На правах рукописи

Кузнецов Алексей Александрович

КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА КВАЗИМАГНИТОСТАТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В АНИЗОТРОПНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

Специальность 1.3.9 —
«Физика плазмы»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

Научный руководитель: Доктор физико-математических наук, академик РАН **Кочаровский Владимир Владиленович**

Официальные оппоненты: **Быченков Валерий Юрьевич,** доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник отделения квантовой радиофизики ФИАН (г. Москва)

Осипов Сергей Михайлович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории астрофизики высоких энергий ФТИ им. А.Ф. Иоффе (г. Санкт-Петербург)

Ведущая организация: Институт космических исследований Российской академии наук (г. Москва)

Защита диссертации состоится «14» декабря 2026 г. в 15.00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.238.01 при ИПФ РАН по адресу 603951, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПФ РАН: www.ipfran.ru

Автореферат разослан « » 2026 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.1.238.01, д-р физ.-мат. наук Абубакиров Эдуард Булатович

I. Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Работа посвящена фундаментальной проблеме филаментации электрических токов и развития квазимагнитостатической турбулентности в плазме с анизотропными распределениями частиц по скоростям и слабыми межчастичными столкновениями. Неизбежная для такой плазмы апериодическая неустойчивость вейбелевского или шлангового типа [1-2] приводит к формированию случайного мелкомасштабного магнитного поля. Это поле существенно изменяет кинетические свойства и динамику плазмы, даже если турбулентность является слабой, т.е. не содержит сильно нелинейных локализованных структур [3-6]. Согласно имеющимся наблюдениям и экспериментам, подобные анизотропные распределения частиц и обусловленная ими магнитная турбулентность характерны для многих переходных процессов в космической и лабораторной плазме и рассматриваются в связи с такими фундаментальными явлениями, как гамма-всплески [7], бесстолкновительные ударные волны [8-10], плазменные процессы в короне Солнца и межпланетной среде [11], нестационарные процессы в земной ионосфере и магнитосфере [12], нейтрино-плазменные взаимодействия [13] и структурирование кварк-глюонной плазмы [14], газовый разряд в СВЧ-диапазоне [15], оптический пробой [16], инерциальный управляемый термоядерный синтез [17] и генерация мегагауссовых магнитных полей при лазерно-плазменном взаимодействии [18-19].

В настоящее время доминирующим подходом в исследовании этой, так называемой вейбелевской (шланговой), турбулентности является численное моделирование с помощью метода частиц в ячейках. Расчеты с его использованием требуют больших вычислительных затрат и обычно сопровождаются высоким уровнем шумов в получаемых электрических токах и магнитных полях [6; 8; 20-22]. В то же время, в большинстве изученных случаев вейбелевская турбулентность является слабой, квазимагнитостатической и не сопровождается развитием значительных высокочастотных осцилляций или волн [6; 20-22]. Следовательно, анализ вейбелевской неустойчивости в квазилинейном приближении, в котором эволюция усредненной по пространству компоненты функции распределения частиц по скоростям определяется интегральным нелинейным действием всех мод (пространственных гармоник) вейбелевской турбулентности, может оказаться корректным и продуктивным [23-26]. Их медленно меняющиеся комплексные частоты задаются текущей формой этого распределения, т.е. динамика мод формально может считаться линейной.

Подобный квазилинейный подход является общим в теории волновой турбулентности и хорошо известен для высокочастотных волн — электромагнитных, плазменных, магнитогидродинамических [23; 27-34]. Однако в этих случаях диффузия частиц в пространстве ско-

ростей определяется в основном условием их фазового синхронизма с волной, которое отсутствует для апериодической неустойчивости вейбелевского типа, где взаимодействие частиц с квазимагнитостатическими полями имеет нерезонансный характер, и условия применимости и реализация квазилинейного подхода качественно изменяются. В контексте исходной вейбелевской неустойчивости токовых и магнитных структур, а не волн, существующая квазилинейная теория магнитной турбулентности разработана лишь в одномерной (1D2V) геометрии, причем для весьма ограниченной области параметров и без должного описания временной эволюции [23; 25]. Также существует полуаналитический квазилинейный подход, в котором одним из ключевых допущений является предположение о том, что на протяжении нелинейной эволюции изотропизация распределения частиц по скоростям реализуется с сохранением начальной формы распределения [26; 35-36], например, бимаксвелловской. В главах 1, 2 и 4 будет явно показано, что распределение частиц по скоростям на протяжении всей наблюдаемой нелинейной эволюции имеет существенно небимаксвелловский вид, а значит, применимость в рассмотренных случаях подхода, описанного в работах [26; 35-36], оказывается во многом ограничена.

В то же время существует ряд задач, в которых анализ квазимагнитостатической турбулентности с использованием квазилинейного описания может существенно прояснить особенности её эволюции. Одной из подобных фундаментальных задач является анализ формирования квазистационарных магнитных полей в анизотропной бесстолкновительной или слабостолкновительной плазме и согласованной с ними плазменной турбулентности. В частности, открытыми остаются вопросы об условиях генерации и пространственной структуре быстро эволюционирующего сильного магнитного поля и его корреляции с локальной анизотропией распределения электронов по скоростям, механизме их взаимосвязи, а также зависимости между макроскопическими кинетическими параметрами плазмы и параметрами формирующихся квазимагнитостатических полей. Вопросы формирования и эволюции квазистационарных магнитных полей в анизотропной плазме в присутствии внешнего магнитного поля до сих пор малоизучены: существующие результаты основываются на физически недостаточных двумерных (2D3V) расчетах [37-40] методом частиц в ячейках. Подробный анализ подобных задач крайне важен для современной физики лазерной плазмы и связанной с ней лабораторной астрофизики, где при абляции различных мишеней используются мощные фемтосекундные импульсы, позволяющие первоначально разогревать только электроны, но не ионы [18; 41-42].

Слабо освещена также проблема нелинейного взаимодействия волновой ленгмюровской и квазимагнитостатической турбулентности в бесстолкновительной плазме с пучком

заряженных частиц (система «плазма+пучок»), важная для анализа таких явлений, как формирование бесстолкновительных ударных волн и структур в аккреционных дисках и колонках, взаимопроникновение соседних облаков и потоков частиц звёздного ветра, развитие корональных выбросов массы и солнечных вспышек, нагрев плазмы и изменение её кинетических свойств при инжекции пучков высокоэнергичных частиц и др [4; 7; 9; 43; 44]. Имеющиеся выборочные работы в этом направлении исследований основаны преимущественно на расчетах методом частиц в ячейках, зачастую ограничиваются гидродинамическим режимом той или иной неустойчивости и по существу не касаются, а тем более не детализируют взаимное влияние ленгмюровской и вейбелевской турбулентности; ср., например, [25; 30; 38; 45] (при наличии внешнего магнитного поля см. также работы [39-40]). Так, в обзоре [45], являющемся, по-видимому, наиболее полным для задачи о взаимосвязи ленгмюровской и квазимагнитостатической турбулентностей в отсутствие внешнего магнитного поля, обсуждаются условия насыщения и возможные нелинейные локализованные структуры в турбулентности каждого типа, но не изучается влияние изменения функции распределения частиц под действием турбулентности одного типа на развитие другой, хотя и упоминается возможность их последовательного развития.

