

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»
(ИПФ РАН)

На правах рукописи

Гаштури Антон Петрович

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ КВАЗИОПТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
ГИРОПРИБОРОВ МЕТОДАМИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

1.3.4 – Радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени
Кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, академик
Денисов Григорий Геннадьевич

Нижний Новгород – 2025

Оглавление диссертации

Введение	3
ГЛАВА 1. Методы граничных элементов для 3-мерного анализа сверхразмерных систем	16
1.1. Векторные интегральные уравнения EFIE, MFIE и CFIE	17
1.2. Уравнение EFIE применительно к открытым волноводам	19
1.3. Метод моментов для решения уравнения EFIE	21
1.4. Алгоритм многоуровневого мультипольного разложения MLFMA	27
1.5. Приближение физической оптики для зеркальных линий.	33
1.6. Гибридный метод расчета квазиоптических преобразователей гиротрона	36
1.7. Примеры расчетов	37
1.7.1. Расчет гиротрона 140 ГГц гибридным методом	37
1.7.2. Анализ модового состава излучения гиротрона 530 ГГц	40
ГЛАВА 2. Комбинация метода синтеза и интегрального уравнения EFIE	45
2.1. Формулировка процедуры оптимального синтеза	45
2.2. Связь физических величин в методе синтеза и уравнения EFIE	48
2.3. Квазиоптический преобразователь для гиротрона 28 ГГц	51
2.3.1. Проблема излучения рабочей моды с большим продольным волновым числом	51
2.3.2. Концепция волноводного излучателя, меняющего угловой спектр моды	54
2.3.3. Синтез профиля излучателя	56
2.3.4. Изготовление и экспериментальное исследование квазиоптического преобразователя	58
ГЛАВА 3. Синтез широкополосных волноводных излучателей	61
3.1. Адаптация процедуры синтеза для многочастотного случая	61
3.2. Проект двунаправленного квазиоптического преобразователя для гиротрона 175- 250 ГГц	62
3.3. Дополнительные замечания к синтезу многочастотных излучателей гиротронов	71
ГЛАВА 4. Оптимизация процедуры синтеза волноводных излучателей в комбинации с методами интегральных уравнений	75
4.1. Метод итерационной физической оптики (ИФО) для анализа электромагнитного поля в сверхразмерных волноводах	75
4.2. Приведение векторного уравнения ИФО к системе скалярных уравнений для случая узкого углового спектра излучения. Радикальное ускорение синтеза для данной задачи	79
Заключение	87
Публикации по теме диссертации	88
Список цитируемой литературы	93

Введение

Актуальность работы

Для широкого спектра приложений, от фундаментальных (УТС, ускорение частиц и т.д.) до прикладных (медицина, радиолокация и др.), применение вакуумных генераторов СВЧ излучения играет ключевую роль [1]. Самый мощный из подобных приборов - гиротрон - способен генерировать более 1 МВт непрерывной (длительность импульса более 100 секунд) мощности. Одним из важнейших аспектов, влияющих на эффективность генератора столь высокой мощности, является минимизация диффракционных потерь в элементах системы вывода генерируемого излучения. К подобным системам относятся волноводные и зеркальные линии высокой сверхразмерности. Размеры отдельных элементов системы транспортировки СВЧ мощности могут достигать сотен длин волн, а линейные размеры всей системы - тысяч длин волн. Зачастую элементы систем должны иметь специфически заданный профиль поверхности, позволяющий формировать заданное распределение поля на поверхности и уменьшающий тем самым диффракционные потери. Такая деформация поверхности является результатом многочисленных расчетов электромагнитных полей в системе, и скорость, как и точность вычислений, играет заметную роль в проектировании систем вывода излучения мощных генераторов СВЧ энергии.

В настоящее время мощность вычислений на персональных компьютерах достигла такого уровня, который позволяет производить полный анализ электромагнитного поля в трехмерных электродинамических системах за разумное время, и скорость подобных вычислений неуклонно растет. В этой связи постепенный уход от аналитических и полуаналитических методов анализа волновых процессов к их численному моделированию – это современный подход исследования подобных систем. Одними из самых популярных методов являются метод конечных элементов в частотной области электродинамики (FEM - *finite element method* [2]) и конечно-разностный метод во временной области (FDTD -

finite difference time domain [3]). Оба этих метода имеют дело с дискретизацией расчетной области пространства, имея таким образом асимптотику $O(L^3)$ для затрат машинных ресурсов (оперативной памяти и числа операций вычисления), где L - линейный размер системы. Объем расчетной области может быть снижен для внутренних задач распространения волн в волноводах и ограничивается его стенками, но для внешних задач (задач рассеяния излучения на проводящих объектах) или для задач излучения в открытое пространство в открытых волноводах эти методы имеют заметные ограничения на объем расчетной области пространства.

В расчетах открытых линий методы граничных элементов (BEM - *boundary elements method*) [4, 5], основанные на граничных условиях на поверхности проводника, оказываются намного эффективнее, чем FEM и FDTD. Такие методы оперируют только с границей проводника, а решение представляется в виде поверхностного электрического тока, распределение которого на данной поверхности находится из решения интегрального уравнения, соответствующего граничному условию на поверхности металла. Соответственно затраты вычислительных ресурсов оказываются снижены, а область пространства исследования полей формально не ограничена.

В данной работе методы граничных элементов адаптированы для анализа волновых процессов в различных электродинамических системах, которые часто встречаются в генераторах и усилителях СВЧ, а так же линиях передач. Представлены несколько вариаций метода граничных элементов для решения задач рассеяния в открытых линиях передач СВЧ и внутренних задач распространения волн в волноводах и преобразования мод в волноводных преобразователях. На основе предложенных методов строятся методы синтеза поверхности волноведущих элементов, осуществляющих требуемое преобразование электромагнитного излучения.

Цели и задачи исследования

1. Развитие и адаптация методов граничных элементов для анализа волновых процессов в мощных генераторах СВЧ излучения, а так же построение

процедур эффективного синтеза открытых волноводных преобразователей на базе данных методов.

2. Разработка уникального гиротронного преобразователя с излучателем, меняющим угловой спектр излучения, и как следствие имеющего уменьшенные размеры по сравнению с классическими вариантами реализации подобной системы.
3. Демонстрация возможности увеличения числа мод, на которых может работать мощный гиротрон с минимальными дифракционными потерями и уровнем отражения от выходного окна, за счет применения двунаправленного квазиоптического преобразователя и пары однодисковых окон.
4. Реализация компьютерного кода для проектирования квазиоптических систем на основе быстрых трехмерных методов, предназначенного к использованию широким кругом лиц.

Объект исследования

Объектом настоящего исследования являются волновые процессы в сверхразмерных электродинамических системах, таких как волноводные преобразователи волноводных мод, квазиоптические преобразователи гиросприборов и т. д., а так же методы проектирования таких систем с требуемыми характеристиками трансформации СВЧ излучения.

Научная новизна работы.

Методы расчета гиротронных преобразователей можно условно разделить на аналитические подходы и методы численного моделирования. Аналитические подходы сводятся к расчету гофрировки волноводного излучателя как волноводного преобразователя входной волноводной моды в смесь из 9 парциальных мод, дающих распределение поля на выходной зоне Бриллюэна близкое к гауссовому [6]. Такой подход обладает рядом преимуществ: быстрота получения решения, аналитичность поверхности и невысокая глубина гофрировки, а следовательно и простота в изготовлении и юстировке системы. Среди

численных подходов себя зарекомендовал метод синтеза с помощью решения скалярного интегрального уравнения на основе интеграла Кирхгофа [7]. Распространение волноводной моды достаточно точно описывается таким интегралом для сверхразмерного волновода. Метод является быстрым и позволяет синтезировать излучатели с меньшей длиной, чем это позволяет сделать аналитический подход, но глубина профиля получается на порядки больше. Однако формулировка метода ограничивается профилем волновода, не сильно меняющим угловые характеристики исходной моды. Для адекватного проектирования излучателей с более сложным модовым составом хорошо подходят методы векторных интегральных уравнений [4]. Они следуют напрямую из уравнений Максвелла и описывают распространение волн в системах с произвольной геометрией, в том числе в открытых волноводах и линиях передач. Получение решения таких уравнений происходит за время заметно превышающее подходы описанные выше, но результат является достоверным для систем как малой так и высокой сверхразмерности, а в самом решении содержится полная информация о трехмерных полях в системе. Для подхода, позволяющего синтезировать волноводные излучатели без ограничений на характер гофрировки, предложена связка решения уравнения EFIE (*electric field integral equation* [4, 5]) с процедурой синтеза, предложенной в ИПФ РАН [8]. Процедура синтеза оперирует с компонентами электромагнитного поля на поверхности устройства, которые напрямую связаны с распределениями электрического тока, являющимися решениями интегральных уравнений.

Данным методом спроектирован уникальный короткий квазиоптический преобразователь, имеющий в своем составе излучатель на моде $TE_{-1,2}$ с малым углом Бриллюэна и преобразующим эту моду в гауссово-подобный электромагнитный пучок с большим углом Бриллюэна. За счет такого преобразования размер квазиоптической системы значительно уменьшен. Излучатель изготовлен в двух экземплярах двумя методами производства: наращивания меди на выточенную заготовку из алюминия и инновационный метод печати полимерной заготовки на 3d принтере и последующей

металлизацией поверхности заготовки. Коэффициент преобразования данного преобразователя составляет более 98%, что подтверждено в ходе эксперимента для обоих образцов излучателя.

Для первого приближения для профиля излучателя, в ситуациях когда угловой спектр исходной моды сильно не изменяется в преобразователе, в качестве метода синтеза предложен гибрид метода данной процедуры синтеза с методом на основе уравнения итерационной физической оптики, но оперирующим с неизменной на всех итерациях синтеза поверхностью регулярного волновода, а синтезируемый профиль включен в расчет как фазовый корректор для тока. Опираясь с геометрией невозмущенного волновода в полярных координатах, интегральное уравнение итерационной физической оптики можно привести к системе скалярных интегральных уравнений для двух компонент поверхностного тока - азимутальной и продольной. Интегралы в полученных уравнениях являются свертками и могут быть посчитаны с помощью быстрого преобразования Фурье [9]. Данный подход позволяет ускорить процедуру синтеза излучателей гиротрона многократно и позволяет получать хорошее приближение для синтезируемой поверхности системы с размерами порядка сотен длин волн за несколько минут.

Практическая значимость

Результаты диссертационной работы были использованы для синтеза квазиоптических систем гиротронов в широком частотном диапазоне - от 28 до 530 ГГц. Как уже отмечалось, мощные гиротроны широко используются для самых разных приложений, включая нагрев плазмы в установках УТС, спектроскопию высокого разрешения, микроволновые технологии. Описанный в диссертации излучатель, меняющий угловой спектр мод, используется в комплексе для выращивания алмазных пленок и дисков методом химического осаждения из газовой фазы (chemical vapor deposition — CVD).

Разработанный вычислительный код интегрирован в пакет ANGEL [28a], в качестве модуля позволяющего синтезировать профиль преобразователя рабочей моды гиротрона в узконаправленный волновой пучок, а так же производить

трехмерный расчет полей в квазиоптической системе вывода гиротрона. Данный программный пакет широко используется разработчиками гиротронов в ИПФ РАН и ЗАО НПП ГИКОМ, что подтверждается справкой о практическом использовании результатов.

Апробация результатов диссертации

По теме диссертационной работы опубликовано 9 статей в ведущих российских и международных журналах, а так же 20 докладов в трудах российских и международных конференций.

Результаты работы обсуждались на научных семинарах ИПФ РАН, а так же на международных и российских конференциях: «Joint 32nd Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves and 15th Int. Conf. on Terahertz Electronics» (Кардифф, Великобритания, 2-9 сентября 2007 г.), «Conf. Digest of the Joint 34nd International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves» (Бусан, Корея, 21-25 сентября 2009 г.), «17th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Resonance Heating» (Дёрне, Голландия, 7-10 мая 2012 г.), «24nd Joint Russian-German Meeting on ECRH and Gyrotrons» (Нижний Новгород, Россия, 11-15 июня 2012 г.), «38th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves» (1-6 сентября 2013 г.), «44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves» (1-6 сентября 2019 г.), «46th International Conference on Infrared and Millimeter Waves» (Чэнду, Китай, 29 августа - 3 сентября 2021 г.), «2024 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS)» (Чэнду, Китай, 21-25 апреля 2024 г.), «XII Нижегородская сессия молодых ученых» (Татинец, Нижегородская область, Россия, 2007 г.), «XIII Нижегородская сессия молодых ученых» (Татинец, Нижегородская область, Россия, 20-25 апреля 2008 г.), «X Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн» (Нижний Новгород, Россия, 29 февраля - 3 марта 2016 г.), «XII Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн» (Нижний Новгород, Россия, 28 февраля – 4 марта 2022 г.), XI Всероссийская научно-техническая конференция «Электроника и микроэлектроника СВЧ» (Санкт-Петербург, Россия, 30 мая - 3

июня 2022 г.), XII Всероссийская научно-техническая конференция «Электроника и микроэлектроника СВЧ» (Санкт-Петербург, Россия, 29 мая - 2 июня 2023 г.), XX Всероссийской конференции «Диагностика высокотемпературной плазмы», (Сочи, Россия, 18-22 сентября 2023 г.).

Личное участие автора в получении опубликованных результатов

Основу диссертационной работы составляют публикации [1а-29а]. Во всех этих работах используются расчеты, произведенные лично автором с помощью кода, реализованного самим автором. В работах [4а, 6а, 7а, 9а, 26а, 27а, 29а] вклад автора является определяющим.

Идея реализации волноводного излучателя для волны с малым углом Бриллюэна путем трансформации исходной моды $TE_{-1,2}$ в гауссово-подобное распределение с угловым спектром близким к волноводной моде с большим углом Бриллюэна предложена автором. Выбор подходящей для такого целевого преобразования моды $TE_{9,2}$ происходил при участии соавтора [7а] Д.И. Соболева и научного руководителя Г.Г. Денисова.

Идея способа расчета распределения тока на поверхности слабонерегулярного волновода методом итерационной физической оптики для регулярного волновода, в котором нерегулярность поверхности учитывается соответствующей фазовой коррекцией на каждой итерации, предложена автором. Данный подход позволяет реализовать процедуру синтеза сверхразмерных волноводных излучателей со значительно превосходящей скоростью по сравнению с аналогичной процедурой, включающей в себя решение уравнения EFIE.

