].

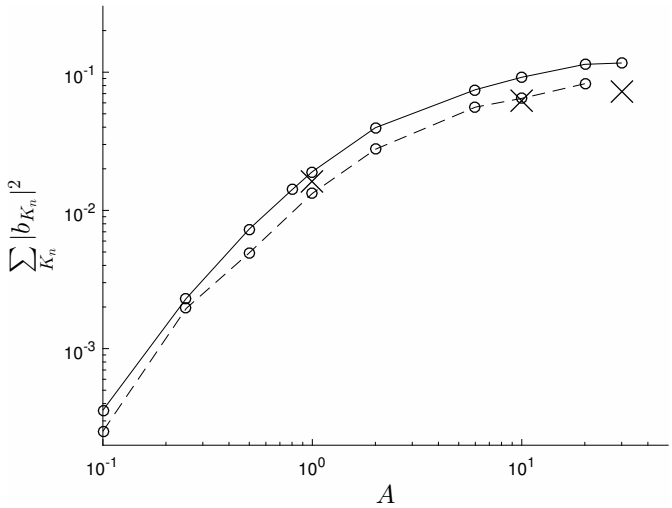


Рисунок 5.2 — Зависимость среднего квадрата нормированного насыщающего магнитного поля (см. (3.11)) от параметра анизотропии A для бикаппа-распределения (5.1) при $\beta_\perp = 0.1$ и различных значениях параметра каппа: $\kappa = 2$ — штрихи, $\kappa = \infty$ — сплошная кривая (бимаксвелловское распределение). В последнем случае крестиками показаны три контрольные точки, рассчитанные в рамках 2D3V кода EPOCH методом частиц в ячейках.

С использованием метода частиц в ячейках трехмерные расчеты подобной зависимости ни для какой геометрии еще не проводились, а детальные двумерные расчеты известны лишь для аксиально симметричного бимаксвелловского распределения частиц с осью наибольшей температуры, ортогональной плоскости расчета, для параметров анизотропии $A \sim 0.1$–50 (см. в этой связи [41; 141], а также раздел 2.2 настоящей работы). Примеры насыщения аналогичной неустойчивости, называемой филаментационной, в случае двух встречных пучков частиц см. в [50; 118]. В вышеуказанных работах, посвященных вейбелевской TEM-неустойчивости насыщающее поле отличается от представленных на рис. 5.2, 5.4 значений на величину $\sim 10\% - 50\%$, что связано с учетом только

ортогональных оси анизотропии волновых векторов, приводящим к двумерно изотропной турбулентности. В данной же главе рассматривается случай, когда допустимы любые углы наклона волнового вектора к оси анизотропии y, лежащей в плоскости расчета, так что спектр турбулентности оказывается существенно анизотропным и для насыщения неустойчивости магнитное поле должно нарасти до немного другой величины. Как уже отмечалось для бимаксвелловского начального распределения частиц по скоростям (см. раздел 2.2), одномерные расчеты для малых параметров анизотропии $A \ll 1$, как и приближенная квазилинейная теория (ср. [49; 50; 118]), многократно занижают насыщающее магнитное поле и неприменимы для оценки его реальных значений в двумерной и трехмерной постановках задачи.

Недостатком метода частиц в ячейках, кроме больших затрат вычислительных ресурсов, является высокий уровень численных шумов ФР частиц, вообще говоря, спектрально неравномерный. Это обстоятельство понижает точность и ограничивает возможность проведения корректных расчетов, особенно при малых параметрах анизотропии $A \ll 1$, когда неустойчивость развиваются настолько медленно, что скорость изотропизации частиц на шумовой компоненте электромагнитного поля становится сравнимой с инкрементом вейбелевской неустойчивости. Такого недостатка нет в развитом методе возмущений на основе пространственных гармоник, где шумы легко контролируются и могут быть адекватно заданы выбором подходящего спектра начального магнитного поля.

Согласно проведенным расчетам с использованием уравнений (5.4)–(5.11), для бимаксвелловского распределения средний квадрат насыщающего магнитного поля ТМ-вейбелевской неустойчивости b_{sat}^2 лишь немного, не более чем на 30% превышает его значение для бикаппа-распределений при $\kappa \geqslant 2$; см. рис. 5.2. Более того, для этих бикаппа- и бимаксвелловского распределений характерные волновые числа k_x, отвечающие максимуму спектра развивающейся турбулентности в ортогональном оси анизотропии направлении $\vec{x_0}$, и характерные ширины этого спектра вдоль осей x и y оказались почти идентичными как на линейной стадии неустойчивости, так и в течении ее долговременной квазилинейной эволюции. Близость значений насыщающего магнитного поля для указанных распределений (5.1) и (1.4) согласуется с близостью инкрементов обусловленных ими вейбелевских неустойчивостей (рис. 5.3), найденных из численных расчетов среднеквадратичного магнитного поля на этапе его экспоненциального роста задолго до момента насыщения. Эти инкременты лишь

немного меньше максимальных инкрементов, вычисленных из соответствующих дисперсионных уравнений (о последних см., например, [1; 3; 12; 50; 85; 156]).

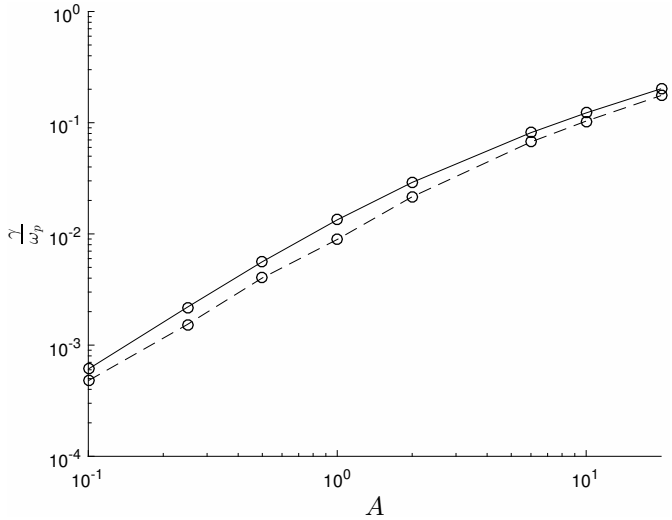


Рисунок 5.3 — Зависимость инкремента γ (нормированного на плазменную частоту ω_p) среднеквадратичного магнитного поля от параметра анизотропии A для бикаппа-распределения (5.1) при $\beta_\perp = 0.1$ и различных значениях параметра каппа: $\kappa = 2$ — штрихи, $\kappa = \infty$ — сплошная кривая (бимаксвелловское распределение).

Полученный результат согласуется также с практически одинаковой формой деформации указанных ФР электронов к моменту насыщения неустойчивости, о чем можно судить, прежде всего, из найденных в наших расчетах пространственно однородных поправок $\delta f_0(v_x, v_y)$, т. е. $\delta\psi_0(\beta_x, \beta_y)$. Соответствующая деформация ФР вызвана совокупным действием всех гармоник квазимагнитостатической турбулентности и в свою очередь определяет квазилинейную эволюцию каждой из этих гармоник, непосредственно не взаимодействующих между собой: их начальное нарастание, длительное существование с медленным изменением амплитуды и последующее неизбежное затухание.