Совершенно не изученными являются нелинейные свойства вейбелевской неустойчивости и формируемой ей квазимагнитостатической турбулентности, возникающими в плазме с немаксвелловскими распределениями частиц по скоростям.Вместе с тем неравновесной плазме, частицы которой испытали стохастическое ускорение под действием того или иного широкополосного электромагнитного излучения, например, в звёздном ветре или различных ударных волнах, свойственны распределения с надтепловым высокоэнергетическим «хвостом», который может быть адекватно описан каппа-распределениями [46-47]. Поэтому представляет интерес уровень насыщения возникающей мелкомасштабной вейбелевской (шланговой) турбулентности и возможные нелинейные эффекты в ней для различных распределений частиц по скоростям и различных крупномасштабных магнитных полей, обычно имеющихся в плазме. В частности, как будет показано в диссертации, наличие относительно небольшого внешнего однородного магнитного поля может существенно менять эволюцию магнитной турбулентности вследствие накапливающихся нелинейных эффектов резонансного и нерезонансного взаимодействия вейбелевских (шланговых) мод.

Общей **целью** диссертационной работы является построение приближенной теории магнитной турбулентности на основе квазилинейного подхода, разработка оригинальных компьютерных программ для его реализации и использование полученных результатов численного моделирования с помощью созданных программ и с помощью известной программы

метода частиц в ячейках EPOCH для установления свойств этой турбулентности, прежде всего спектральных и нелинейных, и создания ясной физической картины эволюции её пространственного спектра в однородной бесстолкновительной нерелятивистской плазме при различных начальных анизотропных распределениях частиц по скоростям и различных значениях внешнего однородного магнитного поля.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Аналитическая разработка альтернативного описания квазимагнитостатической турбулентности при помощи приближенных квазилинейных уравнений для широкого ансамбля пространственных гармоник (мод) слабостолкновительной магнитоактивной плазмы с произвольным начальным распределением частиц по скоростям.

2. Построение оригинальных численных программ для эффективного решения квазилинейных уравнений в пространственно двумерных задачах с учетом всех трех компонент скорости частиц, их столкновений, а также внешнего магнитного поля.

3. Сопоставление полученных таким образом результатов с результатами дву- и трехмерных расчетов методом частиц в ячейках, проведенных в той же постановке задачи, и анализ сходства и отличий в них, прежде всего, по отношению к проявлению резонансного трех- и четырехволнового взаимодействия мод в динамике среднеквадратичного магнитного поля, параметра анизотропии плазмы, характерного волнового числа турбулентности и её спектра в целом, в том числе в зависимости от величины внешнего магнитного поля.

4. Выяснение влияния внешнего магнитного поля и возможного развития пучковой неустойчивости ленгмюровских волн (при наличии пучка электронов в плазме) на динамику и нелинейные свойства магнитной турбулентности (вейбелевского или шлангового типа), в частности, на

(a) её плотность энергии, т.е. на величину среднего квадрата насыщающего неустойчивость мелкомасштабного магнитного поля,

(b) долговременную эволюцию среднеквадратичного магнитного поля и параметра анизотропии плазмы,

(c) законы роста/спадания пространственных гармоник (мод) турбулентности и их нелинейное (резонансное) взаимодействие,

(d) форму пространственно усредненной самосогласованной функции распределения частиц по скоростям, в том числе в зависимости от начальной анизотропии.

5. Демонстрация возможности согласованного квазилинейного описания эволюции апериодической вейбелевской и волновой ленгмюровской турбулентности и изучение их взаимного влияния в теплой плазме с пучковыми распределениями частиц по скоростям.

6. Изучение зависимости квадрата насыщающего магнитного поля и автомодельных эволюционных свойств вейбелевской турбулентности от вида функции распределения частиц по скоростям и величины её начальной анизотропии на примере сравнения бимаксвелловкого и би-каппа распределений, имеющих сходные параметры.

7. Обобщение построенных квазилинейных уравнений теории квазимагнитостатической турбулентности в бесстолкновительной анизотропной магнитоактивной плазме путем введения эффективных аномальных столкновений частиц в БГК-приближении (или тау-приближении) для учета нелинейного нерезонансного рассеяния частиц на согласованном мелкомасштабном магнитном поле; оценка пределов применимости этой теории.

Научная новизна: В диссертационной работе разработан оригинальный квазилинейный численный подход к описанию эволюции квазимагнитостатической турбулентности и соответствующей деформации функции распределения частиц по скоростям, использующий приближение слабо нелинейной турбулентности, т.е. слабого взаимодействия её пространственных гармоник (мод). Этот подход и развитые с его помощью представления о магнитной турбулентности вейбелевского и шлангового типа являются универсальными, т.е. применимы к различным исходным функциям распределения частиц по скоростям, включая не только бимаксвелловские, но и бикаппа-, комбинированные пучковые, неосесимметричные и другие распределения, представляющие интерес для различных задач физики космической и лазерной плазмы, в том числе находящейся во внешнем магнитном поле.

Посредством совместного анализа результатов оригинального квазилинейного моделирования и стандартного для подобных задач моделирования методом частиц в ячейках оценена область применимости разработанного квазилинейного подхода, а значит, доминирования интегрального нелинейного взаимодействия между модами, а также получен ряд неизвестных ранее зависимостей между характеристиками квазимагнитостатической турбулентности для магнитоактивной плазмы с различными параметрами. Кроме того, выявлены условия возникновения и основные проявления резонансного трёх- и четырехволнового взаимодействия мод, выходящие за рамки квазилинейного приближения. Проведен учет и указаны следствия нелинейного нерезонансного рассеяния частиц согласованной магнитной турбулентностью на основе введения их эффективных аномальных столкновений в построенные квазилинейные уравнения с использованием БГК-приближения.

Установлены новые закономерности эволюции пространственного спектра вейбелевской и шланговой турбулентности, в том числе её автомодельный характер при достаточно слабом внешнем магнитном поле и отсутствие в динамике спектра степенных пространственно-временных зависимостей при более сильном внешнем поле, существенно влияющем

на дисперсионные свойства мод. Найдены четыре типа характерной временной эволюции амплитуд различных мод развивающейся турбулентности и для ряда типичных мод продемонстрированы последовательные переходы между экспоненциальным, сверхбыстрым, степенным и осцилляторным поведением. Показана возможность взаимного влияния апериодической вейбелевской и волновой ленгмюровской турбулентности в системе «плазма+пучок», включая значительное подавление одной турбулентности другой.