Положения выносимые на защиту

1. Метод интегрального уравнения электрического поля может быть включен в процедуру оригинального итерационного метода синтеза волноводных структур, предложенного в ИПФ РАН [8], благодаря однозначному соответствию поверхностного тока и компонент электромагнитного поля на стенке волновода. Сочетание метода синтеза и интегрального уравнения

позволяет проектировать сверхразмерные открытые волноводные излучатели, в частности в составе систем вывода излучения мощных гиротронов.

2. Квазиоптический преобразователь с входной квазипараксиальной волноводной модой (поперечное волновое число много меньше продольного) может быть значительно уменьшен в размерах за счет преобразования внутри его излучателя исходной моды в гауссово-подобное излучение, распространяющееся под большим углом к оси волновода.
3. Для достижения первого приближения для синтезируемой поверхности излучателя, в случае, когда угловой спектр излучения узок, в итерационном методе синтеза вместо решения интегрального уравнения электрического поля можно решать упрощенное интегральное уравнение. Путем замены реального профиля на фазовый корректор можно описать систему волноводного излучателя в полярной системе координат, а векторное интегральное уравнение физической оптики привести к системе из двух скалярных интегральных уравнений, интегралы в которых имеют вид сверток и могут быть посчитаны с помощью быстрого преобразования Фурье, что ускоряет процедуру синтеза радикально (в сотни раз).
4. Для увеличения количества рабочих мод гиротрона и их эффективного вывода из прибора может быть использован двунаправленный квазиоптический преобразователь и пара однодисковых окон. Моды разделяются по направлению вращения, а отличающиеся частоты каждого направления должны быть согласованы с частотами пропускания соответствующего окна.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Объем диссертации составляет 98 страницы, включая 33 изображения, 4 таблицы и список цитируемой литературы из 36 наименований.

Краткое содержание диссертации

В **Введении** обоснована актуальность темы, определены цели диссертационной работы, отмечена научная новизна и практическая значимость проведенных исследований, приведены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

Глава 1 посвящена методам граничных элементов, используемым для анализа сверхразмерных открытых электродинамических систем. В **пп. 1.1-1.2** приводится процедура получения интегральных уравнений электрического и магнитного поля (EFIE и MFIE), которые являются записью, в виде интегралов от поверхностного электрического тока, граничных условий на поверхности раздела сред вакуум-металл, т. е. $\hat{t} \cdot \vec{E}(\vec{j}) = 0$ и $\vec{n} \times \vec{H}(\vec{j}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$:

$$\hat{t} \cdot \vec{E}^{ext}(\vec{r}) = \frac{k}{ic} \hat{t} \cdot \int_S \left(1 - \frac{\nabla \nabla'}{k^2}\right) G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}(r') dS' \quad (EFIE)$$

$$\vec{j}(r) = \frac{c}{2\pi} \vec{n} \times \vec{H}^{ext}(\vec{r}) + \frac{1}{2\pi} \vec{n} \times \int_S^{v.p.} \vec{j}(r') \times \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') dr' . \quad (MFIE)$$

где $\vec{j}$ - искомая функция тока, $\vec{E}^{ext}$ и $\vec{H}^{ext}$ - электрическое и магнитное поля внешних источников, $G(\vec{r}, \vec{r}') = \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)/|\vec{r} - \vec{r}'|$ - функция Грина, а $\vec{n}$ - нормаль к поверхности металла. Уравнение EFIE, являясь уравнением Фредгольма первого рода (искомая функция тока присутствует в уравнении только в подынтегральном выражении), решается сложнее чем уравнение MFIE, которое является интегральным уравнением Фредгольма второго рода, но не требует замкнутости поверхности для корректного описания системы. В итоге, именно в пользу EFIE отдано предпочтение в качестве метода исследования электромагнитных полей в открытых квазиоптических системах гиротрона, в которых влияние большинства проблем уравнения EFIE минимизированы, при этом в расчете участвует единственная незамкнутая поверхность, что позволяет экономить вычислительные ресурсы.

В **пп. 1.3-1.4** описаны алгоритм сведения ИУ к системе алгебраических уравнений (СЛАУ) методом моментов (метод Галеркина), методы решения таких систем и границы применимости. Для решения СЛАУ соответствующих данным интегральным уравнениям используется алгоритм MLFMA (*multilevel fast*

multipole algorithm [4, 5]), который позволяет снизить затраты вычислительных ресурсов для операции произведения матрицы на вектор с $O(N^2)$ до $O(M \log N)$ (где N - число функций базиса в методе Галеркина). В отличие от типичных задач, решаемых методами граничных элементов (расчета эффективной поверхности рассеяния (radar cross section)), диаграммы рассеяния плоской волны на трехмерных объектах, для решения задач с входными волноводными портами требуются специфически заданные источники в виде точечных электрических и магнитных токов, расположенных на входном сечении волновода, а так же способ быстрого пересчета их излучения на поверхность устройства. Для подобного быстрого пересчета с входной поверхности на поверхность проводника так же может быть использован алгоритм MLFMA, что демонстрируется в главе. В **разделах 1.5-1.6** описывается метод расчета распространения излучения в открытых (зеркальных) линиях передач, основанный на приближении физической оптики, определяющий распределение электрического тока на отражающей поверхности напрямую через магнитное поле падающее на него излучения, без необходимости решать СЛАУ. Для последовательности из нескольких зеркал можно воспользоваться MLFMA для быстрого последовательного пересчета поля с поверхности предыдущего элемента на следующую поверхность. Для составных систем, содержащих открытые волноводные преобразователи и элементы зеркальных линий, применяется гибридный метод решения EFIE и принципа физической оптики (PO - *physical optics*), который по скорости получения результата сильно превосходит единственный расчет интегрального уравнения для всей системы. В **разделах 1.7-1.8** приводятся примеры расчетов гибридным EFIE-PO-MLFMA методом (анализ полей в квазиоптическом преобразователе гиротрона на частоте 140 ГГц), а так же модовый анализ в квазиоптическом преобразователе 530 ГГц гиротроне. Сравнение результатов расчета отлично соотносятся с экспериментальными исследованиями систем, что, в купе с относительно высокой скоростью получения результата, показывает высокий потенциал для исследования подобных сверхразмерных систем описанным гибридным методом.

В **Главе 2** описанные методы анализа векторных электромагнитных полей встраиваются в процедуру синтеза поверхности волноводных преобразователей, предложенного и развиваемого в ИПФ РАН [8]. Метод связывает поправку для профиля поверхности со значениями компонент электромагнитного поля на данной поверхности для двух задач - прямого распространения входной моды от входного сечения к выходному и обратного распространения целевого распределения поля от выходного сечения к входному. Требуемые компоненты полей однозначно связаны с распределениями электрического тока на поверхности, а, значит, решение уравнения EFIE может быть органично встроено в процедуру синтеза. Сформулированный для закрытых волноводов метод оказывается эффективным для синтеза открытых волноводных преобразователей (таких как излучатель гиротрона). В отличие от закрытых волноводов, где вход и выход преобразователя – это аналогичные волноводные порты с определенными волноводными модами, для синтеза открытых излучателей гиротрона предложено использовать в качестве выходного сечения поверхность следующего за излучателем элемента зеркальной линии (обычно квазиоптического зеркала), а источники обращенного выходного излучения, определенные на нем (например, через принцип физической оптики) - соответствующими чистой основной моде Гаусса. Такой уровень обобщения реализуем, в том числе, благодаря использованию полностью трехмерного векторного уравнения EFIE.

В **разделе 2.3** представлен уникальный излучатель гиротрона, трансформирующий парааксиальную рабочую моду (с продольным волновым числом много большим поперечного) в гауссовый пучок, синтезированный описанной процедурой, угловые характеристики которого сильно отличаются от входной моды. Для входной моды $TE_{-1,2}$ излучателя, угол Бриллюэна которой составляет 16° , расчетные размеры квазиоптической системы вывода составили более 2000 мм, что недопустимо в имеющейся геометрии установки. Было решено произвести трансформацию входной моды в гауссово-подобное излучение, имеющее угловые характеристики отличные от исходной рабочей моды и близкие к иной волноводной моде. Путем подбора в качестве целевой была предложена

мода $TE_{9,2}$, угловые характеристики которой значительно эффективнее для излучения (угол Бриллюэна 52°). Так же целевая мода хорошо связана с входной модой, благодаря сильным различиям в продольных волновых числах и азимутальных индексах мод, и может быть преобразована одна в другую на относительно небольшой длине преобразователя. Излучатель успешно синтезирован и имеет расчетную эффективность преобразования 98,3% в целевую гауссово-подобную моду с углом Бриллюэна близким к таковому у моды $TE_{9,2}$. Длина излучателя составила всего 590 мм, а длина всей квазиоптической системы вывода излучения – 800 мм. Преобразователь был изготовлен двумя методами производства: наращивание меди на алюминиевую заготовку, произведенную на прецизионном станке с ЧПУ, с последующим вытравливанием алюминия, и инновационным методом 3d печати с последующей металлизацией и вытравливанием полимерного печатного материала. Эффективность обоих образцов преобразователя продемонстрирована в эксперименте и составляет более 98 %.

Глава 3 посвящена синтезу преобразователей в широкой полосе частот. Такой синтез включает расчет электромагнитных полей на нескольких частотах, как имеющих близкие значения (для уширения полосы рабочих частот вблизи центральной частоты), так и на сильно отличающихся частотах. В последнем случае отличаются и рабочие моды преобразователя. В **разделе 3.2** представлено применение данной процедуры синтеза для проектирования многочастотного квазиоптического преобразователя для гиротрона, способного генерировать излучение высокой мощности (150 - 300 кВт) на пяти частотах в диапазоне 175-250 ГГц. Двухнаправленный квазиоптический преобразователь синтезирован и позволяет выводить генерируемое излучение на каждой из 5 генерируемых частот в одно из двух окон. Разделение мод по каналам вывода производится согласно направлению вращения моды в резонаторе гиротрона, а частоты мод каждого канала совпадают с полосами прозрачности соответствующих окон. Уровень дифракционных потерь составил 4-7% в зависимости от моды, что приемлемо для данного уровня мощности генерации. В **разделе 3.3** обсуждаются аспекты,

позволяющие повысить эффективность преобразователей подобного типа, которые представляются перспективными для возможности увеличения числа рабочих частот гиротронов, в том числе мегаваттного уровня мощности.

Глава 4 посвящена возможным методам оптимизации процедуры синтеза в комбинации с интегральными уравнениями. В **разделе 4.1** предложен метод итерационной физической оптики (ИФО) для анализа полей в сверхразмерных волноводах, который сводится к итерационному решению уравнения MFIE, записанного для незамкнутой поверхности излучателя, что накладывает ограничение на корректность данного расчета. Тем не менее, для сверхразмерных волноводов, метод ИФО дает достаточно точное приближение. Близкая терминология двух интегральных уравнений позволяет использовать результат синтеза с более быстрым методом ИФО для первоначального приближения в процедуре синтеза с более точным уравнением EFIE и получать выигрыш по времени в 3-5 раз по сравнению с полным синтезом с EFIE. Однако для синтеза слабонерегулярных волноводов ($|\nabla(\Delta R)| \ll 1, \Delta R \ll R_w$, где $\Delta R(\vec{r})$ - глубина деформации, а R_w - невозмущенный радиус волновода), сохраняющих узким угловой спектр рабочей моды, возможно значительное ускорение расчета требуемых для синтеза распределений тока. В таком случае можно воспользоваться геометро-оптическим приближением и использовать в расчетах поверхность регулярного волновода, а влияние профиля поверхности учитывать как фазовую коррекцию для отраженного поля. Переходя к описанию в полярных координатах, все интегралы в уравнении ИФО сведутся к вычислению сверток с помощью быстрых преобразований Фурье. Такая операция производится в сотни раз быстрее, чем MLFMA для метода моментов. Результат быстрого синтеза проверяется уравнением EFIE и при необходимости может быть уточнен.

В **Заключении** представлены основные результаты диссертационной работы.

ГЛАВА 1. Методы граничных элементов для 3-мерного анализа сверхразмерных систем

В настоящее время уровень развития вычислительной техники позволяет решать многие реальные задачи электродинамики достаточно высокой сверхразмерности (масштаб систем до сотен длин волн) методами конечных элементов. Эти методы, основанные на решениях дифференциальных уравнений в частотной или временной области, выделяются относительной простотой формулировок и хорошо реализованы в коммерческих пакетах (основные - Ansys HFSS и CST Studio Suite). Так же, к преимуществам данных групп методов можно отнести способность решать задачи с наличием различных сред в системе (например, диэлектрики, идеальные проводники и проводники с конечной проводимостью, включать в расчет движение электронных пучков и т.д.) без заметного падения скорости вычислений. Однако, асимптотика затрат вычислительных ресурсов для методов конечных элементов слишком высокая - $O(n^3)$, где n - характерное число точек разбиения по одному измерению трехмерного пространства расчета, что накладывает ограничение на размер: увеличение размера системы или частоты в 2 раза влечет увеличение потребления оперативной памяти и числа операций в 8 раз!

В данной главе пойдет речь о методах граничных элементов применительно к задачам распространения электромагнитного излучения в открытых волноводных и зеркальных линиях. Такие методы сводят задачу нахождения электромагнитных полей в системе к нахождению плотности поверхностных токов на металлических поверхностях элементов системы. Ток вычисляется, как решение интегральных уравнений, которые имеют сложные ядра, сочетающие дифференциальные операторы и функцию Грина, которая имеет особенность. Несмотря на сложность формулировки, при аккуратной реализации, решение таких интегральных уравнений дает точный результат, а при использовании специального алгоритма для интегральных уравнений с подобными ядрами (*MLFMA* - многоуровневого быстрого мультипольного алгоритма) асимптотика

решения снижается до $O(M \log N)$, где N - число разбиений поверхности расчета (или до $O(n^2 \log n)$, где $n \sim N^{1/2}$ - характерное число разбиений по одному измерению). Описанные в главе модификации интегрального уравнения электрического поля в сочетании с принципом физической оптики позволяют рассчитывать квазиоптические преобразователи гиротронов на персональных компьютерах за разумное время (несколько десятков минут, для задачи с характерными размерами до тысячи длин волн).

1.1. Векторные интегральные уравнения EFIE, MFIE и CFIE

Интегральные уравнения магнитного поля и электрического поля (MFIE и EFIE [4, 5]) широко используются, для решения внешних задач электродинамики, таких как рассеяние известного электромагнитного излучения на проводящих объектах. В таких системах проблема нахождения всех компонентов электромагнитного поля рассеяния сводится к интегрированию по поверхности объекта распределения электрического поверхностного тока, найденного как решение соответствующего интегрального уравнения.