5.3 Особенности насыщения неустойчивости для продакт-бикаппа-распределения электронов

Детализируем сделанные выше общие утверждения применительно к продакт-бикаппа-распределению (5.2), для которого обнаруживается существенное

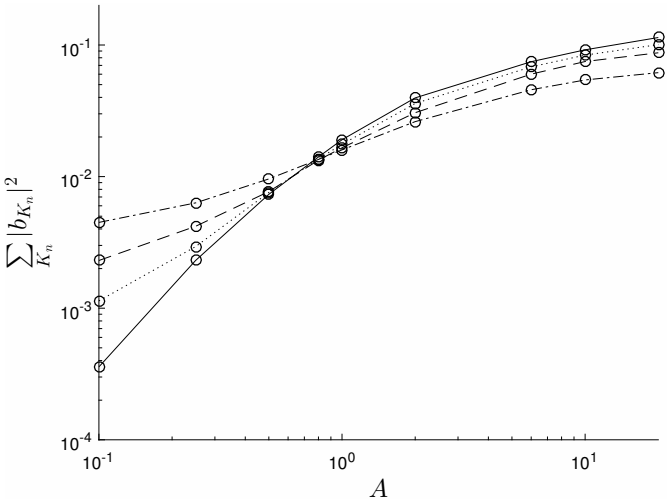


Рисунок 5.4 — Зависимость среднего квадрата нормированного насыщающего магнитного поля (см. (3.11)) от параметра анизотропии A для продакт-бикаппа-распределения (5.2) при $\beta_\perp = 0.1$ и различных значениях параметра каппа: $\varkappa = 1$ — штрихпунктир, $\varkappa = 2$ — штрихи, $\varkappa = 4$ — пунктир, $\varkappa = \infty$ — сплошная кривая (бимаксвелловское распределение).

влияние величины $\varkappa$ на исследуемую зависимость насыщающего поля от начальной анизотропии ФР, особенно в области ее малых величин $A < 0.8$ согласно рис. 5.4. Монотонные зависимости среднего квадрата насыщающего магнитного поля от параметра анизотропии A для различных величин $\varkappa$ имеют разный наклон и пересекаются в одной точке $A = 0.8$. При $A \sim 0.1$ эти зависимости приближенно являются степенными с показателями, которые примерно равны $2/5$, $2/3$, 1, 2 для $\varkappa = 1$, 2, 4, ∞ соответственно (и могут оказаться меньше при $A < 0.1$).

Ниже точки $A = 0.8$ квадрат насыщающего магнитного поля b_{sat}^2 значительно падает с ростом величины $\varkappa$, достигая минимального значения при $\varkappa \to \infty$, т. е. для бимаксвелловского распределения. Напротив, выше указанной точки $A = 0.8$ величина b_{sat}^2 растет с ростом $\varkappa$, хотя и не столь значительно, поскольку ее максимальное значение для величины $\varkappa$ вблизи 1 составляет несколько процентов и всего в пару раз меньше предельно достижимого значения квадрата магнитного поля b_{sat}^2, реализующегося для бимаксвелловского распределения и немного превышающего 10%.

Для продакт-бикаппа-распределений в отличие от бикаппа-распределений величина $\varkappa$ гораздо значительнее влияет на нелинейную эволюцию как характерного волнового числа k_x, отвечающего максимуму спектра турбулентности и направленного в ортогональном оси анизотропии направлении $\vec{x_0}$, так и харак-

терных ширин турбулентного спектра вдоль осей x и y. С ростом величины κ уширение спектра вдоль оси анизотропии ФР увеличивается, тогда как ширина спектра поперек этой оси уменьшается одновременно с уменьшением указанной проекции k_x волнового вектора максимума турбулентного спектра. Подобное уменьшение наиболее существенно на начальной нелинейной стадии эволюции спектра (и становится довольно малым на поздней стадии, которой мы не интересуемся в настоящей работе).

Сделанное наблюдение согласуется с уменьшением при росте κ инкремента нарастания магнитного поля (рис. 5.5), вычисленного на линейной стадии задолго до насыщения неустойчивости и примерно равного максимальному инкременту, получающемуся из соответствующего дисперсионного уравнения (см. о нем [1; 3; 12; 50; 85; 156]). Уменьшение инкремента с увеличением κ от 1 до ∞ значительно лишь для небольшой начальной анизотропии $A \lesssim 1$: для $A = 1$ инкремент уменьшается примерно вдвое, а для $A = 0.1$ — в 20 раз. Заметим, что в последнем случае почти в 20 раз уменьшается и квадрат насыщающего магнитного поля b^2_{sat} (рис. 5.4). Вместе с тем это поле слабо зависит от величины κ при большой начальной анизотропии $A \gg 1$.

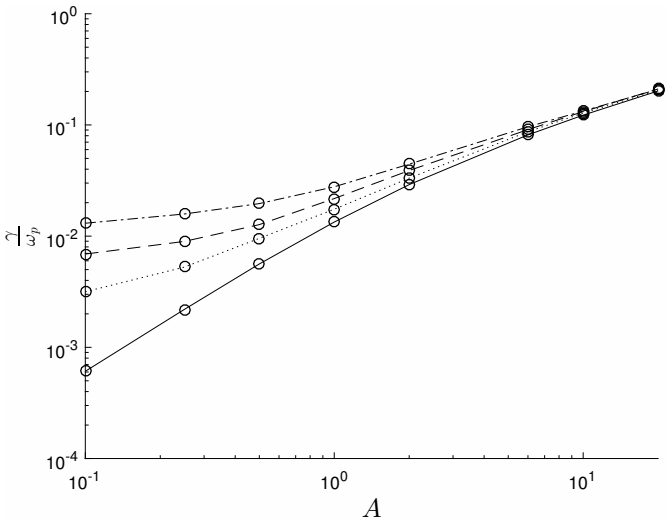


Рисунок 5.5 — Зависимость инкремента γ (нормированного на плазменную частоту ω_p) среднеквадратичного магнитного поля от параметра анизотропии A для продакт-бикаппа-распределения (5.2) при $\beta_\perp = 0.1$ и различных значениях параметра каппа: $\kappa = 1$ — штрихпунктир, $\kappa = 2$ — штрихи, $\kappa = 4$ — пунктир, $\kappa = \infty$ — сплошная кривая (бимаксвелловское распределение).

5.4 Заключение

Используемая в настоящей главе система приближенных уравнений (5.4)–(5.9), (5.11) для ТМ-гармоник турбулентности позволяет исследовать насыщение вейбелевской неустойчивости и ее дальнейшую нелинейную эволюцию при малых величинах параметра анизотропии, включая область $A \lesssim 0.01$ (которая вряд ли легко доступна расчетам методом частиц в ячейках из-за неизбежных для него численных шумов). Подобная близость к порогу неустойчивости характерна для многих физических ситуаций, и особенности обсуждаемого эффекта насыщения роста ТМ-вейбелевской турбулентности в этих условиях заслуживают специального исследования.