Практическая значимость: Научная значимость работы состоит, во-первых, в расширении квазилинейной теории с известного случая волновой (высокочастотной) неустойчивости на нетривиальный случай не волновой, а по существу апериодической неустойчивости, ведущей к мелкомасштабной филаментации токов в плазме, и, во-вторых, в возможности непосредственного применении этой теории к задачам физики магнитной турбулентности в лазерной плазме, получаемой абляцией мишеней фемтосекундными оптическими импульсами, и в космической плазме, формируемой вспышечными процессами в магнитосферах планет и экзопланет, в коронах Солнца и звезд поздних спектральных классов, в идущем от них звездном ветре и в других астрофизических условиях.

Теоретическая значимость состоит в установлении и предсказании закономерностей формирования и нелинейной эволюции квазимагнитостатической турбулентности и её пространственного спектра для широкой области параметров бесстолкновительной плазмы с анизотропным распределением частиц по скоростям и не слишком сильным внешним магнитным поле, не подавляющем апериодическую шланговую неустойчивость. Практическая значимость обусловлена проведенным адекватным описанием целого ряда явлений в магнитной турбулентности, характерной для широкого круга ситуаций в бесстолкновительной плазме, как астрофизической, так и лабораторной.

Основным методом исследования является аналитическое построение, на основе самосогласованных уравнений Власова–Максвелла [2; 48], и численное решение оригинальных квазилинейных уравнений двумерной (2D3V) эволюции магнитной турбулентности [49-50], получаемое методом Стёрмера-Верле (Leapfrog) [51]. С целью как верификации полученных решений, так и выявления и анализа их отличий от решений дву- и трехмерных уравнений Власова-Максвелла выполнялось соответствующее квазилинейному расчету численное моделирование методом частиц в ячейках при помощи кода EPOCH [52]. Сравнение и анализ свойств найденных численных решений велись с использованием метода дисперсионных уравнений, разложения по нелинейно эволюционирующим гармоникам, параметрического представления функций, усреднения по азимутальному углу (в задачах с цилиндрической симметрией) и других методов современной теоретической физики. Интерпретация установ-

ленных закономерностей осуществлялась путем качественной оценки роли обуславливающих их физических факторов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В начальной постановке одномерной и аксиально симметричной двумерной задач для первоначально бимаксвелловской бесстолкновительной плазмы с наибольшей температурой вдоль достаточно слабого внешнего магнитного поля квазилинейная динамика пространственных мод квазимагнитостатической турбулентности и распределения заряженных частиц по скоростям является определяющей на долговременной стадии нелинейной эволюции, многократно превышающей по длительности время насыщения исходной апериодической неустойчивости.

2. В отличие от одномерной, в двумерной и тем более трехмерной подобных задачах динамика спектра вейбелевской и шланговой турбулентности в умеренном внешнем магнитном поле оказывается быстрее и выражается ярче благодаря дополнению квазилинейных эффектов резонансным трех- и четырехволновым взаимодействием мод, а также нелинейным рассеянием частиц на согласованном мелкомасштабном магнитном поле. Указанное рассеяние в значительной мере может быть учтено введением аномальных столкновений частиц в квазилинейные уравнения, однако в достаточно сильном внешнем поле, обеспечивающем доминирование наклонных мод над поперечными, резонансные межмодовые взаимодействия во многом играют ведущую роль и нарушают квазилинейное приближение.

3. Плавная в целом квазилинейная эволюция спектра турбулентности как большого случайного набора изначально апериодических вейбелевских или шланговых мод складывается из колебательного поведения почти всех мод, наступающего практически сразу после насыщения неустойчивости благодаря выполаживанию и небимаксвелловской форме распределения частиц по скоростям, что неизбежно приводит к появлению действительных частот мод, превышающих величину их инкрементов или декрементов.

4. В начальной трехмерной задаче для не сильно замагниченной бимаксвелловской плазмы возможна не только четырехволновая генерация смешанных мод и трехволновая генерации поперечных TE-мод, но и генерация наклонных к оси анизотропии TM-мод, что, в частности, ускоряет затухание магнитной турбулентности в сравнении с аксиально симметричной двумерной задачей, хотя в целом и сохраняет квазилинейный сценарий эволюции спектра мод. В достаточно сильно замагниченной плазме, где апериодическая неустойчивость поперечных мод подавлена, трехволновое взаимодействие наклонных мод после насыщения их роста приводит к возбуждению почти поперечных к оси анизотропии линейно устойчивых мод, а также мод с продольными компонентами волнового вектора, примерно

кратными продольной компоненте первоначально наиболее неустойчивой моды. Эти и другие нелинейные межмодовые взаимодействия по мере эволюции шланговой турбулентности смещают диапазон энергонесущих мод в область малых волновых чисел, недоступную квазилинейному сценарию.

5. Согласно развитому квазилинейному описанию двух разномасштабных видов турбулентности в системе «плазма+пучок» — вейбелевской и ленгмюровской, первая, т.е. турбулентность магнитного поля, может значительно деформировать резонансную с ленгмюровскими волнами область распределения частиц по скоростям, существенно влияя тем самым на формирование и особенно затухание ленгмюровской турбулентности. В свою очередь, вторая, т.е. турбулентность электрического поля, способна существенно изотропизовать распределение частиц по скоростям, а следовательно, изменить инкременты, характер эволюции и уровень насыщения гармоник вейбелевской турбулентности.

6. Для небольших по сравнению с единицей параметров анизотропии незамагниченной плазмы квазилинейное моделирование обладает преимуществами по сравнению с моделированием методом частиц в ячейках и, в частности, показывает, что величина возникающего турбулентного магнитного поля, насыщающего неустойчивость вейбелевского типа, существенно зависит от параметра каппа продакт-бикаппа распределения частиц, т. е. его энергетического профиля, и значительно отличается от величины насыщающего поля для аналогичных би-каппа и бимаксвелловского распределений, примерно пропорциональной квадрату параметра анизотропии.

Достоверность Проведенные исследования опираются на известные физические модели, широко используемые при изучении квазистационарных процессов в слабостолкновительной плазме и основанные на классических уравнениях Власова–Максвелла, а также на ряде общетеоретических методов, имеющих строгое математическое обоснование: теории возмущений, спектральном разложении, корреляционном анализе, усреднении по второстепенным флуктуациям и других верифицированных инструментах исследования случайных полей. Полученные аналитические оценки и результаты численного моделирования согласованы с экспериментальными данными и теоретическими результатами известных работ других авторов в общей области применимости использованных тех или иных подходов. Предложенная интерпретация рассмотренных турбулентных явлений в неравновесной магнитоактивной плазме обоснована их качественным физическим анализом.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих всероссийских и международных конференциях и научных школах: International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics» (Н. Новгород, 2024 г.), XVIII–XXI научные школы «Нели-

нейные волны» (Н. Новгород, 2018–2024 г.), «Всероссийская астрономическая конференция - 2024» (Нижний Архыз, 2024 г.), International Conference «Shilnikov Workshop» (Н.Новгород, 2023 г.), «Лазерные, плазменные исследования и технологии» ЛаПлаз-2023 (Москва, 2023 г.), 17 - 21 конференции «Физика плазмы в Солнечной системе» (Москва, 2022–2026 г.), COSPAR 2022, 44th Scientific Assembly (Афины, Греция, 2022 г.), XXXI International Astronomical Union General Assembly (Пусан, Республика Корея, 2022 г.), 37th European Conference on Laser Interaction with Matter (Лиссабон, Португалия, 2024 г.).