Рассмотрим систему, состоящую из идеально проводящих поверхностей S и известного распределения электромагнитных полей, создаваемого сторонними источниками. Будем рассматривать монохроматические поля и примем зависимость от времени $e^{-i\omega t}$. Для формулирования уравнения EFIE (electric field integral equation) достаточно воспользоваться граничным условием на поверхности идеального проводника: $\vec{E}_\tau = 0$, что в нашем случае можно переписать как:

$$\hat{t} \cdot (\vec{E}^{ext} + \vec{E}(\vec{j}_S)) = 0, \quad (1.1)$$

где $\vec{E}^{ext}$ и $\vec{E}(\vec{j}_S)$ - электрические поля, создаваемые заданными сторонними источниками и искомым током $\vec{j}_S$, протекающим по поверхности S , соответственно, $\hat{t}$ - произвольный тангенциальный вектор поверхности S .

Монохроматическое электрическое и магнитное поля могут быть выражены через электрический и магнитный векторные потенциалы [10]:

$$\vec{E} = -\frac{1}{ik}(\text{grad div}\vec{A}^e + k^2\vec{A}^e) - \text{rot}\vec{A}^m \quad \text{и} \quad (1.2.1)$$

$$\vec{H} = \text{rot}\vec{A}^e - \frac{1}{ik}(\text{grad div}\vec{A}^m + k^2\vec{A}^m), \quad (1.2.2)$$

которые выражаются через электрические и магнитные токи как:

$$\vec{A}^e(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (1.3.1)$$

$$\vec{A}^m(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{m}(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (1.3.1)$$

где $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ - функция Грина для уравнения Гельмгольца, а $\vec{j}, \vec{m}$ -

комплексные амплитуды электрического и магнитного токов, соответственно, $k=\omega/c$ - волновое число, а c - скорость света в вакууме. Учитывая, что на границе проводника индуцируется только поверхностный электрический ток, получим для (1.1) следующее интегральное уравнение (*electric field integral equation*, EFIE):

$$\hat{t} \cdot \vec{E}^{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{k}{ic} \hat{t} \cdot \int_S \left(1 - \frac{\nabla \nabla'}{k^2}\right) G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}_S(r') dS' \quad (1.4)$$

Аналогичным образом из соотношения тангенциальной составляющей магнитного поля и плотности поверхностного электрического тока на поверхности проводника $\vec{n} \times \vec{H}|_S = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_S$, где $\vec{n}$ - вектор нормали к поверхности, можно получить «магнитное» интегральное уравнение (*magnetic field integral equation*, MFIE):

$$\vec{j}_S(r) = \frac{c}{2\pi} \vec{n} \times \vec{H}^{\text{ext}}(\vec{r}) + \frac{1}{2\pi} \vec{n} \times \int_S^{v.p.} \vec{j}_S(r') \times \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}', \quad (1.5)$$

где $\vec{H}^{\text{ext}}$ - магнитное поле, создаваемое сторонними источниками на поверхности S , а интеграл берется в смысле главного значения. Уравнения (1.5) так же, как и (1.4) позволяет найти решение задачи рассеяния на проводящих телах. Однако, в силу того, что ток на поверхности определяет лишь скачок магнитного поля на границе двух сред вакуум-металл, и, что магнитное поле тождественно равно нулю внутри проводника, то для корректного использования MFIE требуется замкнутость поверхности, тогда как для EFIE подобного не требуется. Для решения задач рассеяния на замкнутых поверхностях часто

применяют комбинацию уравнений EFIE и MFIE - *Combined Field Integral Equation* (CFIE) : $CFIE = \alpha \cdot EFIE + \frac{i}{k}(1 - \alpha) \cdot MFIE$ [3], где $0 < \alpha < 1$.

В данной работе для нахождения полей в открытых волноводах и линиях передач предпочтение отдано уравнению EFIE, для которого и представлены все последующие выкладки разложения метода моментов и методов FMM и MLFMA (*Fast Multipole Method* и *Multilevel Fast Multipole Algorithm* [4, 5]). Такой выбор обусловлен используемой геометрией исследуемых задач, для которых можно ограничиться только одной «лицевой» незамкнутой поверхностью расчета. Использование MFIE и CFIE потребовало бы введения дополнительных поверхностей замыкающих лицевые поверхности (Рисунок 1.1), что увеличивает вычислительные расходы, не давая преимуществ для получения искомого решения.

1.2. Уравнение EFIE применительно к открытым волноводам

Многомодовые волноводы широко используются в приложениях, требующих передачу СВЧ-излучения высокой мощности в плазменных установках УТС и в технологических установках [1]. Также они являются составными частями множества СВЧ приборов, генераторов и усилителей, в которых необходимо преобразование заданного входного распределения поля в требуемое выходное. Данная работа, посвящена проектированию квазиоптических систем вывода СВЧ энергии мощных гиротронов, одним из ключевых элементов которых является волноводный излучатель, ответственный за первичное преобразование волноводной моды в волновой пучок, подходящий для передачи в открытой линии передач с минимальными дифракционными потерями.

Задача о распространении волн внутри открытого волновода, так же может быть описана как задача рассеяния электромагнитного излучения. Внутренняя поверхность участка волновода в конечных пределах является поверхностью

расчета распределения поверхностного тока. Источник излучения может быть задан в виде совокупности поверхностных электрического и магнитного токов на входном сечении данного участка волновода (поверхность A , Рисунок 1.1). Данные токи согласованы с входной модой волновода для исследуемой задачи:

$$\vec{j}_A = \frac{c}{4\pi} \vec{n} \times \vec{H}_{in} \quad (1.6.1)$$

$$\vec{m}_A = -\frac{c}{4\pi} \vec{n} \times \vec{E}_{in}. \quad (1.6.2)$$

Необходимость задания обоих токов обусловлена однонаправленностью излучения источников. Согласно (1.2.1) и (1.3), для электрического поля источников получим выражение:

$$\vec{E}^{ext}(\vec{r}) = \frac{ik}{c} \cdot \int_A \left(1 - \frac{\nabla \nabla'}{k^2}\right) G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}_A(r') dS' - \frac{1}{c} \int_A \vec{m}_A(r') \times \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') dr'. \quad (1.7)$$

Излучаемое поле источников, взаимодействуя со стенками волновода (поверхность S), распространяется вдоль него и высвечивается через открытое выходное сечение.

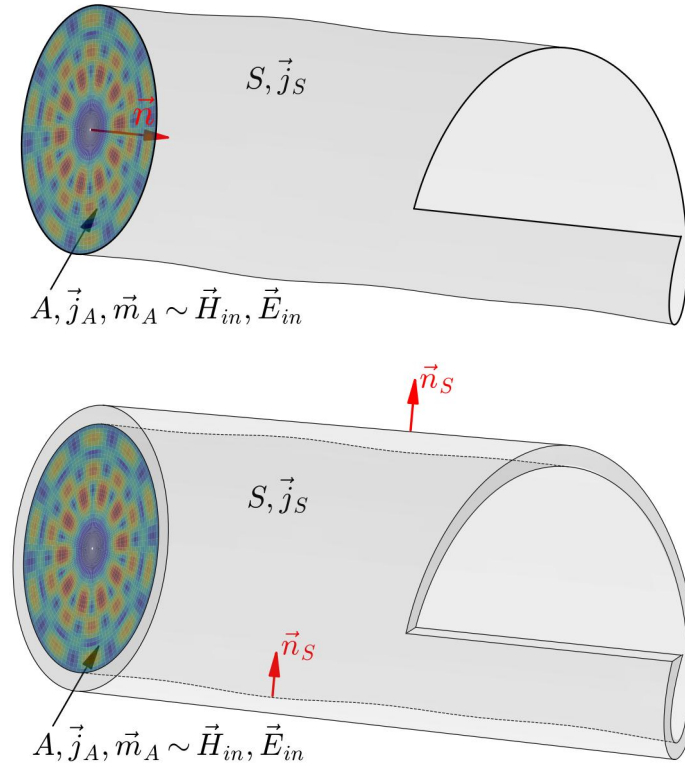


Рисунок 1.1 - Схематичное изображение постановки задачи рассеяния для моделирования излучателя гиротрона уравнениями EFIE (верхнее изображение) и MFIE (нижнее).

Данная постановка задачи достаточно точно описывает реальный класс открытых сверхразмерных волноводных элементов, таких как излучатель гиротрона. В подобных системах рабочая мода гиротрона преобразуется в распределение поля на стенке волновода со структурой, близкой к собственной моде открытых линий передачи СВЧ с высоким содержанием основной функции Гаусса (96% и выше). Такая структура поля имеет невысокое значение электромагнитного поля на кромке среза излучателя, что минимизирует отражение от среза и диффракционные потери при излучении.

При некоторых допущениях данный подход применим и для закрытых волноводных преобразователей, которые передают преобразованное излучение пристыкованному регулярному волноводу. Открытый срез волновода в расчетной модели, описанной выше, может приводить к заметному отражению от кромки поверхности расчета и даже трансформации мод, что накладывает ограничения на точность применения метода в исследовании закрытых волноводных элементов. С ростом сверхразмерности волновода краевые эффекты уменьшаются, поэтому для большого класса сверхразмерных задач, представляющих практический интерес, этими отражениями пренебрегают и используют решение EFIE как достаточно точный и относительно быстрый метод расчета.

1.3. Метод моментов для решения уравнения EFIE

Интегральные уравнения вида (1.4) решают методом моментов [4, 5] - метод приведения интегрального уравнения к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Искомую функцию $\vec{j}(\vec{r})$ представляют в виде суммы базисных функций:

$$\vec{j}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N x_i \vec{w}_i(\vec{r}), \quad (1.8)$$

где $\vec{w}_i(\vec{r})$ - набор базисных функций, а x_i - неизвестные (искомые) коэффициенты. При выборе базисных функций руководствуются простотой их интегрирования, которая накладывает ограничение на размер и форму функций.

Для решения уравнения EFIE применяют базис RWG-функций (по фамилиям авторов такого базиса *Rao Willton Glisson* [11], Рисунок 1.2а). Вся поверхность разбивается на треугольную сетку (триангулируется), а каждой паре двух смежных треугольников T^- и T^+ (имеющих одну общую сторону) ставится в соответствие функция:

$$\vec{w}_i(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\vec{\rho}_i^+}{2S_i^+}, & \text{если } \vec{r} \in T_i^+ \\ -\frac{\vec{\rho}_i^-}{2S_i^-}, & \text{если } \vec{r} \in T_i^- \\ 0, & \text{если } \vec{r} \notin T_i^+, T_i^- \end{cases} \quad i \in [1, N], \quad (1.9)$$

где $\vec{\rho}_i^\pm = \vec{r} - \vec{r}_i^\pm$, а $\vec{r}_i^\pm$ - координаты вершин противоположных общей стороне элементарных треугольников, на которые разбивается поверхность, а $S_i^\pm$ - значения их площадей. Данный базис зарекомендовал себя как достаточно универсальный выбор для метода моментов применительно к уравнению EFIE, обеспечивающий высокую точность решения при относительно низкой плотности триангуляции поверхности. При таком выборе базиса автоматически удовлетворяется непрерывность компоненты тока, нормальной к любой стороне любого треугольника. Дивергенция от RWG-функции на каждом треугольнике константа, что удобно при численном интегрировании.

Для окончательно приведения к СЛАУ следует разложить исходное интегральное уравнение по набору тестовых функций. Можно выбрать в качестве тестовых функций такой же набор RWG- функций, как и базис. Такая реализация метода моментов называется - метод Галеркина. Для EFIE применяют именно данный подход.

Таким образом, интегральное уравнение (1.4) преобразуется в матричное уравнение:

$$\hat{Z} \cdot x = b, \quad (1.10)$$

где матричный элемент Z_{ij} и элементы вектора правой части выражаются следующим образом:

$$Z_{ij} = \int_{S_i} \int_{S_j} (\vec{w}_i(\vec{r}) \vec{w}_j(\vec{r}') - \frac{\nabla \vec{w}_i(\vec{r}) \nabla' \vec{w}_j(\vec{r}')}{k^2}) G(\vec{r}, \vec{r}') dr dr', \quad (1.11.1)$$

$$b_i = \frac{ic}{k} \int_{S_i} \vec{w}_i(\vec{r}) \vec{E}_\tau^{ext}(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (1.11.2)$$

Матричный элемент для EFIE, симметричный по индексам, отражает взаимодействие между 2-мя функциями. Элементарные площади $S_i = T_i^+ \cup T_i^-$ и $S_j = T_j^+ \cup T_j^-$ - две пары треугольников, на которых и определены i -ая и j -ая функции, соответственно. При этом, на каждом треугольнике сетки определены до трех функций RWG (Рисунок 1.26).

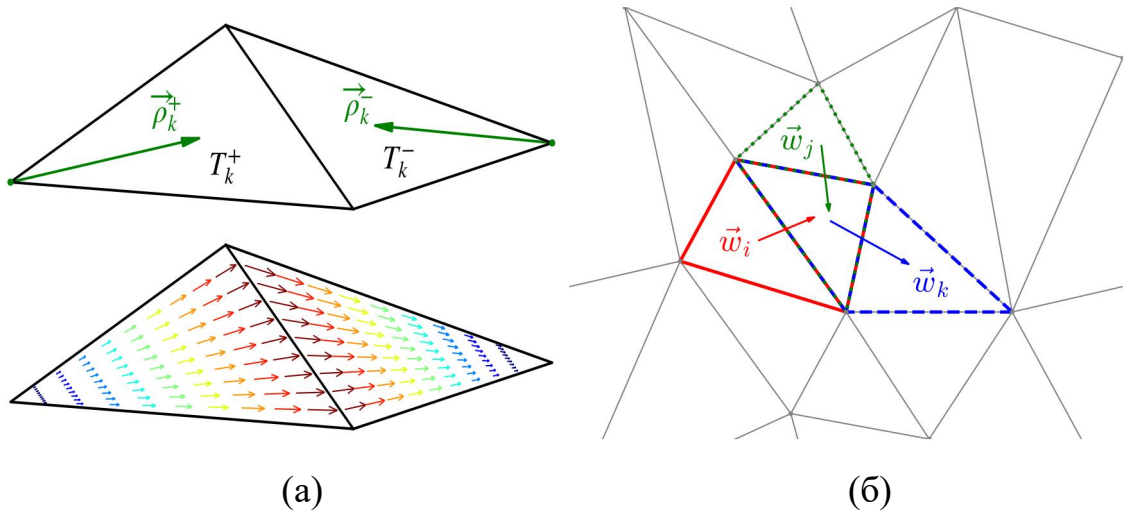


Рисунок 1.2 - Иллюстрация RWG-функций. (а) - векторная диаграмма распределения тока функции, (б) - взаимное перекрытие на одном треугольнике сетки трех RWG-функций с номерами i, j , и k

Важным аспектом, влияющим на точность решения поверхностного интегрального уравнения, является плотность разбиения поверхности на треугольники. Для достижения приемлемой точности метода моментов в купе с интегральными уравнением электромагнитных полей, средняя длина ребра треугольника в сетке должна быть порядка 0,1..0,2 длины волны [4, 5]. Важно точно производить интегрирование по полученным элементарным треугольникам. Учитывая особенность в ядре уравнения (функции Грина), приходится прибегать к аналитическому интегрированию для соприкасающихся или перекрывающихся площадей S_i и S_j [12], а так же пользоваться квадратурными формулами Гаусса-Лежандра для интегрирования по остальным парам функций в зависимости от расстояния между центрами их треугольников. Любую точку $\vec{r}$, принадлежащую треугольнику T , можно разложить по векторам вершин треугольника, как $\vec{r} = \alpha \vec{v}_1 + \beta \vec{v}_2 + \gamma \vec{v}_3$, где $\alpha + \beta + \gamma = 1$, и $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$. Тогда интеграл по треугольнику

T можно представить в виде суммы с N_Q узлами и весовыми коэффициентами σ_i ($\sum_{i=1}^{N_Q} \sigma_i = 1$):

$$\int_T f(\vec{r}) d\vec{r} = \sum_{i=1}^{N_Q} \sigma_i f(\alpha_i \vec{v}_1 + \beta_i \vec{v}_2 + \gamma_i \vec{v}_3) \quad (1.12)$$

В Таблице 1 приведены используемые в работе квадратурные формулы для численного интегрирования по треугольникам.