В этом отношении актуальны, например, задачи лабораторной астрофизики с лазерной плазмой [29; 34; 87; 143; 153], получаемой абляцией различных мишеней фемтосекундными импульсами петаваттных лазеров, и задачи физики солнечного (звездного) ветра, начиная с корональных областей его происхождения и кончая границами между магнитными облаками в нем или областями его взаимодействия с магнитосферами планет [4; 57; 92; 101; 154; 155]. Для обоих указанных классов задач имеется непосредственная возможность получать информацию как о распределении частиц по энергии, так и об анизотропии распределения частиц по скоростям. Наблюдаемое наличие надтеплового „хвоста“ в энергетическом распределении частиц [142; 151; 152], свойственное различным каппа-распределениям, делает последние удобными для использования в численном моделировании процессов развития вейбелевской неустойчивости и генерации долгоживущей квазимагнитостатической турбулентности.

Выполненное в настоящей главе исследование зависимостей насыщающего среднеквадратичного магнитного поля от параметров каппа $\varkappa$ и анизотропии A представляется важным для оценки влияния такого рода турбулентности на ряд наблюдаемых явлений в лазерной и космической плазме. В частности, важными представляются найденные конкретные зависимости уровня насыщения вейбелевской турбулентности от параметра анизотропии, которые для одних ФР (например, бикаппа- и бимаксвелловской) оказываются близкими, а для других (продакт-бикаппа-распределений с разными значениями $\varkappa$) — сильно различающимися при $A < 0.3$.

Полученная и использованная в этой работе система уравнений для взаимодействующих гармоник возмущений магнитного поля и ФР особенно перспективна для анализа эволюции квазимагнитостатической турбулентности в случае малой анизотропии ФР, т. е. при небольшом превышении порога вейбелевской неустойчивости, что является типичным, в частности, для плазмы солнечного ветра, а также для лазерной плазмы после прекращения подкачки в нее энергичных электронов. Более того, эта система уравнений применима и для описания развития неустойчивости даже в отсутствие анизотропии эффективных температур немаксвелловской ФР, когда профиль энергетического распределения частиц играет определяющую роль [78; 156]. Для подобных задач могут оказаться важными преимущества расчета на основе предложенной системы уравнений по сравнению с обычным расчетом методом частиц в ячейках.

Заключение

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем.

1. Развит спектральный квазилинейный подход к задачам о развитии одномерной, аксиально симметричной двумерной TEM- и двумерной TM-вейбелевской (шланговой) неустойчивости в анизотропной слабо замагниченной бесстолкновительной плазме с холодными ионами, учитывающий только интегральное нелинейное взаимодействие мод (пространственных гармоник) посредством их совместного изменения среднего по пространству распределения электронов по скоростям. Получена замкнутая система уравнений для эволюции взаимодействующих пространственных гармоник возмущений функции распределения электронов и магнитного поля для одномерного случая и обоих двумерных случаев. Дано описание аксиально симметричной двумерной TEM-вейбелевской турбулентности, когда ось анизотропии этой функции, волновой вектор мод и их магнитное поле взаимно ортогональны друг к другу, и двумерной TM-вейбелевской турбулентности, когда ось анизотропии плазмы и волновые векторы гармоник, а также векторы электрического поля в них лежат в одной плоскости расчета.
2. С помощью метода Стёрмера –Верле (Leapfrog) в указанных одномерном и обоих двумерных случаях разработана программа для получения численных решений соответствующей квазилинейной системы кинетических уравнений. Проведено сравнение целого ряда полученных решений этих уравнений с имеющимися результатами одномерной аналитической квазилинейной теории в области её применимости и с результатами моделирования методом частиц в ячейках, учитывающим также резонансное трех- и четырехволновое взаимодействие турбулентных мод и нелинейное нерезонансное рассеяние электронов на согласованной турбулентности.
3. Установлено, что в начальной постановке одномерной и аксиально симметричной двумерной задач для бимаксвелловской слабо замагниченной плазмы квазилинейные явления оказываются определяющими на весьма длительной стадии нелинейного развития квазимагнитостатической турбулентности. Выяснен общий сценарий эволюции её

пространственного спектра: (а) экспоненциальный, апериодический рост мод на линейной стадии неустойчивости; (б) значительное сужение профиля спектра и понижение инкремента всех мод, вплоть до небольших отрицательных значений для центральной группы энергонесущих мод, к моменту насыщения роста среднеквадратичного магнитного поля; (в) переход к степенному затуханию мод коротковолнового крыла спектра и степенному нарастанию мод длинноволнового крыла после этапа насыщения; (г) формирование степенных профилей коротковолнового и длинноволнового крыльев спектра, в котором более длинноволновые моды нарастают медленнее менее длинноволновых, и систематическое почти автомодельное смещение всего профиля в длинноволновую сторону с постепенным уменьшением максимума амплитуд мод. Показано, что на последней, долговременной стадии волновое число, отвечающее данному максимуму, уменьшается обратно пропорционально времени в небольшой степени (для аксиально симметричной турбулентности при достаточно сильной начальной анизотропии плазмы — приблизительно обратно пропорционально корню квадратному от времени $t^{-0.5}$).

4. С использованием трехмерного моделирования методом частиц в ячейках исследовано развитие турбулентности, обусловленной апериодической электронной неустойчивостью вейбелевского и/или шлангового типа в анизотропной магнитоактивной бесстолкновительной плазме с аксиально симметричным распределением электронов по скоростям. Рассмотрена начальная задача для бимаксвелловского распределения с осью наибольшей температуры, направленной вдоль заданного однородного магнитного поля. Установлены интегральные, спектральные и динамические свойства формирующегося турбулентного магнитного поля, включая законы нарастания и затухания отдельных пространственных гармоник (мод), зависящие от величины внешнего магнитного поля. Прослежена нелинейная эволюция спектра вейбелевской/шланговой турбулентности в условиях эффективного трехволнового и четырехволнового взаимодействия мод, конкурирующего с их квазилинейным взаимодействием, с учетом как поперечных, так и наклонных мод. Показано, что квазилинейное

описание спектральной динамики подобной турбулентности является корректным только при достаточно слабом внешнем магнитном поле.

5. Посредством сравнения результатов квазилинейного моделирования и моделирования методом частиц в ячейках, учитывающего резонансное и нерезонансное нелинейное взаимодействие мод, в слабо замагниченной плазме выявлена трехволновая генерация наклонных мод и ТЕ-мод, а в достаточно замагниченной плазме — трех- и четырехволновая генерация почти поперечных ТМ-мод, устойчивых в квазилинейном приближении. Кроме того, в двумерных расчетах наблюдалась генерация мод с волновыми векторами, удвоенными в сравнении с векторами наиболее неустойчивых мод, а в трехмерных расчетах — генерация гармоник с проекциями волнового вектора на ось анизотропии, удвоенными в сравнении с соответствующей проекцией волнового вектора наиболее неустойчивой моды.
6. С целью эффективного учета нерезонансных взаимодействий мод в квазилинейные уравнения в рамках БГК-приближения введена частота аномальных столкновений электронов, оцененная согласно известным свойствам их рассеяния на согласованном турбулентном магнитном поле. Показано, что в слабо замагниченной плазме существует значительный промежуток эволюции квазимагнитостатической турбулентности, на протяжении которого спектр последней может быть корректно получен из квазилинейного моделирования с аномальными столкновениями.
7. Проведен анализ совместного развития двухпотоковой (ленгмюровской) и филаментационной (вейбелевской) кинетических неустойчивостей в плазме с пучком электронов на основе разработанного квазилинейного подхода, который одновременно учитывает интегральное нелинейное взаимодействие ленгмюровских и вейбелевских мод, обусловленное изменением средней по пространству функции распределения электронов по скоростям. В рамках начальной двумерной задачи для ряда параметров плазмы и пучка проведено численное исследование эволюции спектров ленгмюровской (плазменной) и вейбелевской (магнитной) турбулентности. Установлено, что развивающаяся вейбелевская турбулентность магнитного поля может значительно деформировать резонансную с ленгмюровскими волнами область распределения частиц по скоростям, существенно влияя тем самым на

формирование и особенно затухание ленгмюровской турбулентности. Ленгмюровская турбулентность электрического поля, в свою очередь, способна существенно изотропизовать распределение частиц по скоростям, а следовательно, изменить инкременты, характер эволюции и уровень насыщения гармоник вейбелевской турбулентности. Найдены характерные особенности совместной динамики обоих турбулентных спектров и указаны необходимые условия их взаимовлияния.