Всего по теме диссертации опубликовано 5 статей в рецензируемых журналах [A1-A5], из них 5 — в журналах, рекомендованных ВАК для публикации основных материалов, более 13 тезисов докладов в сборниках трудов конференций.

Личный вклад. Все основные теоретические результаты, изложенные в диссертации, получены лично автором либо при его непосредственном участии. Аналитический вывод квазилинейных уравнений эволюции магнитной турбулентности и численные программы для их решения разработаны лично автором [49-50]. Решение этих уравнений на суперкомпьютере и количественная обработка их результатов тоже проводились лично автором. Постановка начальных задач для моделирования осуществлялась автором при консультативной поддержке со стороны научного руководителя, компьютерные расчеты методом частиц в ячейках – при консультативной поддержке со стороны Гарасёва М.А., анализ мод магнитоактивной анизотропной бимаксвелловской плазмы в линейном приближении – при консультативной поддержке со стороны Емельянова Н.А., теоретический анализ результатов расчетов – при консультативной поддержке со стороны научного руководителя.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 152 страницы, включая 53 рисунка. Список литературы содержит 158 наименований.

II. Основное содержание диссертационного исследования

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в~рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по~изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы. В последующих главах сначала описывается и подробно обосновывается используемая для получения последующих результатов система интегро-дифференциальных уравнений в квазилинейном приближении.

Далее **в главах 1, 2 и 4** на основании численного решения этой системы и его сравнения с результатами моделирования методом частиц в ячейках выполнен анализ эволюции одно-, дву- и трехмерной эволюции квазимагнитостатической турбулентности незамагни-

ченной и сравнительно слабо замагниченной плазмы. В дополнение к этому в **главе 3** проанализирована совместная эволюция вейбелевской и ленгмюровской турбулентности, а в **главе 5** изучена зависимость уровня насыщения вейбелевской неустойчивости от энергетического профиля начального распределения частиц по скоростям. Созданные компьютерные программы представлены в открытом доступе [49-50].

В **первой главе** разработан и обоснован квазилинейный численный подход к описанию эволюции вейбелевской ТЕМ-турбулентности и соответствующей деформации функции распределения частиц, использующий приближение слабой нелинейной турбулентности, т.е. слабого взаимодействия ее пространственных мод (гармоник). Этот подход и развитые с его помощью представления о квазимагнитостатической турбулентности являются универсальными, т.е. применимы к различным исходным функциям распределения частиц по скоростям, включая не только бимаксвелловские, но и бикаппа-, комбинированные пучковые, не осесимметричные и другие распределения, представляющие интерес в различных ситуациях в плазме, включая наличие внешнего магнитного поля. В развиваемом численном квазилинейном подходе функция распределения частиц и электрическое и магнитное поля представлены в виде сумм пространственных мод (гармоник), удовлетворяющих самосогласованным квазилинейным уравнениям, в которых все нелинейные явления обусловлены совместным действием мод на форму средней по пространству функции распределения частиц по скоростям. Последняя определяет текущие значения инкрементов (декрементов) и, возможно, действительных частот всех рассматриваемых мод, в остальном эволюционирующих независимо [A1].

В **разделе 1.1** изложена одномерная постановка задачи, а также обсуждается недостаточность существующих работ, посвященных квазилинейному описанию одномерной квазимагнитостатической турбулентности [24-26; 34]. Последовательное обоснование и схема решения квазилинейных уравнений поясняется в **разделе 1.2** на примере одномерной задачи для дискретных мод с коллинеарными волновыми векторами, имеющими только компоненты k_x. Для проверки корректности квазилинейного приближения выполнено исчерпывающее сравнение результатов эволюции амплитуды магнитного поля и параметра анизотропии в этом приближении с их эволюцией в системе, учитывающей нелинейные взаимодействия в следующем порядке малости (трех- и четырехволновое), а также с результатами полностью нелинейного моделирования методом частиц в ячейках. Верификация была выполнена в наиболее опасных для корректности квазилинейного приближения предельных одно- и двумодовых случаях. Далее динамика одномерной вейбелевской турбулентности, полученная в

рамках этого подхода для слабоанизотропной изначально бимаксвелловской плазмы, проанализирована в **разделе 1.3**.

В **разделе 1.4** проведено сравнение с результатами известной аналитической теории [25]. В одномерной задаче полученные решения квазилинейных уравнений качественно согласуются с результатами имеющейся аналитической теории в пределах её применимости, т.е. в основном в слабо анизотропном пределе, и позволяют анализировать недоступную ей динамику спектра турбулентности, в том числе в сильно анизотропной плазме. Этот сильно анизотропный предел подробнее исследован в **разделе 1.5**. В итоге, общий сценарий эволюции спектра вейбелевской турбулентности, который по существу можно назвать квазилинейным, в рассмотренном одномерном случае представляется следующим. При небольшом уровне начальных шумов на линейной стадии неустойчивости анизотропной плазмы происходит экспоненциальный, апериодический рост мод в довольно широком интервале волновых чисел, для которых инкремент не сильно меньше максимального. К моменту насыщения роста среднеквадратичного магнитного поля профиль спектра, как правило, значительно сужается и центральная группа его мод, следуя квазилинейной динамике и деформируя среднюю по пространству форму этой функции, начинает существенно уменьшать средний параметр анизотропии и инкремент всех мод, причем для указанных центральных мод последний становится даже отрицательным. В результате коротковолновое крыло спектра постепенно затухает, а длинноволновое продолжает расти, причем там темп роста амплитуд мод почти сразу после момента насыщения становится примерно степенным (вместо экспоненциального или нелинейно индуцированного).

Во **второй главе** выполнено обобщение квазилинейной системы уравнений на случай двумерной аксиально-симметричной ТЕМ-вейбелевской турбулентности. Детальный анализ результатов численных решений этой системы уравнений как при низкой, так и при высокой начальной анизотропии изложен в **разделе 2.2**. **Раздел 2.3** посвящен сравнению этих результатов с результатами полностью нелинейных расчетов методом частиц в ячейках. В **разделе 2.4** сделаны выводы о пределах применимости квазилинейного описания. Проведенные расчеты, в том числе и для не представленных в данной главе параметров анизотропии A_0, показывают, что общий сценарий эволюции вейбелевской турбулентности в двумерной задаче аналогичен одномерной. Тем не менее, были выявлены следующие существенные различия эволюции спектра вейбелевской турбулентности в одномерной и аксиально симметричной двумерной задачах при одинаковых начальных условиях. Во-первых, более богатый двумерный спектр развитых мод обеспечивает более гладкую и сильную модификацию исходной функции распределения электронов по скоростям, а следовательно, более значительные

уменьшение параметра анизотропии и увеличение магнитной энергии турбулентности. Во-вторых, в двумерном случае автомодельный характер эволюции спектра выражен более явно, а формирование его степенных крыльев и смещение его максимума в длинноволновую сторону происходят быстрее. В-третьих, динамика отдельных мод в двумерной задаче, естественно, оказывается более сложной и многообразной, хотя в общем случае и включает в себя те же основные стадии, что и в одномерной задаче.