Таблица 1 - Квадратурные формулы Гаусса-Лежандра для численного интегрирования по поверхности треугольника.

N_Q	i	α_i	β_i	γ_i	σ_i
1	1	1/3	1/3	1/3	1
3	1	1/6	1/6	2/3	1/3
	2	1/6	2/3	1/6	1/3
	3	2/3	1/6	1/6	1/3
7	1	1/3	1/3	1/3	0.225
	2	0.05971587	0.47014206	0.47014206	0.13239415
	3	0.47014206	0.05971587	0.47014206	0.13239415
	4	0.47014206	0.47014206	0.05971587	0.13239415
	5	0.79742698	0.10128650	0.10128650	0.12593918
	6	0.10128650	0.79742698	0.10128650	0.12593918
	7	0.10128650	0.10128650	0.79742698	0.12593918

Так для треугольников, центры которых ближе $0,5\lambda$, работает 7-миточечная формула, для более далеких, с расстоянием до 2λ - 3-точечная формула и 1-точечная для более далеких. Существуют и более точные (больше узлов на треугольник) формулы, но данные квадратуры оптимальны по скорости вычисления (скорость счета интегралов пропорциональна N_Q^2), и их достаточно для требуемой точности.

Методы решения СЛАУ можно условно разделить на две группы: прямые и итерационные. Прямые методы решают систему путем обращения матрицы. Для таких методов необходимо хранить все элементы матрицы, что требует $O(N^2)$ затрат оперативной памяти. Сама процедура решения в таком случае требует $O(N^3)$ операций. На практике, это означает, что для решения небольших задач (с характерной площадью поверхности решения порядка $100\lambda^2 \sim 15000$ неизвестных) будет тратиться 1,5-2 Гбайт ОЗУ, а время счета достигать 20-30 минут (на современном персональном ПК). К положительным сторонам прямых методов

стоит отнести предельную точность решения. Конечная интегральная неточность (невязка) достигает 10^{-30} .

Итерационные методы оказываются не столь требовательны к времени счета, и без использования декомпозиции матрицы (то есть при условии хранения всех элементов в ОЗУ) требует $O(N_{\text{iter}}N^2)$, что связано с вычислением произведения матрицы на вектор на каждой итерации ($O(N^2)$ операций). При использовании техники *Fast Multipole Method* (FMM) затраты памяти и количество операций для вычисления произведения матрицы на вектор снижается до $O(N^{3/2})$, а при дальнейшей оптимизации - *Multilevel Fast Multipole Algorithm* (MLFMA) затраты ОЗУ и число операций снижаются до $O(N)$ и $O(M\log N)$, соответственно.

Матрица для СЛАУ интегрального уравнения электрического поля является плотно заполненной, а само уравнение является уравнением Фредгольма первого рода. Все это делает ее достаточно неудобной для организации итерационного процесса поиска решения. Числа обусловленности матрицы EFIE для замкнутых поверхностей могут устремляться в бесконечность на некоторых частотах, что делает поиск решения на этих частотах невозможным. Это связано с тем, что не смотря на то, что осуществляется поиск внешней к поверхности задачи, к искомой функции поверхностного тока на резонансных частотах могут добавляться собственные моды объема ограниченного поверхностью расчета, с произвольной амплитудой и задача становится некорректной. Являясь уравнениями второго рода, CFIE или MFIE ведут себя значительно предсказуемее и лишены подобных эффектов.

Однако, в случае незамкнутых поверхностей (например, открытые волноводы и зеркальные линии передач), удастся решать EFIE достаточно эффективно на всех частотах. В данной работе, применяются два основных итерационных метода: метод сопряженных градиентов (*Conjugate Gradients* - CG) и стабилизированный метод бисопряженных градиентов (*BiConjugate Gradient Stabilized* - BiCGstab) [4].

Метод сопряженных градиентов гарантирует сходимость к решению для СЛАУ обладающих симметричной положительно определенной матрицей. Матрица Z , соответствующая EFIE, симметрична, но не положительно определенная. Для применения метода следует нормализовать матричное уравнение (1.10), домножив его на комплексно сопряженную матрицу $\bar{Z}$. Матрица $\bar{Z} \cdot Z$ является положительно определенной и метод обеспечивает сходимость. В методе сопряженных градиентов невязка $Err = \frac{\|Zx_i - b\|^2}{\|b\|^2}$ монотонно убывает с ростом числа итераций ($\|v\|^2 = \sum_{j=0}^N v_j v_j^*$ - норма вектора в N -мерном пространстве решений СЛАУ).

BiCGstab определен для произвольных матриц и характеризуется рваным характером сходимости, в котором невязка может изменять свое значение (как в сторону уменьшения, так и в обратную) на несколько порядков за итерацию, но часто BiCGstab достигает необходимого порогового значения раньше чем CG. Учитывая предсказуемый характер сходимости метода CG для любого значения невязки, именно ему отдается предпочтение в данной работе. На Рисунке 1.3 показаны графики изменения невязки от номера итерации для обоих методов в случае уже упомянутого излучателя гиротрона тестового расчета преобразователя гиротрона 140 ГГц на моде TE_{22,8}. Оба метода достигают невязки 10^{-3} (обычно достаточной для остановки итерационного процесса) за примерно равное время, но из-за характера сходимости предпочтение отдается методу сопряженных градиентов.

На скорость сходимости итерационной процедуры влияет и стартовое приближение для решения поставленной задачи. Таким априорным приближением может быть, например, уже найденное решение для близкой частоты - так для вычисления характеристик какого-нибудь устройства в полосе частот можно «стартовать» с решения на предыдущей частоте и чем меньше шаг по частоте, тем ближе мы будем к решению изначально, соответственно уменьшится и количество итераций. В процедуре синтеза из гл. 2 можно

использовать решения для токов на предыдущей итерации синтеза (с немного другим профилем поверхности).



Рисунок 1.3 - Сравнение характеров сходимости методов CG и BiCGstab

1.4. Алгоритм многоуровневого мультипольного разложения MLFMA

Значительно ускорить счет произведения матрицы на вектор, а также снизить затраты ОЗУ позволяет метод мультипольного разложения FMM [3, 4]. Механизм ускорения происходит из-за декомпозиции операции произведения матрицы на вектор, которая заменяется на серию произведений матриц на вектор, причем полученные матрицы имеют сильно сниженные размерности, что в итоге и дает выигрыш в вычислительных операциях и объеме хранимой памяти.

В основе метода стоит теорема сложения сферических волн [13]:

$$\frac{e^{ik|\vec{D}+\vec{d}|}}{|\vec{D}+\vec{d}|} = ik \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) \cdot j_l(k|d|) \cdot h_l^{(1)}(k|D|) \cdot P_l(\hat{D} \cdot \hat{d}), \quad (1.13)$$

где $|D| > |d|$, j_l - сферическая функция Бесселя, $h_l^{(1)}$ - сферическая функция Ханкеля первого рода, P_l - полином Лежандра l -ого порядка, а оператор $\hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ означает единичный вектор (таким образом, выражение $\hat{a} \cdot \hat{b}$ тождественно равно

косинусу угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$). Приняв во внимание следующее соотношение [6]:

$$4\pi(i)^l j_l(k|d|)P_l(\hat{d} \cdot \hat{D}) = \oint_{\hat{k}} e^{ik\hat{k} \cdot \vec{d}} P_l(\hat{k} \cdot \hat{D}) d\hat{k}, \quad (1.14)$$

где интегрирование производится по направлениям единичного вектора $\hat{k}$, то есть по единичной сфере - $\oint_{\hat{k}} (...) d\hat{k} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (...) \sin(\theta) d\theta d\varphi$, перепишем выражение для функции Грина:

$$\frac{e^{ik|\vec{D}+\vec{d}|}}{|\vec{D}+\vec{d}|} = \frac{k}{4\pi} \oint_{\hat{k}} e^{ik\hat{k} \cdot \vec{d}} \sum_{l=0}^{\infty} (i)^{l+1} (2l+1) \cdot h_l^{(1)}(k|D|) \cdot P_l(\hat{k} \cdot \hat{D}) d\hat{k}. \quad (1.15)$$

В данной форме записи в подынтегральном выражении функции от параметров d и D разделились. Чтобы применить эту формулу на практике, будем рассматривать две удалённых друг от друга области поверхности (Рисунок 1.4.) с центрами в точках $\vec{r}_c$ и $\vec{r}_{c'}$.

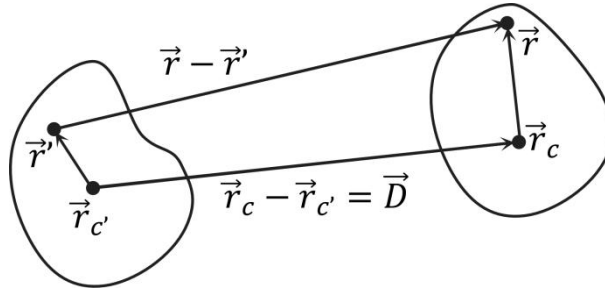


Рисунок 1.4. Модель применения теоремы сложения для организации метода мультипольного разложения

Пусть диаметры областей меньше расстояния между их центрами, тогда обозначив $\vec{r} - \vec{r}' = (\vec{r}_c - \vec{r}_{c'}) + ((\vec{r} - \vec{r}_c) - (\vec{r}' - \vec{r}_{c'})) = \vec{D} + \vec{d}$, перепишем (1.15) в виде:

$$\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{k}{4\pi} \oint_{\hat{k}} e^{ik\hat{k} \cdot (\vec{r}-\vec{r}_c)} \sum_{l=0}^{\infty} (i)^{l+1} (2l+1) h_l^{(1)}(k|D_{cc'}|) P_l(\hat{k} \cdot \hat{D}_{cc'}) e^{-ik\hat{k} \cdot (\vec{r}'-\vec{r}_{c'})} d\hat{k} \quad (1.16)$$

Для практического применения ряд в (1.16) необходимо оборвать до некоторого значения L . В [4] приводится следующая оценка для L :

$$L \approx k \cdot d_{max} + p \cdot (k \cdot d_{max})^{1/3}, \quad (1.17)$$

где p – параметр, влияющий на точность разложения (как правило, приемлемым является значение $p = 4..6$, для достижения погрешности менее 1%)

[1]. Параметр L так же играет роль определяющего для дискретизации единичной сферы в формуле (1.16). Для корректного интегрирования следует брать примерно $N_k=2L^2$ точек интегрирования (L по θ и $2L$ по φ в сферических координатах). В [14] показано, что без заметной потери точности можно уменьшить N_k , если разместить элементы $\hat{k}$ равномерно по единичной сфере таким образом, что бы их число в районе экватора равнялось $2L$ и уменьшалось к полюсу пропорционально $2L\sin(\theta)$. Это позволит добиться ассимптотики $N_k=1.27 \cdot L^2$, что скажется и на скорости счета.

Суммируя все вышесказанное, процедура FMM строится следующим образом: вся поверхность расчета помещается в куб, который делится на такое количество дочерних кубов (путем деления сторон родительского куба на целое число), чтобы количество кубов, содержащих элементы поверхности, было порядка $O(\sqrt{N})$. Максимальный размер группы $d_{\max}$ - это диагональ дочернего куба. Произведение матрицы СЛАУ на вектор можно записать следующим образом

$$\hat{Z} \cdot x = \hat{Z}^{near} \cdot x + \hat{Z}^{far} \cdot x \quad (1.18)$$

Первая часть содержит взаимодействия близких функций из групп, находящихся в соседних дочерних кубах, или из одной и той же группы. Ее элементы рассчитываются по формуле (1.11.1). Вторая часть представляет собой декомпозицию исходного взаимодействия для дальних элементов, через взаимодействие отдельных функций с центрами групп функций и взаимодействия групп. Распишем выражение для матричного элемента Z_{ij}^{far} , где i -ая функция принадлежит группе с индексом c , а j -ая функция - группе с индексом c' :

$$Z_{i,j}^{far} = \oint_{\hat{k}} R_{i,c}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c}) \cdot \alpha(\hat{k}, \vec{D}_{c,c'}) \cdot T_{c',j}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'}) d\hat{k} \quad (1.19.1)$$

$$R_{i,c}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c}) = \int_S \vec{w}_i e^{ik\hat{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_c)} dS \quad (1.19.2)$$

$$T_{c',j}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'}) = \int_S \vec{w}_j (\hat{I} - \hat{k}\hat{k}) e^{-ik\hat{k} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_{c'})} dS' \quad (1.19.3)$$

$$\alpha(\hat{k}, \vec{D}_{c,c'}) = \frac{k^2}{4i\pi} \sum_{l=0}^L (i)^{l+1} (2l+1) h_l^{(1)}(k|D_{c,c'}|) P_l(\hat{k} \cdot \hat{D}_{c,c'}) \quad (1.19.4)$$

Матрицы $R_{i,c}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c})$, $T_{c',j}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'})$ можно назвать матрицами приема и передачи плосковолнового излучения - они являются элементами разложения излучения RWG функции на плоские волны. Матрица $\alpha(\hat{k}, \vec{D}_{c,c'})$ - трансляционная матрица взаимодействия между центрами групп.