8. На основе численного решения квазилинейной системы уравнений, описывающих ТМ-вейбелевскую турбулентность незамагниченной анизотропной плазмы, найдена зависимость насыщающего среднеквадратичного магнитного поля от начальной анизотропии бимаксвелловского и различных бикаппа–распределений электронов по скоростям. Показано, что для небольших по сравнению с единицей параметров анизотропии значение насыщающего поля зависит от параметра каппа продакт-бикаппа–распределения частиц, т. е. его энергетического профиля, и существенно отличается от значения насыщающего поля для аналогичных би-каппа и бимаксвелловского распределений, которое пропорционально квадрату параметра анизотропии.

Автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Кочаровскому Владимиру Владиленовичу за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство.

Список литературы

1. *Mikhailovskii A. B.* Instabilities of a Homogeneous Plasma. — Springer, 02/1974. — 320 p.
2. *Krall N. A.*, *Trivelpiece A. W.* Principles of Plasma Physics. — New York : McGraw-Hill, 1973. — 674 p. — ISBN 9780070353466.
3. *Kocharovsky V. V.* [et al.]. The analytical theory of self-consistent current structures in a collisionless plasma // Uspekhi Fizicheskih Nauk. — 2016. — Dec. — Vol. 186, no. 12. — P. 1267—1314.
4. *Baumjohann W.*, *Treumann R.* Basic Space Plasma Physics. — London : Imperial College Press, 2012. — 496 p.
5. *Treumann R. A.* Fundamentals of collisionless shocks for astrophysical application, 1. Non-relativistic shocks // Astron. Astrophys. Rev. — 2009. — Vol. 17, no. 4. — P. 409—535.
6. *Marcowith A.* [et al.]. The microphysics of collisionless shock waves // Rep. Prog. Phys. — 2016. — Vol. 79, no. 4. — P. 046901.
7. *Gary S. P.* Theory of space plasma microinstabilities. — Cambridge : Cambridge University Press, 1993. — 184 p.
8. *Kalman G.* Anisotropic Temperature Plasma Instabilities // Phys. Fluids. — 1968. — Vol. 11, no. 8. — P. 1797.
9. *Morse R. L.*, *Nielson C. W.* Numerical Simulation of the Weibel Instability in One and Two Dimensions // Phys. Fluids. — 1971. — Vol. 14, no. 4. — P. 830.
10. *Stockem A.*, *Dieckmann M. E.*, *Schlickeiser R.* PIC simulations of the thermal anisotropy-driven Weibel instability: field growth and phase space evolution upon saturation // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2009. — Vol. 51, no. 7. — P. 075014.
11. *Medvedev M. V.*, *Silva L. O.*, *Kamionkowski M.* Cluster Magnetic Fields from Large-Scale Structure and Galaxy Cluster Shocks // The Astrophysical Journal. — 2006. — Apr. — Vol. 642, no. 1. — P. L1—L4.

12. *Lazar M.*, *Schlickeiser R.*, *Shukla P. K.* Cumulative effect of the filamentation and Weibel instabilities in counterstreaming thermal plasmas // Phys. Plasmas. — 2006. — Vol. 13, no. 10. — P. 102107.

13. *Schaefer-Rolffs U.*, *Lerche I.*, *Schlickeiser R.* The relativistic kinetic Weibel instability: General arguments and specific illustrations // Phys. Plasmas. — 2006. — Vol. 13, no. 1. — P. 012107.

14. *Fiuza F.* [et al.]. Weibel-Instability-Mediated Collisionless Shocks in the Laboratory with Ultraintense Lasers // Physical Review Letters. — 2012. — June. — Vol. 108, no. 23. — P. 235004.

15. *Sakai J.-i.* [et al.]. Magnetic Field Generation and Subsequent Field Dissipation with Plasma Heating in Relativistic Streaming Pair Plasmas // Journal of the Physical Society of Japan. — 2000. — Aug. — Vol. 69, no. 8. — P. 2503—2513.

16. *Nishikawa K.-I.* [et al.]. WEIBEL INSTABILITY AND ASSOCIATED STRONG FIELDS IN A FULLY THREE-DIMENSIONAL SIMULATION OF A RELATIVISTIC SHOCK // The Astrophysical Journal. — 2009. — May. — Vol. 698, no. 1. — P. L10—L13.

17. *Che H.* [et al.]. How electron two-stream instability drives cyclic Langmuir collapse and continuous coherent emission // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2017. — Jan. — Vol. 114, no. 7. — P. 1502—1507.

18. *Zhou M.* [et al.]. Spontaneous magnetization of collisionless plasma // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. — 2022. — Vol. 119, no. 19. — e2119831119.

19. *Kuznetsov A. A.* Plasma Mechanism of Radio Emission Generation on a Shock Wave in the Vicinity of an Exoplanet // Geomagnetism and Aeronomy. — 2025. — Vol. 65, no. 7. — P. 1088.

20. *Wu C.* [et al.]. Microinstabilities associated with a high Mach number, perpendicular bow shock // Space Science Reviews. — 1984. — Vol. 37, no. 1/2. — P. 63—109.

21. *Schlickeiser R.* [et al.]. Modified Temperature-Anisotropy Instability Thresholds in the Solar Wind // Physical Review Letters. — 2011. — Nov. — Vol. 107, no. 20. — P. 201102.

22. *Silva L. O.* [et al.]. Neutrino Driven Streaming Instabilities in a Dense Plasma // Physical Review Letters. — 1999. — Oct. — Vol. 83, no. 14. — P. 2703—2706.

23. *Mrówczyński S.* Stream instabilities of the quark-gluon plasma // Physics Letters B. — 1988. — Dec. — Vol. 214, no. 4. — P. 587—590.

24. *Arnold P.* [et al.]. Apparent Thermalization due to Plasma Instabilities in the Quark-Gluon Plasma // Physical Review Letters. — 2005. — Feb. — Vol. 94, no. 7. — P. 072302.

25. *Shokri B.*, *Ghorbanalilu M.* Wiebel instability of microwave gas discharge in strong linear and circular pulsed fields // Physics of Plasmas. — 2004. — June. — Vol. 11, no. 6. — P. 2989—2993.