В **третьей главе** на ряде примеров распределения частиц по скоростям “плазма+пучок” предпринято детальное изучение квазилинейного механизма взаимного влияния вейбелевской и двухпотоковой неустойчивостей для кинетического режима их нарастания, насыщения и последующей релаксации сформировавшейся слабой турбулентности. Проанализировано, как каждое из турбулентных полей — в основном электрическое или магнитное для двухпотоковой или филаментационной неустойчивостей соответственно — изменяет общую среднюю по пространству функцию распределения частиц (электронов) по скоростям и тем самым модифицирует ход сопутствующей неустойчивости [A5]. Как и в предыдущих главах, в подобном квазилинейном подходе [24-26; 35; A1; A2; 53-57] каждая мода турбулентности эволюционирует локально во времени согласно её инкременту (декременту), вычисляемому в линейном приближении с использованием указанной мгновенной функции распределения частиц.

Квазилинейная система уравнений, используемая для моделирования, представлена в **разделе 3.2**. В **разделе 3.3** показано, что если скорость пучка хотя бы в несколько раз превышает тепловую, то в типичных условиях даже при относительно небольшой концентрации пучка инкремент плазменных волн значительно превосходит инкремент филаментационной неустойчивости и поэтому ленгмюровская турбулентность коротковолновых квази-электростатических полей формируется намного раньше вейбелевской турбулентности более длинноволновых квази-магнитостатических токов. В этом случае, как показывают квазилинейные расчеты, ленгмюровская турбулентность, выполаживающая функцию распределения электронов по скоростям в области между пучком и фоновой плазмой, может заметно уменьшить величину параметра анизотропии A общего распределения электронов по скоростям, а следовательно, замедлить экспоненциальный рост филаментационных мод, понизить уровень их насыщения в ходе дальнейшего развития неустойчивости и изменить эволюцию спектра. Однако ленгмюровская турбулентность не способна подавить филаментацию токов и развитие вейбелевской турбулентности из-за анизотропного распределения электронов при наличии пучка, даже несмотря на то что для неё в широкой области параметров результиру-

ющая энергия появляющегося магнитного поля обычно значительно, как правило многократно, меньше энергии квази-электростатического поля ленгмюровской турбулентности.

В **разделе 3.4** установлено, что если направленная скорость пучка не намного превышает тепловую скорость, примерно вдвое или менее, то при относительно небольшой концентрации пучка инкремент ленгмюровских мод оказывается меньше или порядка инкремента филаментационных, так что ленгмюровская турбулентность даже не успевает развиться до уровня собственного насыщения и довольно быстро подавляется нарастающей магнитной турбулентностью, энергия которой обычно намного превышает энергию ленгмюровской турбулентности. Это происходит во многом благодаря квазилинейному эффекту деформации и сглаживания функции распределения электронов в той области скоростей, где имеет место их резонанс с ленгмюровскими волнами.

Четвертая глава посвящена анализу влияния внешнего однородного магнитного поля на нелинейную динамику турбулентности вейбелевского типа [А3-А4]. С использованием численного метода частиц в ячейках **(разделы 4.4 — 4.10)** и дополненного нелинейным столкновительным слагаемым в БГК-приближении квазилинейного подхода **(раздел 4.11)** показано, что наличие относительно небольшого внешнего однородного магнитного поля может существенно менять эволюцию магнитной турбулентности вследствие накапливающихся нелинейных эффектов резонансного и нерезонансного взаимодействия её мод. Постановка задачи изложена в **разделе 4.2**. Краткий обзор основных результатов линейной теории апериодической шланговой/вейбелевской неустойчивости в присутствии внешнего магнитного поля и без него приведен в **разделе 4.3**. Особенности выполненного численного моделирования методом частиц в ячейках нелинейной динамики указаны в **разделе 4.4**.

В **разделах 4.5 — 4.10** дан сравнительный анализ изменения эволюции распределения электронов по скоростям, среднеквадратичного магнитного поля, его спектра в целом и отдельных гармоник в частности с увеличением внешнего магнитного поля от малого до почти подавляющего неустойчивость (для представительного диапазона величин начальной анизотропии распределения частиц по скоростям). Основное внимание уделяется описанию нелинейных процессов, в частности, трех- и четырехволнового взаимодействия между модами. В **разделе 4.11** разработан способ эффективного учёта слабых межмодовых взаимодействий посредством ввода в кинетическое уравнение аномальных столкновений электронов в рамках квазилинейного подхода, развитого ранее в **главах 1** и **2**.

В результате установлено, что с ростом величины внешнего магнитного поля растут разнообразие и глубина происходящих нелинейных явлений. В его отсутствие нелинейные явления сводятся к не сильно влияющим на форму спектра трехволновой генерации ТЕ-мод

и четырехволновой генерации смешанных мод, прежде всего более поперечных, но также и весьма наклонных, которые в присутствии внешнего магнитного поля допускают больше вариантов продолжительного резонансного нелинейного взаимодействия, пусть менее эффективного. При наложении умеренного магнитного поля, равного, например, $b_{ext}=0.4$ в единицах обратного квадратного корня из плазменного бета-параметра, на плазму с начальной анизотропией $A_0=10$ именно вследствие нелинейного взаимодействия мод становится возможным и реализуется смещение спектра в длинноволновую, линейно устойчивую область волновых чисел. Такой эффект объясняется влиянием аномального (нелинейного) рассеяния электронов, которое играет роль эффективных межчастичных столкновений, как известно, расширяющих область линейной апериодической неустойчивости мод в длинноволновую сторону [58]. Кроме того, за счет наклонных мод спектр волновых чисел становится значительно шире вдоль оси анизотропии, т.е. вдоль внешнего магнитного поля, степенная форма длинноволнового крыла спектра более не выявляется, а в коротковолновой области по-прежнему наблюдается (в указанном примере – с показателем в пределах от -4 до -6).

При большем внешнем магнитном поле $b_{ext}=0.60$, подавляющем линейный рост поперечных мод вейбелевского типа, в дополнение к ранее описанным явлениям в проведенных трехмерных расчетах обнаруживается ярко выраженная нелинейная генерация этих поперечных мод. В то же время на протяжении всей наблюдаемой эволюции основными энергонесущими модами остаются наклонные и у спектра отсутствуют автомодельные свойства. Наконец, при ещё большем внешнем магнитном поле $b_{ext}=0.72$ вследствие нелинейных взаимодействий сильно наклонных мод, волновые векторы которых ориентированы под небольшими углами к оси анизотропии, спектр приобретает гребенчатую форму с несколькими локальными максимумами, положение которых управляется наиболее энергонесущей наклонной модой.