Матрица $\vec{Z}^{near}$ является сильно разреженной, а матрицы $R_{i,c}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c})$, $T_{c',j}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'})$ и $\alpha(\hat{k}, \vec{D}_{c,c'})$ имеют небольшие размерности, что позволяет сильно уменьшить как объем требуемой ОЗУ для их хранения, так и количество операций для вычисления умножения матрицы на вектор, используемого в итерационных процедурах. При количестве областей разбиения порядка $M \sim \sqrt{N}$, число операций и объем ОЗУ становится $O(N^{3/2})$ [3].

Элементы матриц (1.19.2-3) являются векторными интегралами в пространстве $\hat{k}$ и если покомпонентно расписать (1.19.3) как:

$$T_{c',j}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'}) = \int_S (\hat{I} - \hat{k}\hat{k}) e^{-ik\hat{k} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_{c'})} dS' = \int_S (\hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\varphi}\hat{\varphi}) e^{-ik\hat{k} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_{c'})} dS', \quad (1.20)$$

то можно заметить, что $(\hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\varphi}\hat{\varphi})\vec{V} = V_\theta\hat{\theta} + V_\varphi\hat{\varphi}$. Таким образом, есть только компоненты $\hat{\theta}$ и $\hat{\varphi}$ элементов $T_{c',j}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'})$, а значит нужно хранить только эти компоненты и для $R_{i,c}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c})$. Учитывая, что $R_{ic}^{\theta,\varphi}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c}) = \overline{T}_{ic}^{\theta,\varphi}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c})$ (черта означает комплексное сопряжение), достаточно хранить две компоненты только одной из этих функций, а (16.1) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{far} = & \oint_{\hat{k}} \overline{T}_{ic}^{\theta}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c}) \cdot \alpha(\hat{k}, \vec{D}_{c,c'}) \cdot T_{c',j}^{\theta}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'}) d\hat{k} + \\ & + \oint_{\hat{k}} \overline{T}_{ic}^{\varphi}(\hat{k}, \vec{r}_{i,c}) \cdot \alpha(\hat{k}, \vec{D}_{c,c'}) \cdot T_{c',j}^{\varphi}(\hat{k}, \vec{r}_{j,c'}) d\hat{k}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

На Рисунке 1.5 изображен граф взаимодействия для случая прямого вычисления и хранения элементов матрицы и для процедуры FMM, где схематично показан выигрыш от процедуры FMM.

Для достижения максимальной эффективности вычисления произведения матрицы СЛАУ EFIE на вектор применяют многоуровневый вариант FMM - *Multilevel Fast Multipole Algorithm* (MLFMA).

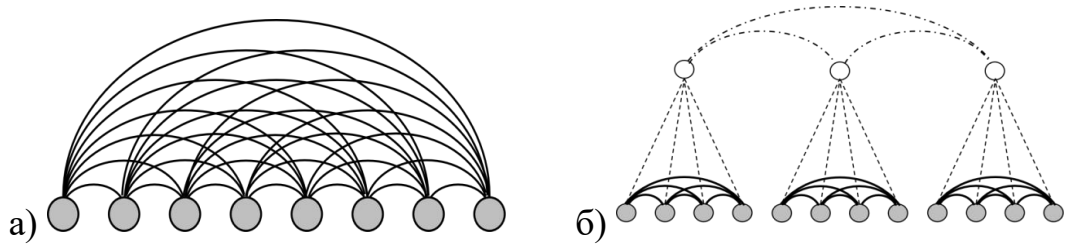


Рисунок 1.5 - Схема процедуры вычисления произведения матрицы на вектор для полной матрицы взаимодействия (а) и для процедуры FMM (б) - сплошные линии - это взаимодействия близких элементов (формула (13)), пунктирные - взаимодействия элементов с центрами групп (функции излучения/приема), а штрих-пунктирные - матрица передачи - взаимодействие между группами.

Для организации многоуровневого FMM поверхность разбивается на группы разного масштаба по принципу восьмеричного дерева. Вся поверхность заключается в куб. Этот куб делится на 64 субкубов путем деления ребра куба на 4 - таким образом получается самый верхний уровень (номер уровня N_L). Каждая группа (куб) верхнего уровня делятся на 8 субкубов (уровень N_L-1) делением стороны пополам и так далее, до тех пор пока размер куба на нижнем уровне (под номером 1) не станет порядка $0,25\lambda \div 0,5\lambda$. В полученной древовидной структуре на каждом уровне учитываются только те кубы, которые содержат элементы исследуемой поверхности (Рисунок 1.6). Подобно тому, как это было в одноуровневом методе, все функции и группы на всех уровнях разделяются на ближние и дальние.

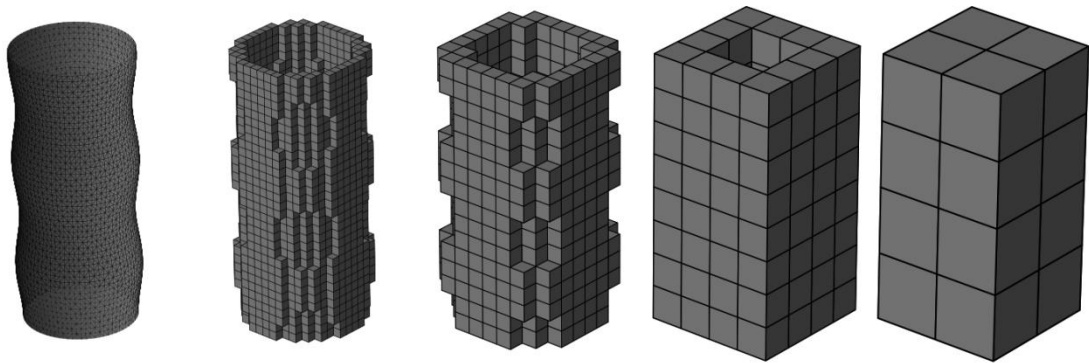


Рисунок 1.6 - Пример разбиения на группы процедуры MLFMA поверхности гофрированного волновода от уровня RWG-функций до самого верхнего (всего 4 уровня).

Для каждого уровня соответствует свое количество мультиполей, требуемых для обеспечения точности разложения функции Грина. Так как размер группы удваивается от дочерней группы к родительской, изменяется и количество мультиполей по формуле (1.17).

Процесс вычисления произведения матрицы на вектор выглядит следующим образом. Сначала вычисляется произведение матрицы ближнего взаимодействия функций RWG на вектор. Параллельно считается излучение всех функций в центры своих родительских групп через функции излучения (16.2). Далее от уровня к уровню происходит следующее действие: для близких групп считается взаимодействие через матрицу передачи, и параллельно излучение на уровень выше путем сдвига - домножения на $e^{ik\hat{k}\vec{r}_{c_{l-1}c_l}}$, где $\vec{r}_{c_{l-1}c_l}$ - вектор из центра дочерней группы в центр родительской группы, и интерполяции - пересчет распределения с более низким разбиением единичной сферы на дочернем уровне в более точное разбиение на родительском уровне. После этого прямого прохода алгоритма, на всех уровнях известны значения в центрах групп и начинается обратный ход алгоритма. Через обратную интерполяцию и сдвиг $e^{-ik\hat{k}\vec{r}_{c_{l-1}c_l}}$ пересчитываются значения в центры дочерних групп, где они суммируются с уже посчитанными взаимодействиями от близких групп на дочернем уровне. На самом нижнем уровне происходит пересчет из центров групп на функции RWG через функции приема.

На Рисунке 1.7 изображена схема-граф, иллюстрирующая принцип ускорения счета произведения матрицы на вектор алгоритма MLFMA.

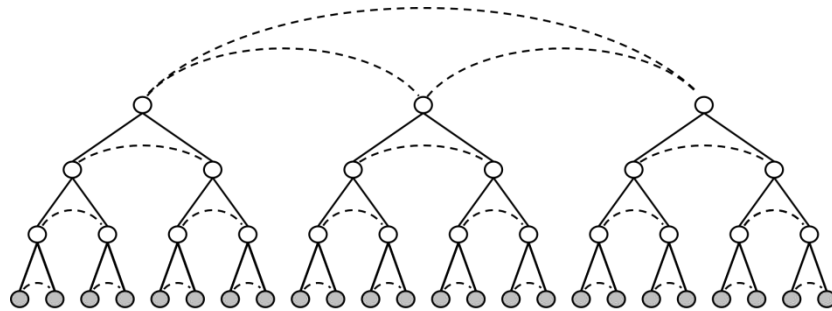


Рисунок 1.7 - Граф процедуры MLFMA. Здесь пунктиром обозначены «ближние» взаимодействия на каждом уровне, а сплошными - излучение/приема между уровнями.

Вычислительная сложность MLFMA (количество операций для вычисления произведения матрицы на вектор и затраты ОЗУ) имеет асимптотику $O(N \log N)$ операций.

1.5. Приближение физической оптики для зеркальных линий.

Метод интегрального уравнения EFIE позволяет решать электродинамические задачи рассеяния для объектов большой сверхразмерности на персональном компьютере за разумное время. Существенно ускорить расчет плотности поверхностного тока на идеально проводящих телах можно, применяя приближение физической оптики (ФО) [3]. Этот принцип лишен необходимости построения сложных итерационных процедур с непредсказуемой сходимостью, а токи выражаются напрямую из полей посредством прямого пересчета.

Рассмотрим излучение с ограниченной апертурой, например, квазипараксиальный волновой пучок, падающее на проводящий объект с лицевой, то есть видимой для излучения поверхностью, превышающей его по апертуре. Будем рассматривать класс гладких поверхностей, с радиусом кривизны много большим длины волны. В этом случае поверхностный ток на рассматриваемой поверхности может быть выражен через известное падающее излучение [3]:

$$\vec{j}_c = \frac{c}{2\pi} [\vec{H}^{\text{ext}} \times \vec{n}]. \quad (1.22)$$

Эта запись и определяет приближение физической оптики (ФО). Его можно применять, как первое приближение для распределения электрического тока, индуцированное падающим на поверхность излучением. Существует и многоповторный вариант ФО (итерационная физическая оптика [15], о которой подробнее будет изложено в гл. 4 данной диссертации), когда на каждом шаге учитывается вторичное переизлучение, создаваемое токами индуцированными на предыдущем шаге. Однако для класса отражателей в виде гладких зеркал с апертурами, превышающими поперечные размеры волновых пучков падающих на их поверхность (излучение не попадает в теневую область отражателя), приближение физической оптики дает хорошую точность. Магнитное поле, создаваемое токами, рассчитанными по физической оптике, можно пересчитать в любой точке пространства по формуле:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \nabla \times \int G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{j}_c(\vec{r}') \cdot ds'. \quad (1.23)$$

В применении данного принципа к открытым линиям передачи есть еще одно преимущество - достаточно использовать последовательный расчет между каждой парой отражателей для расчета распределений электрического тока на каждом зеркале, а не включать всю систему в единый расчет уравнения EFIE.

Для каждого отражателя будет соблюдаться равенство нулю излучения в теневой области благодаря взаимной компенсации падающего излучения и излучения электрического тока индуцированного падающим излучением. Если исключить падающее излучение и рассматривать только поля излучаемые электрическим током на поверхности отражателя, то излучение будет по обе стороны от его поверхности.

Для расчета полей в подобной открытой линии передачи СВЧ мощности можно воспользоваться принципом Гюйгенса для последовательного пересчета электромагнитного поля с поверхности одного преобразователя на поверхность другого. Для этого на поверхности отражателя необходимо ввести пару электрического и магнитного токов, распределения которых связаны с электромагнитным полем падающего излучения соотношениями:

$$\vec{j}_c = \frac{c}{4\pi} [\vec{H}^{\text{ext}} \times \vec{n}], \quad (1.24.1)$$

$$\vec{m}_c = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}^{\text{ext}} \times \vec{n}]. \quad (1.25.2)$$

Такая комбинация токов уже излучает в одну сторону от элемента. Электромагнитное поле таких источников вычисляется как соответствующие интегралы от тока. Принцип Гюйгенса позволяет рассматривать только отраженное излучение от элемента открытой линии передачи.

Принцип физической оптики и принцип Гюйгенса позволяют полностью описать векторное электромагнитное поле в системе отражателей открытой линии передач.

По аналогии с решением интегрального уравнения, искомое распределение электрического тока на поверхности удобно представить как суперпозицию поверхностных функций с неизвестными коэффициентами. Выбор RWG функций в качестве базиса для тока, применительно к принципу физической оптики, может

приводить к дополнительному усложнению. Ток выражается через магнитное поле падающего излучения, но на каждом треугольнике поверхности определены до 3х функций RWG. Таким образом уравнение (1.22) распадается на сильно разреженную СЛАУ, которую необходимо разрешить относительно коэффициентов функций, что добавляет вычислений и может привести к дополнительным неточностям.

«Ступенчатые» функции, определенные каждая на своем треугольнике (или любом другом полигоне, на который разбивается поверхность расчета) отлично работают с принципом физической оптики и магнитное поле в центре каждого треугольника однозначно конвертируется в коэффициент функции тока. Масштаб поверхностного разбиения зависит от углов падения и отражения электромагнитного поля, и функция тока изменяется особенно быстро в направлении проекции волнового вектора на поверхность в точке падения, но 6-10 точек на длину волны достаточно в большинстве случаев.

Ядром интеграла пересчета поля между отражателями является та же функция Грина, что и в векторных интегральных уравнениях, а значит к нему применим тот же алгоритм MLFMA, что сильно экономит затраты машинных ресурсов (эквивалентный такому пересчету граф изображен на Рисунке 1.8).

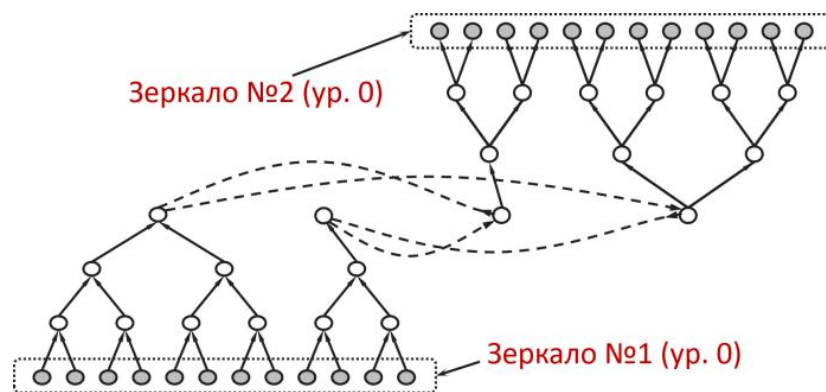


Рисунок 1.8 - Граф пересчета переизлучения между отражателями (зеркалами) по принципу ФО с многоуровневым разложением MLFMA.