26. *Ghorbanalilu M.* The Weibel instability on strongly magnetized microwave produced plasma // Physics of Plasmas. — 2006. — Oct. — Vol. 13, no. 10. — P. 102110.

27. *Ghorbanalilu M.* Resonance and non-resonance Weibel-like modes generation in optical breakdown of a dilute neutral gas by an intense laser field // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2013. — Feb. — Vol. 55, no. 4. — P. 045002.

28. *Zhang C.* [et al.]. Ultrafast optical field–ionized gases—A laboratory platform for studying kinetic plasma instabilities // Science Advances. — 2019. — Sept. — Vol. 5, no. 9.

29. *Zhang C.* [et al.]. Measurements of the Growth and Saturation of Electron Weibel Instability in Optical-Field Ionized Plasmas // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 125, no. 25. — P. 255001.

30. *Huang C.-K.* [et al.]. Initializing anisotropic electron velocity distribution functions in optical-field ionized plasmas // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2020. — Jan. — Vol. 62, no. 2. — P. 024011.

31. *Tabak M.* [et al.]. Ignition and high gain with ultrapowerful lasers* // Physics of Plasmas. — 1994. — May. — Vol. 1, no. 5. — P. 1626—1634.

32. *Shukla N.*, *Shukla P. K.*, *Stenflo L.* Magnetization of a warm plasma by the nonstationary ponderomotive force of an electromagnetic wave // Physical Review E. — 2009. — Авг. — Т. 80, № 2. — С. 027401.

33. *Wagner U.* [et al.]. Laboratory measurements of magnetic fields generated during high-intensity laser interactions with dense plasmas // Physical Review E. — 2004. — Aug. — Vol. 70, no. 2. — P. 026401.

34. *Thaury C.* [et al.]. Influence of the Weibel instability on the expansion of a plasma slab into a vacuum // Phys. Rev. E. — 2010. — Vol. 82, no. 2. — P. 026408.

35. *Schoeffler K. M.* [et al.]. The generation of magnetic fields by the Biermann battery and the interplay with the Weibel instability // Physics of Plasmas. — 2016. — Apr. — Vol. 23, no. 5. — P. 056304.

36. *Stepanov A. N.* [et al.]. Formation and Expansion of Current Filaments During the Decay of a Cylindrical Plasma Region with Hot Electrons Heated at the Interface of Cold Plasma and Vacuum // High Temperature. — 2022. — June. — Vol. 60, no. 3. — P. 287—291.

37. *Nechaev A. A.* [et al.]. Formation of a Density Bump in a Collisionless Electrostatic Shock Wave During Expansion of a Hot Dense Plasma into a Cold Rarefied One // Plasma Physics Reports. — 2020. — Aug. — Vol. 46, no. 8. — P. 765—783.

38. *Nechaev A. A.* [et al.]. Weibel Mechanism of Magnetic-Field Generation in the Process of Expansion of a Collisionless-Plasma Bunch with Hot Electrons // Radiophysics and Quantum Electronics. — 2020. — May. — Vol. 62, no. 12. — P. 830—848.

39. *Yang T.-Y. B.*, *Arons J.*, *Langdon A. B.* Evolution of the Weibel instability in relativistically hot electron–positron plasmas // Physics of Plasmas. — 1994. — Sept. — Vol. 1, no. 9. — P. 3059—3077.

40. *Califano F.*, *Del Sarto D.*, *Pegoraro F.* Three-Dimensional Magnetic Structures Generated by the Development of the Filamentation (Weibel) Instability in the Relativistic Regime // Physical Review Letters. — 2006. — Mar. — Vol. 96, no. 10. — P. 105008.

41. *Borodachev L. V.*, *Kolomiets D. O.* Single-species Weibel instability of radiationless plasma // J. Plasma Phys. — 2010. — Vol. 77, no. 2. — P. 277—287.

42. *Borodachev L.* [et al.]. Dynamics of a Self-Consistent Magnetic Field and Diffusive Scattering of Ions in a Plasma with Strong Thermal Anisotropy // Radiophysics and Quantum Electronics. — 2017. — May. — Vol. 59, no. 12. — P. 991—999.

43. *Huntington C. M.* [et al.]. Observation of magnetic field generation via the Weibel instability in interpenetrating plasma flows // Nature Physics. — 2015. — Jan. — Vol. 11, no. 2. — P. 173—176.

44. *Dieckmann M. E.* [et al.]. Simulation studies of temperature anisotropy driven pair-Alfvén and aperiodic instabilities in magnetized pair plasma // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2019. — Vol. 61, no. 8. — P. 085027.

45. *Kocharovsky V. V.*, *Nechaev A. A.*, *Garasev M. A.* Electron Weibel instability and quasi-magnetostatic structures in an expanding collisionless plasma // Reviews of Modern Plasma Physics. — 2024. — Apr. — Vol. 8, no. 1. — P. 17.

46. *Korzhimanov A. V.* [et al.]. Numerical modeling of two magnetized counter-propagating weakly collisional plasma flows in arch configuration // Physics of Plasmas. — 2025. — May. — Vol. 32, no. 5. — P. 052305.

47. *Sagdeev R. Z.*, *Galeev A. A.* Nonlinear Plasma Theory. — 1969.

48. *Davidson R. C.* Nonlinear Development of Electromagnetic Instabilities in Anisotropic Plasmas // Phys. Fluids. — 1972. — Vol. 15, no. 2. — P. 317.

49. *Pokhotelov O. A.*, *Amariutei O. A.* Quasi-linear dynamics of Weibel instability // Annales Geophysicae. — 2011. — Vol. 29, no. 11. — P. 1997—2001.

50. *Ruyer C.* [et al.]. Nonlinear dynamics of the ion Weibel-filamentation instability: An analytical model for the evolution of the plasma and spectral properties // Phys. Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 3. — P. 032102.

51. *Vedenov A. A.* Quasi-linear theory of a plasma: Theory of a weakly turbulent plasma // The Soviet Journal of Atomic Energy. — 1963. — Mar. — Vol. 13, no. 1. — P. 591—612.

52. *Tsytovich V. N.* Nonlinear effects in a plasma // Uspekhi Fizicheskih Nauk. — 1966. — Nov. — Vol. 90, no. 11. — P. 435—489.

53. *Zakharov V. E.* Collapse of Langmuir Waves // Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1972. — Jan. — Vol. 35. — P. 908.

54. *Wu C. S.* Unified Quasilinear Theory of Weakly Turbulent Plasmas // The Physics of Fluids. — 1968. — Aug. — Vol. 11, no. 8. — P. 1733—1744.

55. *Bychenkov V.*, *Silin V.*, *Uryupin S.* Ion-acoustic turbulence and anomalous transport // Physics Reports. — 1988. — Vol. 164, no. 3. — P. 119—215.

56. *Bychenkov V. Y.*, *Rozmus W.*, *Capjack C. E.* Single-mode nonlinear regime of Weibel instability in a plasma with anisotropic temperature // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. — 2003. — Aug. — Vol. 78, no. 3. — P. 119—122.

57. *Yoon P. H.* Kinetic instabilities in the solar wind driven by temperature anisotropies // Rev. Mod. Plasma Phys. — 2017. — Vol. 1, no. 1. — P. 4.