В **пятой главе** с целью анализа насыщения развивающейся ТМ-вейбелевской неустойчивости применяется квазилинейный подход, разработанный в предыдущих главах, в случаях начального бикаппа- или продакт-бикаппа- распределений частиц по скоростям. В **разделах 5.2 и 5.3** соответственно каждому из указанных распределений приведены основные результаты расчетов, касающиеся зависимости насыщающего магнитного поля вейбелевской турбулентности от начальной анизотропии плазмы и от основного параметра к энергетического каппа-распределения. Показано, что для бикаппа- и бимаксвелловской функций распределения зависимости уровня насыщения от анизотропии близки, тогда как для продакт-бикаппа-распределений при $A<0.3$ наблюдаются значительные различия, что свиде-

тельствует о чувствительности нелинейной стадии к конкретному виду высокоэнергетического хвоста функции распределения.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Развит спектральный квазилинейный подход к задачам о развитии одномерной, аксиально симметричной двумерной ТЕМ- и двумерной ТМ-вейбелевской (шланговой) неустойчивости в анизотропной слабо замагниченной бесстолкновительной плазме с холодными ионами, учитывающий только интегральное нелинейное взаимодействие мод (пространственных гармоник) посредством их совместного изменения среднего по пространству распределения электронов по скоростям. Получена замкнутая система уравнений для эволюции взаимодействующих пространственных гармоник возмущений функции распределения электронов и магнитного поля для одномерного случая и обоих двумерных случаев. Дано описание аксиально симметричной двумерной ТЕМ-вейбелевской турбулентности, когда ось анизотропии этой функции, волновой вектор мод и их магнитное поле взаимно ортогональны друг к другу, и двумерной ТМ-вейбелевской турбулентности, когда ось анизотропии плазмы и волновые векторы гармоник, а также векторы электрического поля в них лежат в одной плоскости расчета.

2. С помощью метода Стёрмера –Верле (Leapfrog) в указанных одномерном и обоих двумерных случаях разработана программа для получения численных решений соответствующей квазилинейной системы кинетических уравнений. Проведено сравнение целого ряда полученных решений этих уравнений с имеющимися результатами одномерной аналитической квазилинейной теории в области её применимости и с результатами моделирования методом частиц в ячейках, учитывающим также резонансное трех- и четырехволновое взаимодействие турбулентных мод и нелинейное нерезонансное рассеяние электронов на согласованной турбулентности.

3. Установлено, что в начальной постановке одномерной и аксиальносимметричной двумерной задачи для бимаксвелловской слабо замагниченной плазмы квазилинейные явления оказываются определяющими на весьма длительной стадии нелинейного развития квазимагнитостатической турбулентности. Выяснен общий сценарий эволюции её пространственного спектра: (а) экспоненциальный, апериодический рост мод на линейной стадии неустойчивости; (б) значительное сужение профиля спектра и понижение инкремента всех мод, вплоть до небольших отрицательных значений для центральной группы энергонесущих мод, к моменту насыщения роста среднеквадратичного магнитного поля; (в) переход к степенному затуханию мод коротковолнового крыла спектра и степенному нарастанию мод длинно-

волнового крыла после этапа насыщения; (г) формирование степенных профилей коротковолнового и длинноволнового крыльев спектра, в котором более длинноволновые моды нарастают медленнее менее длинноволновых, и систематическое почти автомодельное смещение всего профиля в длинноволновую сторону с постепенным уменьшением максимума амплитуд мод. Показано, что на последней, долговременной стадии волновое число, отвечающее данному максимуму, уменьшается обратно пропорционально времени в небольшой степени (для аксиально симметричной турбулентности при достаточно сильной начальной анизотропии плазмы — приблизительно обратно пропорционально корню квадратному от времени).

4. С использованием трехмерного моделирования методом частиц в ячейках исследовано развитие турбулентности, обусловленной апериодической электронной неустойчивостью вейбелевского и/или шлангового типа в анизотропной магнитоактивной бесстолкновительной плазме с аксиально симметричным распределением электронов по скоростям. Рассмотрена начальная задача для бимаксвелловского распределения с осью наибольшей температуры, направленной вдоль заданного однородного магнитного поля. Установлены интегральные, спектральные и динамические свойства формирующегося турбулентного магнитного поля, включая законы нарастания и затухания отдельных пространственных гармоник (мод), зависящие от величины внешнего магнитного поля. Прослежена нелинейная эволюция спектра вейбелевской/шланговой турбулентности в условиях эффективного трех- и четырехволнового взаимодействия мод, конкурирующего с их квазилинейным взаимодействием, с учетом как поперечных, так и наклонных мод. Показано, что квазилинейное описание спектральной динамики подобной турбулентности является корректным только при достаточно слабом внешнем магнитном поле.

5. Посредством сравнения результатов квазилинейного моделирования и моделирования методом частиц в ячейках, учитывающего резонансное и нерезонансное нелинейное взаимодействие мод, в слабозамагниченной плазме выявлена трехволновая генерация наклонных мод и ТЕ-мод, а в достаточно замагниченной плазме — трех- и четырехволновая генерация почти поперечных ТМ-мод, устойчивых в квазилинейном приближении. В двумерных расчетах наблюдалась генерация мод с волновыми векторами, удвоенными в сравнении с векторами наиболее неустойчивых мод, а в трехмерных расчетах — генерация гармоник с проекциями волнового вектора на ось анизотропии, удвоенными в сравнении с соответствующей проекцией волнового вектора наиболее неустойчивой моды.

6. С целью эффективного учета нерезонансных взаимодействий мод в квазилинейные уравнения в рамках БГК-приближения введена частота аномальных столкновений электро-

нов, оцененная согласно известным свойствам их рассеяния на согласованном турбулентном магнитном поле. Показано, что в слабо замагниченной плазме существует значительный промежуток эволюции квазимагнитостатической турбулентности, на протяжении которого спектр последней может быть корректно получен из квазилинейного моделирования с аномальными столкновениями.

7. Проведен анализ совместного развития двухпотоковой (ленгмюровской) и филаментационной (вейбелевской) кинетических неустойчивостей в плазме с пучком электронов на основе разработанного квазилинейного подхода, который одновременно учитывает интегральное нелинейное взаимодействие ленгмюровских и вейбелевских мод,обусловленное изменением средней по пространству функции распределения электронов по скоростям. В рамках начальной двумерной задачи для ряда параметров плазмы и пучка проведено численное исследование эволюции спектров ленгмюровской (плазменной) и вейбелевской (магнитной) турбулентности. Установлено, что развивающаяся вейбелевская турбулентность магнитного поля может значительно деформировать резонансную с ленгмюровскими волнами область распределения частиц по скоростям, существенно влияя тем самым на формирование и особенно затухание ленгмюровской турбулентности. Ленгмюровская турбулентность электрического поля, в свою очередь, способна существенно изотропизовать распределение частиц по скоростям, а следовательно, изменить инкременты, характер эволюции и уровень насыщения гармоник вейбелевской турбулентности. Найдены характерные особенности совместной динамики обоих турбулентных спектров и указаны необходимые условия их взаимовлияния.