Организация построения древовидной структуры MLFMA схожа с такой для интегральных уравнений. Оба тела расчета (отражатели - зеркала) помещаются в один куб, который делится на 8 субкубов, и так далее до нижнего уровня с размером куба порядка половине длины волны. Учитываются только те

кубы, которые содержат элементы поверхности одного из отражателей. Для большинства открытых линий передач характерна удаленность отдельных зеркал друг от друга на расстояния много большие длины волны. Это означает, что исключается расчет на самом нижнем уровне (или даже нескольких нижних уровнях) взаимодействий между «близкими» функциями (группами), что дополнительно снижает расход вычислительных ресурсов.

1.6. Гибридный метод расчета квазиоптических преобразователей гиротрона

Во многих прикладных задачах, исследуемая электродинамическая система состоит из различных элементов - волноводы, зеркала и т. д.. Уравнение EFIE и принцип ФО оперируют с электрическим током на поверхности, что позволяет встроить их в единый расчет, применяя интегральное уравнение к волноводной части, а ФО к открытым линиям передачи. Суммарное распределение полей в любой области исследуемого объема вычисляется как суперпозиция всех токов-решений обоих расчетов.

Порядок использования методов, так же может быть произвольным. В квазиоптическом преобразователе гиротрона исходное излучение рабочей моды преобразуется в гауссово-подобный волноводный пучок внутри волноводного излучателя. Токи в излучателе с приемлемой точностью можно рассчитать с помощью уравнения EFIE. Далее эти токи становятся источниками излучения для открытой части преобразователя, распределения токов на поверхностях которой могут быть быстро пересчитаны по принципу физической оптики. Возможна ситуация, когда излучение после отражения от последнего элемента открытой линии передачи достигает приемного волновода, и возникает необходимость расчета электрического тока в данном волноводе. Тогда токи на отражателе становятся источниками в расчете интегрального уравнения EFIE в волноводе. Декомпозиция всей задачи и применение в отдельных ее областях того или иного

метода естественным образом приводит к увеличению скорости расчета всей системы и минимизации используемых вычислительных ресурсов.

1.7. Примеры расчетов

1.7.1. Расчет гиротрона 140 ГГц гибридным методом

Для демонстрации процедуры расчета рассмотрим задачу анализа полей в квазиоптическом преобразователе гиротрона на частоте 140 ГГц (Рис 1.9). Данный преобразователь хорошо изучен и применяется в серии двухчастотных 105/140 ГГц гиротронах мегаваттного уровня мощности [16]. Система состоит из следующих компонентов:

- квазиоптический излучатель -преобразователь волноводной моды $TE_{22,8}$ в гауссовый расходящийся пучок - гофрированный волновод с винтовым срезом, обеспечивающим практически полное высвечивание СВЧ энергии в ограниченную апертуру
- повторитель - область цилиндрической поверхности соосной с излучателем
- квазипараболическое зеркало для трансформации расходящегося излучения в параксиальный пучок
- два поворотных зеркала, осуществляющие отведение излучения в выходное окно гиротрона, а так же конечную трансформацию волнового пучка в требуемое распределение поля

Данный дизайн преобразователя синтезирован с помощью скалярного интегрального уравнения [7]. Вся система имеет высокую сверхразмерность (линейный масштаб системы порядка 300 длин волн) и полный расчет векторных полей во всей области пространства, занимаемой преобразователем, не представляется реализуемым ни одним методом конечных элементов на персональном компьютере (например, используемая конфигурация ПК с ЦПУ Intel i5-10400 и 32 Гб ОЗУ).

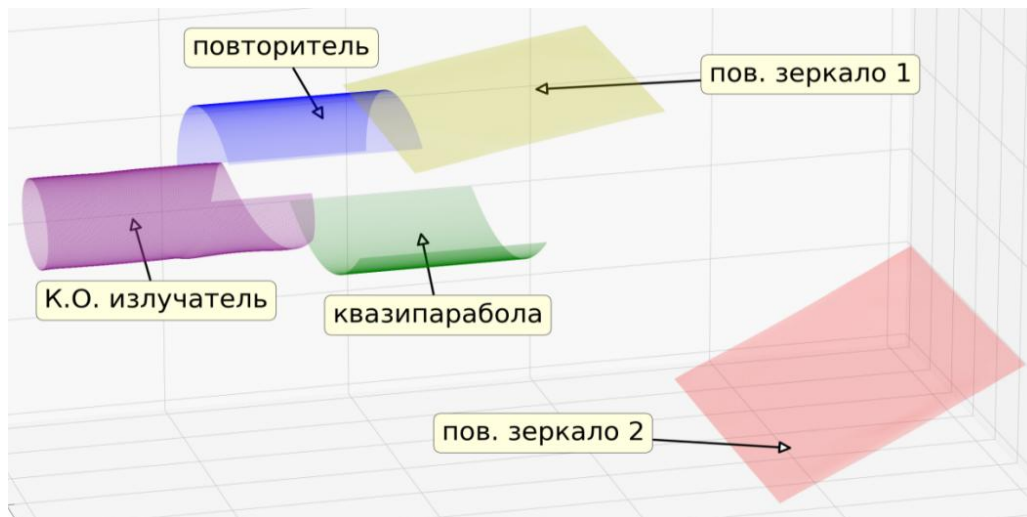


Рисунок 1.9 - 3D-модель квазиоптического преобразователя гиротрона 140 ГГц

Для решения поставленной задачи разобьём ее на подзадачи. Сначала рассчитаем распределение поверхностных токов на поверхности излучателя. Такое распределение можно найти решением соответствующего интегрального уравнения EFIE. Далее будем использовать излучение полученного распределения тока как источник излучения, падающего на повторитель. Расчет распределения токов на повторителе уже возможен по принципу ФО. Все последующие пересчеты от отражателя к отражателю также осуществляются по принципу ФО. Результирующие распределения электрических токов и электромагнитного поля показаны на Рисунке 1.10. Также на рисунке изображено распределение поля на выходном окне, которое рассчитано как излучение токов, протекающих на поверхности последнего отражателя.

Полный расчет системы комбинацией метода интегрального уравнения EFIE (для излучателя) и принципа ФО (для линии передачи) занимает примерно 30 минут на ПК с ЦПУ Intel i5-10400, а затраты ОЗУ не превышают 4 Гб. Из этого времени один расчет излучателя методом EFIE занимает 20 минут. Для сравнения, полный расчет всего преобразователя методом уравнения EFIE занимает примерно 3 часа и требует около 10 Гб ОЗУ. Совпадение результатов обоих расчетов более 99% (по распределению поля на выходном окне гиротрона). Содержание кросс компоненты излучения на выходном окне гиротрона составило 0,13%.

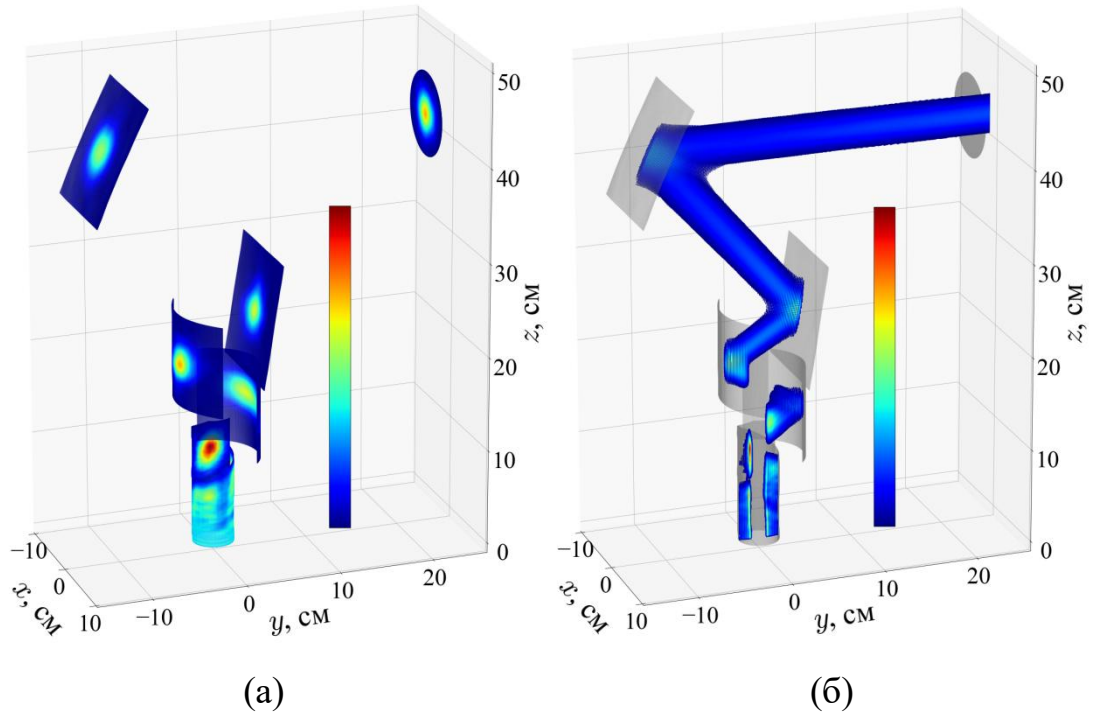


Рисунок 1.10 - Расчет комбинированным методом EFIE+PO+MLFMA: плотность тока на элементах системы (а) и распределение поля $|E_x|$ в пространстве квазиоптического преобразователя гиротрона (б)

Рассчитанные распределения поверхностного тока способны дать полную информацию об электромагнитных полях в интересующей (формально неограниченной) области пространства. На Рисунке 1.11 изображены распределения амплитуды поля в поперечных сечениях, расположенных на траектории волнового пучка на удалении от окна гиротрона, посчитанные по принципу физической оптики и измеренные экспериментально. Общая длина пролета волнового пучка от зеркала №2 до последнего сечения, участвующего в расчете, составляет примерно 2 метра, что при частоте 140 ГГц, составляет примерно 1000 длин волн. Взаимная мощность η_a двух распределений A_1 и A_2 в сечении S , рассчитываемая по формуле:

$$\eta_a(A_1, A_2) = \frac{\left(\int_S |A_1| |A_2| ds \right)^2}{\int_S |A_1|^2 ds \cdot \int_S |A_2|^2 ds}, \quad (1.26)$$

для измерений и 3d расчетов составила более 97%, что является высоким значением, учитывая, что на данный параметр, кроме точности расчета, так же влияют точность изготовления, позиционирования поворотных (неквадратичных) зеркал и измерения.

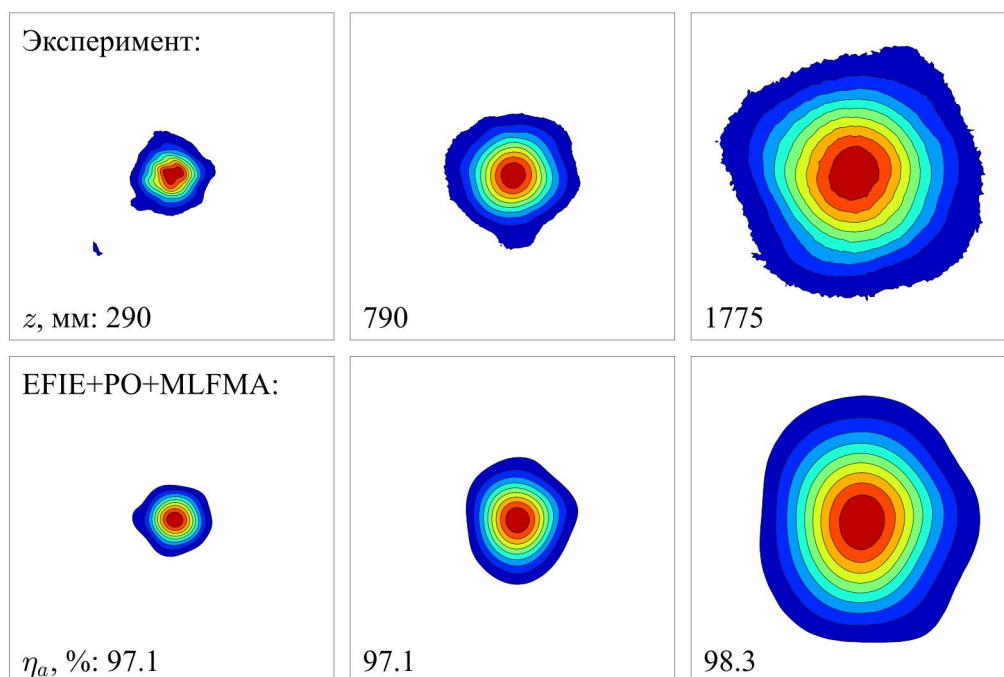


Рисунок 1.11 - Распределения амплитуды электрического поля волнового пучка в сечениях на расстоянии z от выходного окна гиротрона (апертура 280x280 мм), измеренные в эксперименте (сверху) и рассчитанные комбинацией методов интегрального уравнения и принципа физической оптики (снизу)

1.7.2. Анализ модового состава излучения гиротрона 530 ГГц

Исследован импульсный гиротрон суб-ТГц-диапазона с импульсным магнитным полем [17]. Рабочая частота гиротрона 530 ГГц и рабочая мода $TE_{23,7}$. В гиротроне реализован внешний квазиоптический преобразователь (преобразователь располагается за выходным окном, Рисунок 1.12). Излучателем является отрезок гладкого непрофилированного волновода радиусом 11 мм с прямоугольным вырезом. Далее, расходящееся по азимуту излучение обращается в квазипараксиальное излучение параболическим зеркалом и дополнительно фокусируется корректирующим зеркалом с параболическим профилем.

С данным гиротроном проведена серия экспериментов. Длительность импульсов достигала 30 мкс, а максимальная мощность 50 кВт. Излучение, проходящее через выходное окно, высвечивается излучателем и после отражений от квазипараболического и фокусирующего (параболического) окон попадает на камеру с металл-диэлектрическим экраном (МД экран) [18]. Камера представляет

из себя пространство между плоским окном и МД экраном, заполненное гелием при давлении 1,1 атм. МД экран представляет из себя акриловый диск с нанесенными на него случайным образом частицами металла. При прохождении излучения через газ образуется плазма и высвечивается излучение видимого диапазона длин волн. Это эмиссионное излучение регистрируется CCD камерой.