58. *Shaaban S. M.* [et al.]. A New Low-beta Regime for Unstable Proton Firehose Modes in Bi-kappa-distributed Plasmas // ApJ. — 2021. — Vol. 918, no. 1. — P. 37.

59. *Seough J.* [et al.]. Simulation and quasilinear theory of aperiodic ordinary mode instability // Physics of Plasmas. — 2015. — Aug. — Vol. 22, no. 8. — P. 082122.

60. *Seough J.*, *Yoon P. H.*, *Hwang J.* Simulation and quasilinear theory of proton firehose instability // Phys. Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 1. — P. 012303.

61. *Stockem Novo A.* [et al.]. Quasilinear saturation of the aperiodic ordinary mode streaming instability // Phys. Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 9. — P. 092301.

62. *Camporeale E.*, *Burgess D.* Electron firehose instability: Kinetic linear theory and two-dimensional particle-in-cell simulations // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2008. — July. — Vol. 113, A7.

63. *Hellinger P.* [et al.]. Oblique electron fire hose instability: Particle-in-cell simulations // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2014. — Jan. — Vol. 119, no. 1. — P. 59—68.

64. *Romanky V. I.* [et al.]. Particle-in-cell simulation of shock waves with different kinds of ions. // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — Nov. — Vol. 929. — P. 012014.

65. *Lazar M.* [et al.]. The aperiodic firehose instability of counter-beaming electrons in space plasmas // Astronomy and Astrophysics. — 2023. — Feb. — Vol. 670. — A85.

66. *López R. A.* [et al.]. A firehose-like aperiodic instability of the counter-beaming electron plasmas // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2020. — Apr. — P. 075006.

67. *Kato T. N.*, *Takabe H.* Electrostatic and electromagnetic instabilities associated with electrostatic shocks: Two-dimensional particle-in-cell simulation // Physics of Plasmas. — 2010. — Mar. — Vol. 17, no. 3. — P. 032114.

68. *Krasovsky V. L.*, *Matsumoto H.*, *Omura Y.* Electrostatic solitary waves as collective charges in a magnetospheric plasma: Physical structure and properties of Bernstein–Greene–Kruskal (BGK) solitons // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2003. — Mar. — Vol. 108, A3.

69. *Romagnani L.* [et al.]. Observation of Collisionless Shocks in Laser-Plasma Experiments // Physical Review Letters. — 2008. — July. — Vol. 101, no. 2. — P. 025004.

70. *Malkov M. A.* [et al.]. Ion-acoustic shocks with self-regulated ion reflection and acceleration // Physics of Plasmas. — 2016. — Apr. — Vol. 23, no. 4. — P. 043105.

71. *Yoo J.* [et al.]. Laboratory Study of Magnetic Reconnection with a Density Asymmetry across the Current Sheet // Physical Review Letters. — 2014. — Aug. — Vol. 113, no. 9. — P. 095002.

72. *Park H.-S.* [et al.]. Studying astrophysical collisionless shocks with counter-streaming plasmas from high power lasers // High Energy Density Physics. — 2012. — Mar. — Vol. 8, no. 1. — P. 38—45.

73. *Aschwanden M.* Physics of the Solar Corona An Introduction with Problems and Solutions // Pour la Science. — 2005. — Dec.

74. *Kato T. N.* Relativistic Collisionless Shocks in Unmagnetized Electron-Positron Plasmas // The Astrophysical Journal. — 2007. — Oct. — Vol. 668, no. 2. — P. 974—979.

75. *Kong X.* [et al.]. Evolution of a relativistic electron beam–plasma return current system // Physics of Plasmas. — 2009. — Mar. — Vol. 16, no. 3. — P. 032107.

76. *Bret A.*, *Gremillet L.*, *Dieckmann M. E.* Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime // Physics of Plasmas. — 2010. — Dec. — Vol. 17, no. 12. — P. 120501.

77. *Feldman W. C.* [et al.]. Solar wind electrons // Journal of Geophysical Research. — 1975. — Nov. — Vol. 80, no. 31. — P. 4181—4196.

78. *Lazar M.*, *Schlickeiser R.*, *Poedts S.* Is the Weibel instability enhanced by the suprathermal populations or not? // Phys. Plasmas. — 2010. — Vol. 17, no. 6. — P. 062112.

79. *Livadiotis G.*, *Nicolaou G.*, *Allegrini F.* Anisotropic Kappa Distributions. I. Formulation Based on Particle Correlations // ApJS. — 2021. — Vol. 253, no. 1. — P. 16.

80. *Vlasov A.* The vibrational properties of an electron gas // Uspekhi Fizicheskih Nauk. — 1967. — Nov. — Vol. 93, no. 11. — P. 444—470.

81. *Birdsall C. K.*, *Langdon A. B.* Plasma Physics via Computer Simulation. — CRC Press, 2018. — 504 p.

82. *Arber T. D.* [et al.]. Contemporary particle-in-cell approach to laser-plasma modelling // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2015. — Vol. 57, no. 11. — P. 113001.

83. *Weibel E. S.* Spontaneously Growing Transverse Waves in a Plasma Due to an Anisotropic Velocity Distribution // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Vol. 2, no. 3. — P. 83—84.

84. *Fried B. D.* Mechanism for Instability of Transverse Plasma Waves // Phys. Fluids. — 1959. — Vol. 2, no. 3. — P. 337.

85. *Vagin K. Y.*, *Uryupin S. A.* On the growth rate of aperiodic instability in plasma with an anisotropic bi-Maxwellian electron velocity distribution // Plasma Phys. Rep. — 2014. — Vol. 40, no. 5. — P. 393—403.

86. *Kuznetsov A. A.* [et al.]. Quasilinear Simulation of the Development of Weibel Turbulence in Anisotropic Collisionless Plasma // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2023. — Dec. — Vol. 137, no. 6. — P. 966—985.

87. *Silva T.* [et al.]. Anisotropic heating and magnetic field generation due to Raman scattering in laser-plasma interactions // Phys. Rev. Research. — 2020. — Vol. 2, no. 2. — P. 023080.

88. *Nechaev A.*, *Kuznetsov A.*, *Kocharovsky V.* On the analytical description of the nonlinear stage of the Weibel instability in collisionless anisotropic plasma // Journal of Plasma Physics. — 2023. — Nov. — Vol. 89, no. 6. — P. 175890601.

89. *Kuznetsov A. A.* [et al.]. Saturating Magnetic Field of Weibel Instability in Plasmas with Bi-Maxwellian and Bikappa Particle Distributions // Plasma Phys. Rep. — 2022. — Vol. 48, no. 9. — P. 973—982.

90. *Garasev M. A.*, *Derishev E. V.* Numerical Simulation of Nonlinear Effects in the Weibel Instability // Radiophys. Quantum El. — 2021. — Vol. 63, no. 12. — P. 909—920.

91. *Treumann R. A.*, *Baumjohann W.* Advanced Space Plasma Physics. — 01/1997. — ISBN 9781860943072.

92. *Marsch E.* Kinetic Physics of the Solar Corona and Solar Wind // Living Rev. Sol. Phys. — 2006. — Vol. 3. — P. 1.