8. На основе численного решения квазилинейных уравнений, описывающих ТМ-вейбелевскую турбулентность незамагниченной анизотропной плазмы, найдена зависимость насыщающего среднеквадратичного магнитного поля от начальной анизотропии бимаксвелловского и различных бикаппа-распределений электронов по скоростям. Показано, что для небольших по сравнению с единицей параметров анизотропии значение насыщающего поля зависит от параметра каппа продакт-бикаппа-распределения частиц, т. е. его энергетического профиля, и существенно отличается от значения насыщающего поля для аналогичных бикаппа и бимаксвелловского распределений, которое пропорционально квадрату параметра анизотропии.

Публикации автора по теме диссертации

A1. *Кузнецов А. А. и др.* Квазилинейное моделирование развития вейбелевской турбулентности в анизотропной бесстолкновительной плазме // Журнал

Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2023. — Дек. — Т. 164, № 6. — С. 1098—1119.

A2. *Кузнецов А. А. и др.* Насыщающее магнитное поле вейбелевской неустойчивости в плазме с бимаксвелловским и бикаппа-распределением частиц // Физика плазмы. — 2022. — Т. 48, № 9. — С. 836—846.

A3. *Nechaev A., Kuznetsov A., Kocharovsky V.* On the analytical description of the nonlinear stage of the Weibel instability in collisionless anisotropic plasma // Journal of Plasma Physics. — 2023. — Nov. — Vol. 89, no. 6. — P. 175890601.

A4. *Кузнецов А. А. и др.* Нелинейные эффекты в магнитной турбулентности слабо замагниченной бесстолкновительной плазмы: квазилинейная эволюция, межмодовое взаимодействие и аномальное затухание // Известия вузов. Радиофизика. — 2026. — Т. 69, № 7-8. — С. 585—615.

A5. *Кузнецов А. А, Кочаровский Вл. В.* Квазилинейное развитие и взаимное влияние ленгмюровской и вейбелевской турбулентности в плазме с пучком электронов // Физика плазмы. — 2026. — Авг. — Т. 52, № 8. — Р. 1048—1065.

Список литературы

1. Mikhailovskii A. B. Instabilities of a Homogeneous Plasma. — Springer, 02/1974. — 320 p.

2. Kocharovsky V. V. [et al.]. The analytical theory of self-consistent current structures in a collisionless plasma // Physics-Uspekhi. — 2016. — Dec. — Vol. 186, no. 12. — P. 1267—1314.

3. Treumann R. A. Fundamentals of collisionless shocks for astrophysical application, 1. Non-relativistic shocks // Astron. Astrophys. Rev. — 2009. — Vol. 17, no. 4. — P. 409—535.

4. Marcowith A. [et al.]. The microphysics of collisionless shock waves // Rep. Prog. Phys. — 2016. — Vol. 79, no. 4. — P. 046901.

5. Kalman G. Anisotropic Temperature Plasma Instabilities // Phys. Fluids. — 1968. — Vol. 11, no. 8. — P. 1797.

6. Morse R. L., Nielson C. W. Numerical Simulation of the Weibel Instability in One and Two Dimensions // Phys. Fluids. — 1971. — Vol. 14, no. 4. — P. 830.

7. Medvedev M. V., Silva L. O., Kamionkowski M. Cluster Magnetic Fields from Large-Scale Structure and Galaxy Cluster Shocks // The Astrophysical Journal. — 2006. — Apr. — Vol. 642, no. 1. — P. L1—L4.

8. Bykov A., Romansky V., Osipov S. Particle Acceleration in Mildly Relativistic Outflows of Fast Energetic Transient Sources // Universe. — 2022. — June. — Vol. 8, no. 1. — P. 32.

9. Fiuza F. [et al.]. Weibel-Instability-Mediated Collisionless Shocks in the Laboratory with Ultraintense Lasers // Physical Review Letters. — 2012. — June. — Vol. 108, no. 23. — P. 235004.

10. Nishikawa K.-I. [et al.]. Weibel instability and associated strong fields in a fully three-dimensional simulation of a relativistic shock // The Astrophysical Journal. — 2009. — May. — Vol. 698, no. 1. — P. L10—L13.

11. Che H. [et al.]. How electron two-stream instability drives cyclic Langmuir collapse and continuous coherent emission // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2017. — Jan. — Vol. 114, no. 7. — P. 1502—1507.

12. Wu C. [et al.]. Microinstabilities associated with a high Mach number, perpendicular bow shock // Space Science Reviews. — 1984. — Vol. 37, no. 1/2. — P. 63—109.

13. Silva L. O. [et al.]. Neutrino Driven Streaming Instabilities in a Dense Plasma // Physical Review Letters. — 1999. — Oct. — Vol. 83, no. 14. — P. 2703—2706.

14. Mrówczyński S. Stream instabilities of the quark-gluon plasma // Physics Letters B. — 1988. — Dec. — Vol. 214, no. 4. — P. 587—590.

15. Shokri B., Ghorbanalilu M. Wiebel instability of microwave gas discharge in strong linear and circular pulsed fields // Physics of Plasmas. — 2004. — June. — Vol. 11, no. 6. — P. 2989—2993.

16. Zhang C. [et al.]. Ultrafast optical field–ionized gases—A laboratory platform for studying kinetic plasma instabilities // Science Advances. — 2019. — Sept. — Vol. 5, no. 9.

17. Tabak M. [et al.]. Ignition and high gain with ultrapowerful lasers // Physics of Plasmas. — 1994. — May. — Vol. 1, no. 5. — P. 1626—1634.

18. Shukla N., Shukla P. K., Stenflo L. Magnetization of a warm plasma by the nonstationary ponderomotive force of an electromagnetic wave // Physical Review E. — 2009. — Vol. 80, no. 2. — C. 027401.

19. Stepanov A. N. [et al.]. Formation and Expansion of Current Filaments During the Decay of a Cylindrical Plasma Region with Hot Electrons Heated at the Interface of Cold Plasma and Vacuum // High Temperature. — 2022. — June. — Vol. 60, no. 3. — P. 287—291.

20. Borodachev L. [et al.]. Dynamics of a Self-Consistent Magnetic Field and Diffusive Scattering of Ions in a Plasma with Strong Thermal Anisotropy // Radiophysics and Quantum Electronics. — 2017. — May. — Vol. 59, no. 12. — P. 991—999.

21. Huntington C. M. [et al.]. Observation of magnetic field generation via the Weibel instability in interpenetrating plasma flows // Nature Physics. — 2015. — Jan. — Vol. 11, no. 2. — P. 173—176.

22. Korzhimanov A. V. [et al.]. Numerical modeling of two magnetized counter-propagating weakly collisional plasma flows in arch configuration // Physics of Plasmas. — 2025. — May. — Vol. 32, no. 5. —P. 052305.