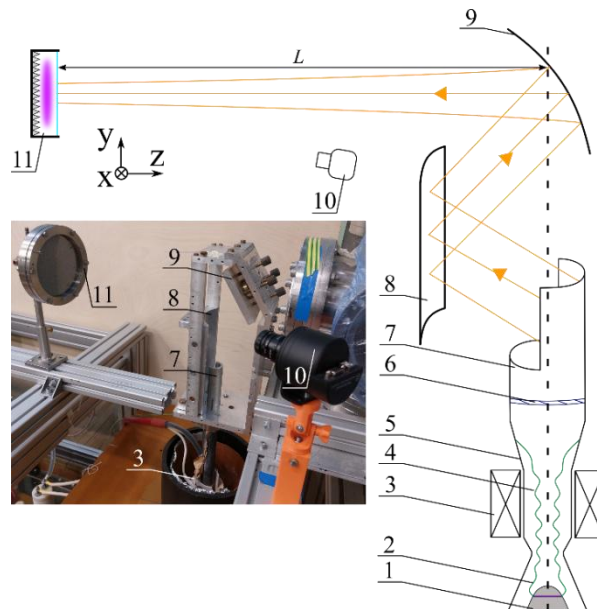


Рисунок 1.12 - Фотография экспериментального стенда и схема импульсного гиротрона: 1 – катод, 2 – электронный пучок, 3 – магнит, 4 – резонатор, 5 – коллектор, 6 – выходное окно, 7 – излучатель, 8 – параболическое зеркало, 9 – фокусирующее зеркало, 10 – CCD камера, 11 – камера с МД экраном

В гиротроне генерируется мода $TE_{23,7}$ на длительности 25 мкс «полки» импульса напряжения, а так же несколько мод (например, $TE_{13,11}$ и $TE_{21,8}$) на переднем и заднем фронтах импульса напряжения. В первоначальной конструкции в качестве окна использовался диск тефлона толщиной 2 мм, который деформировался под действием разности давлений, что порождало преобразование рабочей моды в набор мод $TE_{23,p}$ с разными интенсивностями (Рисунок 1.13). Такое модовое многообразие приводит к тому, что в эксперименте фиксируются несколько отдельных пучков выходного излучения на детектирующем экране.

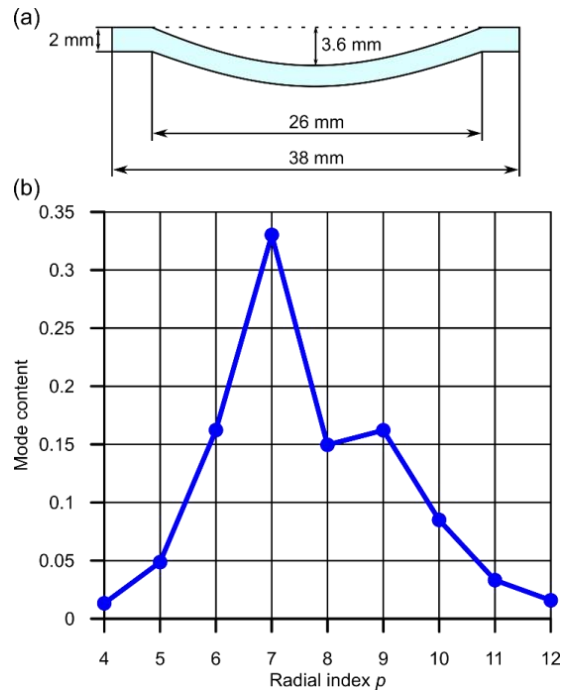


Рисунок 1.13 - Схематичное диаметральное поперечное сечение выходного окна импульсного гиротрона (а) и расчетное модовое содержание мод $TE_{23,p}$ рожаемое деформацией окна.

Для проверки модового состава был применен комбинированный метод уравнения EFIE и принципа физической оптики. Для всех мод произведены соответствующие пересчеты интенсивностей излучения на поверхность детектирования, которые сравнивались с экспериментальным распределением интенсивности. Таким образом, был верифицирован модовый состав излучения гиротрона путем сопоставления положения отдельных пучков на детектирующем экране. В расчет так же были включены моды $TE_{13,11}$ и $TE_{21,8}$, генерация которых возникает на фронтах импульса напряжения, и частоты которых так же наблюдалась в эксперименте. На Рисунке 1.14 изображены наложения распределений, рассчитанных для всех мод гибридным методом EFIE+PO+MLFMA, и экспериментально наблюдаемое распределение излучения гиротрона с тефлоновым выходным окном. Расположения пучков в расчетах и эксперименте находятся в соответствии, что качественно подтверждает модовый состав излучения гиротрона.

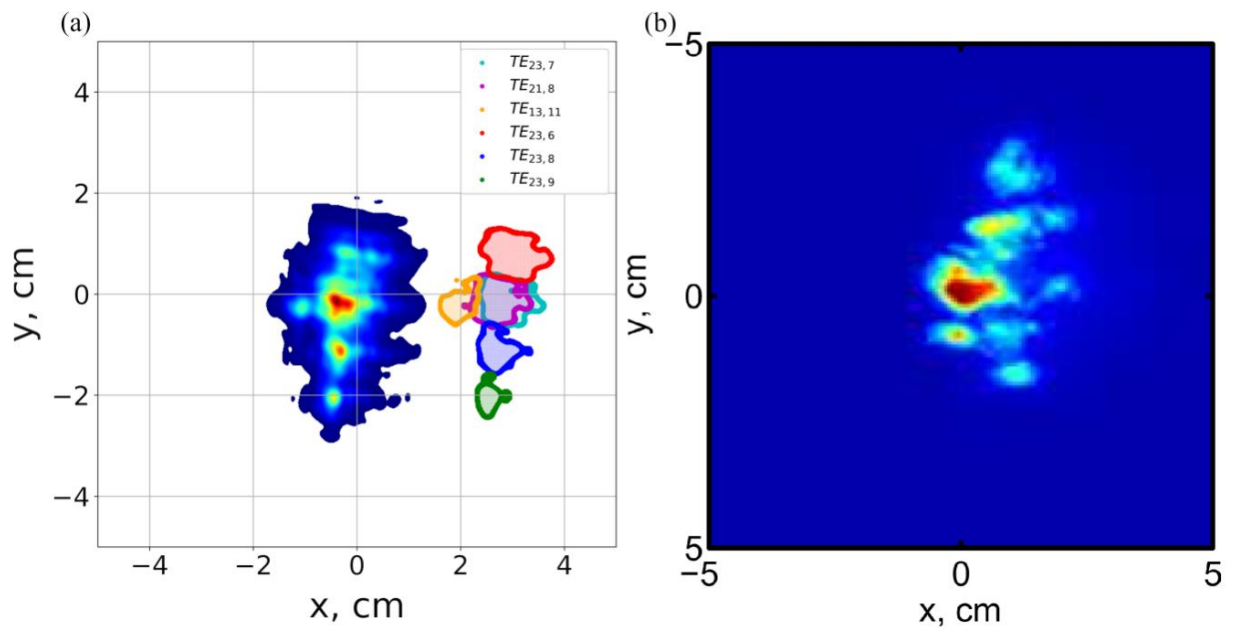


Рисунок 1.14 - Расчетное (EFIE+PO+MLFMA) распределение мощности в плоскости детектирования (a) и экспериментальное распределение (b)

Стоит отметить, что линейные размеры системы достигают порядка 500 длин волн и каждый расчет требует примерно 4 часа (на ПК с Intel i5-10400 процессором) и 20 Гб затрат оперативной памяти. Ни одним методом конечных элементов для трехмерного анализа электромагнитных полей данная задача не решается за разумное время.

Для устранения эффекта паразитного преобразования мод окно из тефлона было заменено на окно из кварца, которое не деформируется из-за разности давлений, что положительно сказалось на выходном излучении (Рисунок 1.15).

Таким образом, гибридный метод EFIE+PO+MLFMA показывает себя как метод для точного анализа электромагнитных полей в сверхразмерных квазиоптических преобразователях гиротронов. Скорость решения для систем с размерами в сотни длин волн высока, что делает этот метод перспективным в исследовании и проектировании подобных систем. В следующей главе подробно описывается метод синтеза, включающий в себя трехмерный расчет описанной в гл. 1 процедурой.

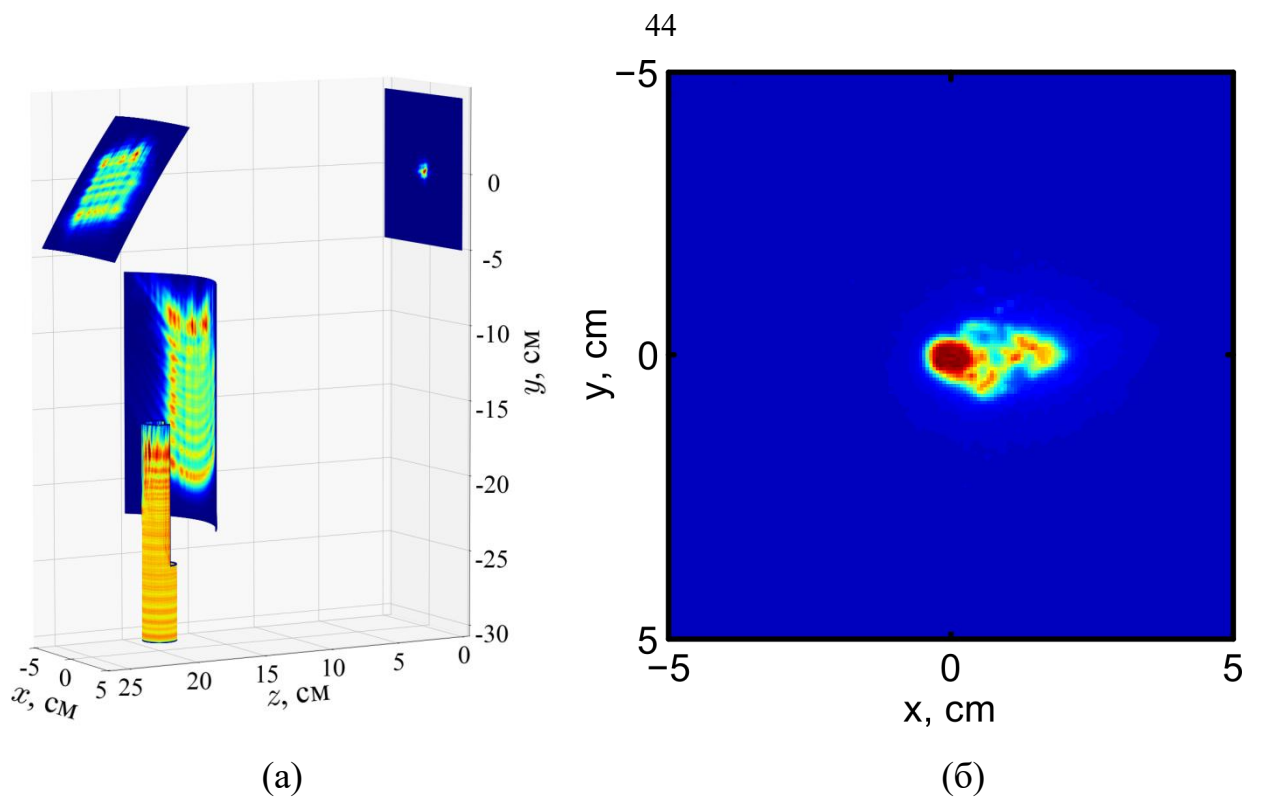


Рисунок 1.15 - Расчетные распределения плотностей электрического тока на элементах квазиоптического преобразования импульсного гиротрона на моде $\text{TE}_{23,7}$ (а) и измеренное распределение мощности гиротрона в случае применения выходного окна из кварца (б).

ГЛАВА 2. Комбинация метода синтеза и интегрального уравнения EFIE

Во многих приборах СВЧ широко применяются преобразователи волн. Это могут быть волноводные преобразователи одной волноводной моды или совокупности мод, в другую моду или комбинацию мод, с необходимыми качествами. Так же возможна трансформация моды волновода в собственную моду открытой линии передачи. Преобразование волн происходит посредством взаимодействия излучения со стенками преобразователя, которые имеют специальную форму. Возникает задача синтеза поверхности, обеспечивающей требуемое преобразование. Такая задача является обратной к задаче анализа полей в структуре. Задача синтеза может иметь не единственное решение, в этом смысле являясь некорректной. В данной главе пойдет речь о реализации трехмерного синтеза волноводных преобразователей открытого типа, такого как волноводный излучатель гиротрона, на основе принципа оптимального синтеза, разработанного в ИПФ РАН [8] в комбинации с интегральным уравнением EFIE. Как будет показано, формулировки подходов синтеза и интегрального уравнения легко приводятся к единым терминам, а универсальность применения интегрального уравнения позволяет конструировать преобразователи сложной геометрии с высокой эффективностью.

2.1. Формулировка процедуры оптимального синтеза

Используемая процедура синтеза базируется на основных принципах описанных в [8]. На Рисунке 2.1 изображена схема расчета итерационной процедуры синтеза. Рассматривается волновод с заданными входным и выходным сечениями (A_1 и A_2 , соответственно), а так же известными распределениями электрического и магнитного полей на них (E_1 и H_1 на входном сечении и E_2 и H_2 – на выходном). Синтезируемая поверхность S - боковая поверхность волновода, а

временная зависимость для всех величин соответствует монохроматическому волновому процессу $e^{-i\omega t}$. На каждой итерации синтеза рассчитывается два распределения поля внутри волновода, отвечающие распространениям полей $\{\vec{E}^+, \vec{H}^+\}$ входной моды ($\vec{E}^+ = \vec{E}_1$, $\vec{H}^+ = \vec{H}_1$ на поверхности A_1) и распространению $\{\vec{E}^-, \vec{H}^-\}$ обращенной выходной моды ($\vec{E}^- = \vec{E}_2^*$, $\vec{H}^- = -\vec{H}_2^*$ на поверхности A_2 , где «*» означает комплексное сопряжение) внутрь объема волновода, ограниченного входным и выходными сечениями.