93. *Lui A. T. Y.*, *Yoon P. H.*, *Chang C.-L.* Quasi-linear analysis of ion Weibel instability in the Earth's neutral sheet // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 1993. — Jan. — Vol. 98, A1. — P. 153—163.

94. *Tzoufras M.* [et al.]. Space-Charge Effects in the Current-Filamentation or Weibel Instability // Physical Review Letters. — 2006. — Mar. — Vol. 96, no. 10.

95. *Hao B.*, *Sheng Z.-M.*, *Zhang J.* Kinetic theory on the current-filamentation instability in collisional plasmas // Physics of Plasmas. — 2008. — Aug. — Vol. 15, no. 8. — P. 082112.

96. *Moya P. S.* [et al.]. Comparing the Counter-beaming and Temperature Anisotropy Driven Aperiodic Electron Firehose Instabilities in Collisionless Plasma Environments // The Astrophysical Journal. — 2022. — Sept. — Vol. 937, no. 2. — P. 49.

97. *Treumann R. A.*, *Baumjohann W.* Collisionless magnetic reconnection in space plasmas // Frontiers in Physics. — 2013. — Vol. 1.

98. *Che H.*, *Goldstein M. L.* The origin of non-maxwellian solar wind electron velocity distribution function: connection to nanoflares in the solar corona // The Astrophysical Journal. — 2014. — Oct. — Vol. 795, no. 2. — P. L38.

99. *Che H.* Electron two-stream instability and its application in solar and heliophysics // Modern Physics Letters A. — 2016. — June. — Vol. 31, no. 19. — P. 1630018.

100. *Krasnoselskikh V.* [et al.]. Plasma Instability in Front of Ejected Energetic Electrons and Type III Solar Radio Bursts // The Astrophysical Journal. — 2025. — Sept. — Vol. 990, no. 2. — P. 100.

101. *Dudík J.* [et al.]. Nonequilibrium Processes in the Solar Corona, Transition Region, Flares, and Solar Wind (Invited Review) // Sol. Phys. — 2017. — Vol. 292, no. 8. — P. 100.

102. *Zaitsev V. V.*, *Stepanov A. V.* Acceleration and Storage of Energetic Electrons in Magnetic Loops in the Course of Electric Current Oscillations // Solar Physics. — 2017. — Vol. 292, no. 10.

103. *Nakamura R.* [et al.]. Multiscale Currents Observed by MMS in the Flow Braking Region // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2018. — Feb. — Vol. 123, no. 2. — P. 1260—1278.

104. *Srivastava A. K.* [et al.]. On the Observations of Rapid Forced Reconnection in the Solar Corona // The Astrophysical Journal. — 2019. — Dec. — Vol. 887, no. 2. — P. 137.

105. *Vedenov A. A.*, *Ryutov D. D.* // Reviews of Plasma Physics. — New York, 1975. — Vol. 6. — P. 1—76.

106. *Sagdeev R. Z.*, *Galeev A. A.* Current instabilities and anomalous resistivity of plasmas, in Basic Plasma Physics. — North-Holland Physics Publishing, Amsterdam, The Netherlands, 1984. — P. 271—303.

107. *Ivanov A.*, *T.K.Soboleva*, *P.N.Yushmanov.* Three-dimensional quasi-linear relaxation // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1975. — Vol. 42, no. 6. — P. 2023—2041.

108. *Appert K.*, *Tran T. M.*, *Vaclavik J.* Two-Dimensional Quasi-Linear Evolution of the Electron-Beam-Plasma Instability // Physical Review Letters. — 1976. — Aug. — Vol. 37, no. 9. — P. 502—504.

109. *Yi S.* [et al.]. Simulation and theory for two-dimensional beam-plasma instability // Physics of Plasmas. — 2010. — Dec. — Vol. 17, no. 12. — P. 122318.

110. *Bakunin O. G.* Quasilinear theory of plasma turbulence. Origins, ideas, and evolution of the method // Uspekhi Fizicheskih Nauk. — 2017. — Mar. — Vol. 188, no. 01. — P. 55—87.

111. *Sun H.* [et al.]. Physical regimes of electrostatic wave-wave nonlinear interactions generated by an electron beam propagating in a background plasma // Physical Review E. — 2022. — Sept. — Vol. 106, no. 3. — HR1.001.

112. *Ruyer C.* [et al.]. Growth of concomitant laser-driven collisionless and resistive electron filamentation instabilities over large spatiotemporal scales // Nature Physics. — 2020. — Vol. 16, no. 9. — P. 983—988.

113. *Zhang C.* [et al.]. Electron Weibel instability induced magnetic fields in optical-field ionized plasmas // Physics of Plasmas. — 2022. — Vol. 29, no. 6. — P. 062102.

114. *Bret A.*, *Firpo M.-C.*, *Deutsch C.* Collective electromagnetic modes for beam-plasma interaction in the whole K-space // Physical Review E. — 2004. — Oct. — Vol. 70, no. 4. — P. 046401.

115. *Dum C. T.*, *Nishikawa K.-I.* Two-dimensional simulation studies of the electron beam-plasma instability // Physics of Plasmas. — 1994. — June. — Vol. 1, no. 6. — P. 1821—1826.

116. *Kasaba Y.*, *Matsumoto H.*, *Omura Y.* One- and two-dimensional simulations of electron beam instability: Generation of electrostatic and electromagnetic 2fp waves // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2001. — Sept. — Vol. 106, A9. — P. 18693—18711.

117. *Gaelzer R.* [et al.]. Harmonic Langmuir waves. II. Turbulence spectrum // Physics of Plasmas. — 2003. — Feb. — Vol. 10, no. 2. — P. 373—381.

118. *Dieckmann M. E.* The filamentation instability driven by warm electron beams: statistics and electric field generation // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2009. — Vol. 51, no. 12. — P. 124042.

119. *Garasev M. A.* [et al.]. Weibel Instability and Deformation of an External Magnetic Field in the Region of Decay of a Strong Discontinuity in a Plasma with Hot Electrons // Geomagnetism and Aeronomy. — 2022. — June. — Vol. 62, no. 3. — P. 182—198.

120. *Lemons D. S.*, *Winske D.*, *Gary S. P.* Nonlinear theory of the Weibel instability // J. Plasma Phys. — 1979. — Vol. 21, no. 2. — P. 287—300.

121. *Ziebell L. F.*, *Gaelzer R.*, *Yoon P. H.* Dynamics of Langmuir wave decay in two dimensions // Physics of Plasmas. — 2008. — Mar. — Vol. 15, no. 3. — P. 032303.

122. *Schekochihin A.* Lectures on Kinetic Theory and Magnetohydrodynamics of Plasmas. — University of Oxford, 2026. — 358 p.

123. *Robinson P. A.*, *Willes A. J.*, *Cairns I. H.* Dynamics of Langmuir and ion-sound waves in type III solar radio sources // The Astrophysical Journal. — 1993. — May. — Vol. 408. — P. 720.

124. *Karlický M.*, *Nickeler D. H.*, *Bárta M.* Particle-in-cell simulations of return current in solar flares // Astronomy amp Astrophysics. — 2008. — May. — Vol. 486, no. 1. — P. 325—329.

125. *Treumann R. A.*, *Baumjohann W.* Spontaneous magnetic reconnection: Collisionless reconnection and its potential astrophysical relevance // The Astronomy and Astrophysics Review. — 2015. — Oct. — Vol. 23, no. 1.