23. Sagdeev R. Z., Galeev A. A. Nonlinear Plasma Theory. — 1969.

24. Davidson R. C. Nonlinear Development of Electromagnetic Instabilities in Anisotropic Plasmas // Phys. Fluids. — 1972. — Vol. 15, no. 2. —P. 317.

25. Pokhotelov O. A., Amariutei O. A. Quasi-linear dynamics of Weibel instability // Annales Geophysicae. — 2011. — Vol. 29, no. 11. —P. 1997—2001.

26. Ruyer C. [et al.]. Nonlinear dynamics of the ion Weibel-filamentation instability: An analytical model for the evolution of the plasma and spectral properties // Phys. Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 3. —P. 032102.

27. Vedenov A. A. Quasi-linear theory of a plasma: Theory of a weakly turbulent plasma // The Soviet Journal of Atomic Energy. — 1963. — Mar. — Vol. 13, no. 1. — P. 591—612.

28. Tsytovich V. N. Nonlinear effects in a plasma // Physics-Uspekhi. — 1966. — Nov. — Vol. 90, no. 11. — P. 435—489.

29. Zakharov V. E. Collapse of Langmuir Waves // Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1972. — Jan. — Vol. 35. — P. 908.

30. Bespalov P. A. Quasilinear relaxation of a beam interacting with an isotropic plasma // Soviet Journal of Plasma Physics. — 1977. — Vol. 3, no. 5. — P. 619-624.

31. Bychenkov V., Silin V., Uryupin S. Ion-acoustic turbulence and anomalous transport // Physics Reports. — 1988. — Vol. 164, no. 3. — P. 119—215.

32. Bychenkov V. Y., Rozmus W., Capjack C. E. Single-mode nonlinear regime of Weibel instability in a plasma with anisotropic temperature // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. — 2003. — Aug. — Vol. 78, no. 3. — P. 119—122.

33. Yoon P. H. Kinetic instabilities in the solar wind driven by temperature anisotropies // Rev. Mod. Plasma Phys. — 2017. — Vol. 1, no. 1. — P. 4.

34. Chernyshov A. A., Karelsky K. V., Petrosyan A. S. Subgrid-scale modeling for the study of compressible magnetohydrodynamic turbulence in space plasmas // Physics Uspekhi. — 2014. Vol. 57, no. 5. — P. 421–452.

35. Seough J. [et al.]. Simulation and quasilinear theory of aperiodic ordinary mode instability // Physics of Plasmas. — 2015. — Aug. — Vol. 22, no. 8. — P. 082122.

36. Stockem Novo A. [et al.]. Quasilinear saturation of the aperiodic ordinary mode streaming instability // Phys. Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 9. — P. 092301.

37. Camporeale E., Burgess D. Electron firehose instability: Kinetic linear theory and two-dimensional particle-in-cell simulations // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2008. — July. — Vol. 113, A7.

38. Hellinger P. [et al.]. Oblique electron fire hose instability: Particle-in-cell simulations // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2014. — Jan. — Vol. 119, no. 1. — P. 59—68.

39. Lazar M. [et al.]. The aperiodic firehose instability of counter-beaming electrons in space plasmas // Astronomy and Astrophysics. — 2023. — Feb. — Vol. 670. — A85.

40. López R. A. [et al.]. A firehose-like aperiodic instability of the counter-beaming electron plasmas // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2020. — Apr. — P. 075006.

41. Romagnani L. [et al.]. Observation of Collisionless Shocks in Laser-Plasma Experiments // Physical Review Letters. — 2008. — July. — Vol. 101, no. 2. — P. 025004.

42. Yoo J. [et al.]. Laboratory Study of Magnetic Reconnection with a Density Asymmetry across the Current Sheet // Physical Review Letters. — 2014. — Aug. — Vol. 113, no. 9. — P. 095002.

43. Aschwanden M. Physics of the Solar Corona. An Introduction with Problems and Solutions // Pour la Science. — 2005. — Dec.

44. Kato T. N. Relativistic Collisionless Shocks in Unmagnetized Electron-Positron Plasmas // The Astrophysical Journal. — 2007. — Oct. — Vol. 668, no. 2. — P. 974—979.

45. Bret A., Gremillet L., Dieckmann M. E. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime // Physics of Plasmas. — 2010. — Dec. — Vol. 17, no. 12. — P. 120501.

46. Feldman W. C. [et al.]. Solar wind electrons // Journal of Geophysical Research. — 1975. — Nov. — Vol. 80, no. 31. — P. 4181—4196.

47. Livadiotis G., Nicolaou G., Allegrini F. Anisotropic Kappa Distribu-tions. I. Formulation Based on Particle Correlations // The Astrophysical Journal Suppl. — 2021. — Vol. 253, no. 1. — P. 16.

48. Vlasov A. The vibrational properties of an electron gas // Physics-Uspekhi. — 1967. — Nov. — Vol. 93, no. 11. — P. 444—470.

49. Quasilinear modelling of 2D2V Weibel and Langmuir Turbulence // GitHub. — 2024 — URL: https://github.com/alex-kuznetsov7677/Quasilinear-modelling-of-2D2V-Weibel-and-Lengmuir-Turbulence.

50. Quasilinear modelling of 2D3V Weibel turbulence // GitHub. — 2024 — URL: https://github.com/alex-kuznetsov7677/Qusilinear-modelling-of-2D3V-Weibel-turbulence.

51. Birdsall C. K., Langdon A. B. Plasma Physics via Computer Simulation. — CRC Press, 2018. — 504 p.

52. Arber T. D. [et al.]. Contemporary particle-in-cell approach to laser-plasma modelling // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2015. — Vol. 57, no. 11. — P. 113001.

53. Vedenov A. A., Ryutov D. D. // Reviews of Plasma Physics. — New York, 1975. — Vol. 6. — P. 1—76.

54. Appert K., Tran T. M., Vaclavik J. Two-Dimensional Quasi-Linear Evolution of the Electron-Beam-Plasma Instability // Physical Review Letters. — 1976. — Aug. — Vol. 37, no. 9. — P. 502—504.

55. Sagdeev R. Z., Galeev A. A. Current instabilities and anomalous resistivity of plasmas, in Basic Plasma Physics. — North-Holland Physics Publishing, Amsterdam, The Netherlands, 1984. — P. 271—303.

56. Sadovskii A. M., Galeev A. A. Quasilinear theory of the ion Weibel instability in the Earth's magnetospheric tail // Plasma Physics Reports. — 2001. — Vol. 27, no. 6. — P. 490—496.

57. Bakunin O. G. Quasilinear theory of plasma turbulence. Origins, ideas, and evolution of the method // Physics-Uspekhi. — 2017. — Mar. — Vol. 188, no. 01. — P. 55—87.

58. Emelyanov N. A., Kocharovsky Vl. V. Weibel Instability in the Presence of an External Magnetic Field: Analytical Results // Radiophysics and Quantum Electronics. — 2024. — Feb. — Vol. 66, no. 9. — P. 664—678.