126. *Zhang C.*, *Huang C.-K.*, *Joshi C.* Self-organization of photoionized plasmas via kinetic instabilities // Reviews of Modern Plasma Physics. — 2023. — Nov. — Vol. 7, no. 1. — P. 34.

127. *Mehlhaff J. M.* [et al.]. Collisionless Accretion of Finite-Angular-Momentum Plasma onto a Spinning Black Hole. — 2026.

128. *Sadovskii A. M.*, *Galeev A. A.* Quasilinear theory of the ion Weibel instability in the Earth's magnetospheric tail // Plasma Physics Reports. — 2001. — Vol. 27, no. 6. — P. 490—496.

129. *Webb G. M.* [et al.]. The BGK Boltzmann equation and anisotropic diffusion // International Cosmic Ray Conference. Vol. 8. — 08/2001. — P. 3326. — (International Cosmic Ray Conference).

130. *Lotov K. V.* [et al.]. Note on quantitatively correct simulations of the kinetic beam-plasma instability // Physics of Plasmas. — 2015. — Feb. — Vol. 22, no. 2.

131. *Jia Q.* [et al.]. Effects of the background plasma temperature on the current filamentation instability // Physics of Plasmas. — 2013. — Mar. — Vol. 20, no. 3. — P. 032113.

132. *Shukla N.* [et al.]. Conditions for the onset of the current filamentation instability in the laboratory // Journal of Plasma Physics. — 2018. — May. — Vol. 84, no. 3. — P. 905840302.

133. *Ouyang Y.*, *Zhu P.*, *Ng C.-S.* Asymptotic state of nonlinear Landau damping in one-dimensional plasma // Physics of Plasmas. — 2026. — Apr. — Vol. 33, no. 4.

134. *Fleishman G. D.*, *Toptygin I. N.* Cosmic Electrodynamics: Electrodynamics and Magnetic Hydrodynamics of Cosmic Plasmas. — Springer New York, 2013. — ISBN 9781461457824.

135. *Medvedev M. V.* Quasi-nonlinear approach to the Weibel instability. — 2017.

136. *Garasev M. A.*, *Derishev E. V.* Nonlinear Effects in the Weibel Instability // Radiophysics and Quantum Electronics. — 2018. — May. — Vol. 60, no. 12. — P. 931—941.

137. *Del Sarto D.*, *Ghizzo A.*, *Sarrat M.* Nonlinear coupling of electromagnetic and electrostatic modes via density and pressure fluctuations: The case of Weibel instabilities // Physics of Plasmas. — 2024. — Vol. 31, no. 7.

138. *Stockem A.*, *Dieckmann M. E.*, *Schlickeiser R.* PIC simulations of the temperature anisotropy-driven Weibel instability: analysing the perpendicular mode // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2010. — Vol. 52, no. 8. — P. 085009.

139. *Li X.*, *Habbal S. R.* Electron kinetic firehose instability // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2000. — Dec. — Vol. 105, A12. — P. 27377—27385.

140. *Lazar M.* [et al.]. The Electron Firehose and Ordinary-Mode Instabilities in Space Plasmas // Solar Physics. — 2013. — July. — Vol. 289, no. 1. — P. 369—378.

141. *Kato T. N.* Saturation mechanism of the Weibel instability in weakly magnetized plasmas // Phys. Plasmas. — 2005. — Vol. 12, no. 8. — P. 080705.

142. *Lazar M.* [et al.]. Temperature Anisotropy Instabilities Stimulated by the Solar Wind Suprathermal Populations // Front. Astron. Space Sci. — 2022. — Vol. 8. — P. 77559.

143. *Romanov D. V.* [et al.]. Self-Organization of a Plasma due to 3D Evolution of the Weibel Instability // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93, no. 21. — P. 215004.

144. *Alexandrov A.*, *Bogdankevich L.*, *Ruchkhadze A.* Principles of Plasma Electrodynamics. — Springer, 1984. — 488 p.

145. *Emelyanov N. A.*, *Kocharovsky V. V.* Weibel Instability in the Presence of an External Magnetic Field: Analytical Results // Radiophysics and Quantum Electronics. — 2024. — Feb. — Vol. 66, no. 9. — P. 664—678.

146. *Keenan B. D.*, *Medvedev M. V.* Particle transport and radiation production in sub-Larmor-scale electromagnetic turbulence // Physical Review E. — 2013. — July. — Vol. 88, no. 1. — P. 013103.

147. *Keenan B. D.*, *Ford A. L.*, *Medvedev M. V.* Transport of and radiation production by transrelativistic and nonrelativistic particles moving through sub-Larmor-scale electromagnetic turbulence // Physical Review E. — 2015. — Sept. — Vol. 92, no. 3.

148. *Emelyanov N. A.*, *Kocharovsky V. V.* Explosive Growth of Large-Scale Magnetic Fluctuations due to Particle Scattering on Developed Small-Scale Weibel Turbulence in a Magnetoactive Plasma // JETP Letters. — 2025. — July. — Vol. 122, no. 2. — P. 71—78.

149. *Deutsch C.* [et al.]. Interplay of collisions with quasilinear growth rates of relativistic electron-beam-driven instabilities in a superdense plasma // Physical Review E. — 2005. — Aug. — Vol. 72, no. 2.

150. *Bhatnagar P. L.*, *Gross E. P.*, *Krook M.* A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems // Physical Review. — 1954. — Maй. — Т. 94, № 3. — С. 511—525.

151. *Maksimovic M.* [et al.]. Radial evolution of the electron distribution functions in the fast solar wind between 0.3 and 1.5 AU // J. Geophys. Res.: Space Physics. — 2005. — Vol. 110, A9. — A09104.

152. *Vasyliunas V. M.* A survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with OGO 1 and OGO 3 // J. Geophys. Res. — 1968. — Vol. 73, no. 9. — P. 2839—2884.

153. *Shukla N.* [et al.]. Interplay between the Weibel instability and the Biermann battery in realistic laser-solid interactions // Phys. Rev. Research. — 2020. — Vol. 2, no. 2. — P. 023129.

154. *Livadiotis G.* Kappa Distributions: Theory and Applications in Plasmas. — Elsevier, 2017. — 738 p. — ISBN 978-0-12-804638-8.

155. *Echim M. M.*, *Lemaire J.*, *Lie-Svendsen Ø.* A Review on Solar Wind Modeling: Kinetic and Fluid Aspects // Surv. Geophys. — 2010. — Vol. 32, no. 1. — P. 1—70.

156. *Silva T.*, *Afeyan B.*, *Silva L. O.* Weibel instability beyond bi-Maxwellian anisotropy // Phys. Rev. E. — 2021. — Vol. 104, no. 3. — P. 035201.

157. *Pierrard V.*, *Lazar M.* Kappa Distributions: Theory and Applications in Space Plasmas // Sol. Phys. — 2010. — Vol. 267, no. 1. — P. 153—174.

158. *Garasev M. A.* [et al.]. Multiscale magnetic field structures in an expanding elongated plasma cloud with hot electrons subject to an external magnetic field // J. Plasma Phys. — 2022. — Vol. 88, issue 3. — P. 175880301.