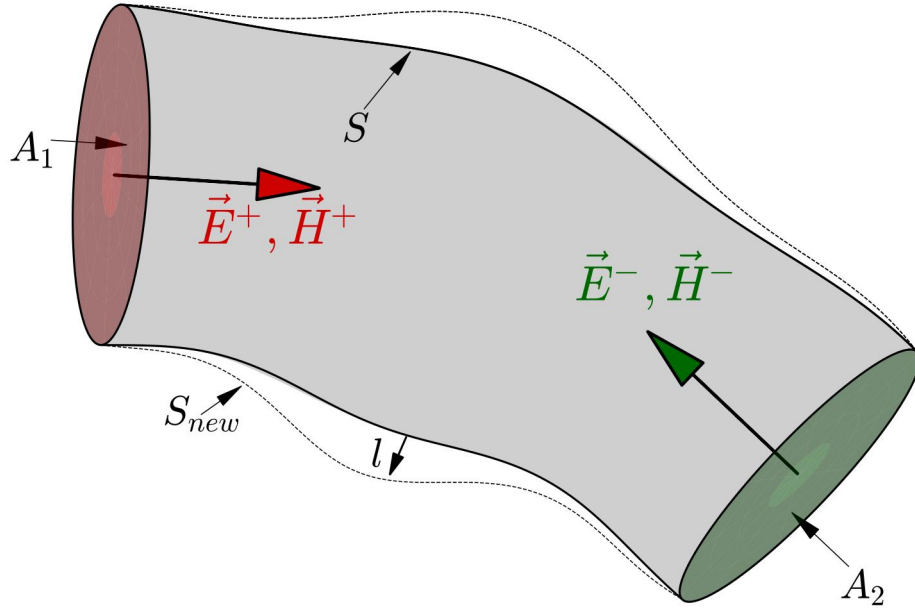


Рисунок 2.1 - Схематичное изображение синтезируемой поверхности S участка волновода круглого сечения и двух задач распространения излучения (от входа к выходу и обратного).

Ключевым параметром в процедуре синтеза является коэффициент преобразования мод в волноводе на каждой итерации:

$$P = \int_{A_2} ([\vec{E}^+, \vec{H}^-] - [\vec{E}^-, \vec{H}^+]) \vec{n} dS \quad (2.1)$$

В данных терминах, значение деформации l в каждой итерации процедуры синтеза может быть выражено посредством несложных соотношений [8]

$$l = \alpha \text{Re}F + \beta \text{Im}F \quad (2.2.1)$$

$$F = -ik(\vec{H}_\tau^+ \vec{H}_\tau^- + \vec{E}_n^+ \vec{E}_n^-) \quad (2.2.2)$$

$$\alpha = \frac{N_{\text{Im}} \text{Re} \Delta P - N_{\text{ReIm}} \text{Im} \Delta P}{N_{\text{Re}} N_{\text{Im}} - N_{\text{ReIm}}^2}, \quad \beta = \frac{N_{\text{Re}} \text{Im} \Delta P - N_{\text{ReIm}} \text{Re} \Delta P}{N_{\text{Re}} N_{\text{Im}} - N_{\text{ReIm}}^2} \quad (2.2.3)$$

$$N_{\text{Re}} = \int_S |\text{Re}F|^2 dS, \quad N_{\text{Im}} = \int_S |\text{Im}F|^2 dS, \quad N_{\text{ReIm}} = \int_S \text{Re}F \text{Im}F dS, \quad (2.2.4)$$

где ΔP - приращение коэффициента преобразования после итерации.

Суммируя вышесказанное, каждая итерация представляется в виде последовательности шагов:

- a) Вычисление двух распределений (прямого и обратного) электромагнитных полей внутри поверхности волновода.
- b) Вычисление функции F на поверхности S и коэффициента преобразования P .
- c) Установка фазы свободного параметра ΔP равной фазе P . Выбор абсолютного значения ΔP осуществляется с учетом того факта, что максимум $|P|=1$, а процедура синтеза происходит в несколько итераций (то есть $\Delta P \approx (1 - |P|)e^{i \cdot \arg(P)}$).
- d) Вычисление деформации l для выбранного ΔP .

Можно выявить следующие достоинства сформулированной процедуры синтеза поверхности волноводных преобразователей:

- ✓ «Оптимальность» метода заключается в минимизации поправки для профиля,обеспечивающего требуемое преобразования. Формулы (2.2) выведены из условия минимизации функционала $\int_S |l|^2 dS = \min$. Результирующий профиль имеет сбалансированный вид, то есть положительная и отрицательная деформации имеют близкие амплитуды.
- ✓ Естественная связь преобразуемых волноводных мод через амплитудные распределения полей на стенке. Для большинства преобразований произведение распределений комплексных полей дает правильную форму гофрировки уже на первой итерации (в отличие от произведения фаз полей взаимодействующих волноводных мод).
- ✓ В отличие от фазовых методов синтеза (например [7]), которые используются в волноводах **только** для случая профиля, сохраняющего узкий спектр излучения рабочей моды, в данной процедуре нет необходимости в восстановлении фазы. Метод не требует предварительных знаний о конечном распределении полей (сценариев распределения) на синтезируемой поверхности.
- ✓ Применим как для «закрытых», так и для «открытых» волноводных преобразователей.

- ✓ Применим для широкополосного (многочастотного) синтеза (гл. 3).

2.2. Связь физических величин в методе синтеза и уравнения EFIE

Выбор метода расчета полей в изложенной процедуре синтеза произволен. Рассмотрим комбинацию принципа оптимального синтеза и интегрального уравнения и остановимся на преимуществах такой комбинации. Решение EFIE - достаточно быстрый метод анализа полей, оперирующий плотностью поверхностного электрического тока. При этом функция F , через которую выражается деформация синтезируемой поверхности, сформулирована в терминах произведений тангенциальных магнитных и нормальных электрических полей. Тангенциальное магнитное поле выражается через поверхностный ток как $\vec{H}_\tau = -\frac{4\pi}{c} [\vec{j}, \vec{n}]$, а нормальное электрическое поле как $E_n = -\frac{4\pi}{kc} \text{div} \vec{j}$. Соответственно, можно переписать (2.2.2) как:

$$F = -ik \cdot \left(\frac{4\pi}{c} \right)^2 \cdot (\vec{j}^+ \vec{j}^- + \frac{\text{div} \vec{j}^+ \text{div} \vec{j}^-}{k^2}), \quad (2.3)$$

и для вычисления F не требуется никаких дополнительных расчетов, кроме самих решений уравнения EFIE для двух задач распространения. Единственный расчет полей по найденным распределениям токов, который требуется для получения значения параметра P , это пересчет поля, создаваемого токами $\vec{j}^+$ прямого расчета на выходное сечение. Данный расчет делается с участием MLFMA за незначительное время, по сравнению с временем решения самого интегрального уравнения.

Для геометрии излучателя гиротрона можно отметить, что выбор выходного сечения с требуемым целевым распределением поля в виде поперечного сечения волновода не оптимален. Использование трехмерного метода расчета интегрального уравнения EFIE позволяет задать в качестве выходного сечения излучателя гиротрона, например, участок продолжения цилиндрической поверхности исходного невозмущенного волновода - выходную зону Бриллюэна

(Рисунок 2.2, подробнее в разделе 2.3.1). Для обращенного пересчета, источники излучения, соответствующие гауссово-подобному целевому излучению, можно располагать на такой неплоской поверхности. В дальнейшем, на примерах синтезируемых устройств, будет показано, что и в более общем варианте, когда поверхность с целевым распределением вообще оторвана от волновода, и находится, например, на поверхности следующего за излучателем квазипараболического зеркала, принцип синтеза так же продолжает работать.

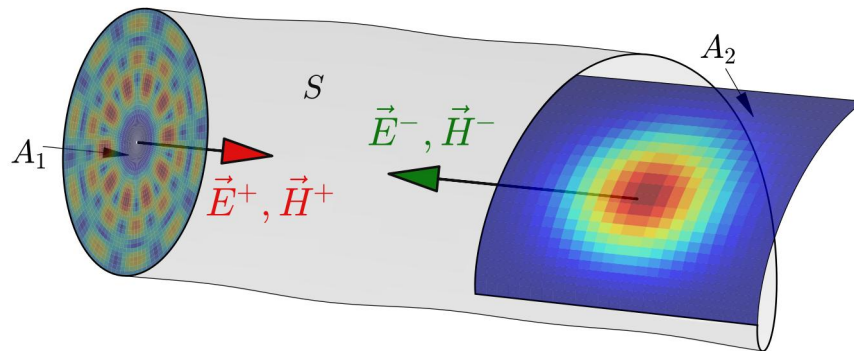


Рисунок 2.2 - Пример определения источников для обращенного расчета полей, требуемых для процедуры синтеза гиротронного волноводного излучателя при использовании интегрального уравнения EFIE, в виде выходной зоны Бриллюэна.

Стоит упомянуть о необходимости сглаживания синтезируемого профиля. Этот аспект особенно важен в открытых волноводах. Рассчитанное методом интегрального уравнения электрического поля распределение тока учитывает отражение от открытого края волновода и имеет изрезанную структуру, которая дает искажение для функции синтеза F и, как следствие, искажает поправку для профиля. С каждой итерацией синтеза такое искажение нарастает и может синхронизироваться с распределяющимся излучением и усиливать его отражение уже от самого искаженного профиля (даже до открытого края волновода). Для целевого профиля характерно низкое значение поля на кромке волновода, а значит и низкий показатель отражения излучения. Таким образом возникает необходимость сглаживания профиля (или фильтрации искажений). Подобное сглаживание благотворно скажется и на производстве устройства (увеличит радиус фрезы, например).

Удачным и относительно простым решением данной проблемы является Фурье фильтр. При этом достаточно использовать фильтр для самой функции F

процедуры синтеза. На примере излучателей гиротронов можно руководствоваться следующими соображениями для ограничения гармоник Фурье в разложении функции F . В традиционном излучателе угловой спектр излучения меняется слабо. Это означает, что отражение в прямом и обратном пересчете проявится в спектре функции F вблизи продольных волновых чисел вблизи значений $\pm 2k_z$. Основные продольные гармоники для функции профиля поверхности, согласно асимптотической теории [6], лежат в области $\Delta k_z = \pm \frac{2\pi}{L_B}$ (гораздо ниже по спектру продольных чисел), поэтому достаточно ограничить продольный спектр для F в пределах $\pm(2\dots 5)\Delta k_z$. По азимуту, как правило, можно ограничиться гармониками не выше ± 10 . Эти соображения подтверждаются наблюдениями при расчете. На Рисунке 2.3 демонстрируется характерный спектр функции F при синтезе преобразователя для моды $TE_{22,8}$ и частоты 140 ГГц в гауссовый пучок. Видна локализация основных гармоник Фурье вблизи нуля. При фильтрации более высоких гармоник процедура синтеза дает гладкий профиль.

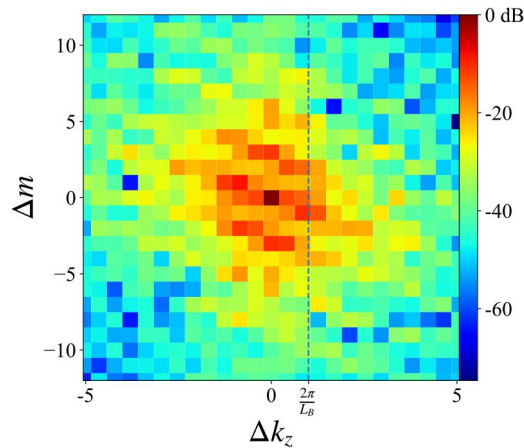


Рисунок 2.3 Пример спектра функции синтеза для излучателя гиротрона 140 ГГц на рабочей моде $TE_{22,8}$.

Важный вопрос, возникающий при синтезе открытых волноводных преобразователей, это контроль и правильный учет диффракционных потерь. Для волноводного излучателя гиротрона требуемым выходным излучением является гауссовый пучок ограниченной апертуры. Поверхность квазипараболического зеркала, на которой проверяется совпадение полученного излучения с целевым, не охватывает всех направлений, в которых может происходить излучение. При

завышенных требованиях к выходному излучению (чрезмерно узкий волновой пучок) или недостаточной длине излучателя возможна ситуация, когда синтезированный профиль обеспечивает высокое содержание требуемого поля в выходной апертуре, но излучение имеет боковые лепестки (за пределами выходной апертуры), содержащие в себе значимую долю мощности. Для контроля этого излучения необходимо производить контрольный расчет поля (с максимально высокой точностью) на поверхности, перекрывающей все направления возможного излучения. Для сверхразмерного волноводного излучателя такой поверхностью может являться поверхность цилиндра круглого сечения, соосного с излучателем и имеющего радиус, превышающий радиус излучателя. Длину и положение цилиндра нужно выбирать с запасом, исходя из размеров и положения выходной зоны Бриллюэна и значения угла Бриллюэна. Оценив значение мощности в основном и боковых лепестках, можно делать выводы о достижении или недостижении целевых показателей выходного излучения.

2.3. Квазиоптический преобразователь для гиротрона 28 ГГц

2.3.1. Проблема излучения рабочей моды с большим продольным волновым числом

Для нового технологического гиротрона на частоте 28 ГГц и моде $TE_{1,2}$ [19] вывод излучения организован в продольном направлении за областью коллектора. Таким образом, радиус волновода после выходного окна имеет большое значение $R_w=33$ мм, что обуславливает высокое значение продольного волнового числа (почти равного волновому числу в вакууме). Чтобы описать все трудности проектирования квазиоптического преобразователя для системы с такими характеристиками, следует рассмотреть геометро-оптическое описание волноводной моды в волноводе круглого сечения.

Собственная мода волновода представима в виде непрерывного и однородного по плотности потока лучей, каждый из которых совершает последовательные переотражения от стенки волновода и касаются единой цилиндрической поверхности, называемой каустикой [6]. Все геометрические параметры таких отражений выражаются через параметры (индексы) моды, радиус волновода R_w и волновое число k . Так, для волны $TE_{m,p}$ справедливы следующие соотношения: $\theta_B = \arcsin(\frac{k_{\perp}}{k})$ - угол наклона лучей к оси волновода (угол Бриллюэна), где $k_{\perp} = \frac{v_{mp}}{R_w}$ - поперечное волновое число, v_{mp} - p -ый корень m -ой функции Бесселя, $\Delta\varphi = 2 \cdot \arccos(\frac{m}{v_{mp}})$ - угол между последовательными переотражениями одного луча, $R_c = R_w \frac{m}{v_{mp}}$ - радиус каустики и $\Delta z = 2R_w \cdot \operatorname{ctg}(\theta_B) \cdot \sin(\Delta\varphi/2)$ - продольное расстояние между последовательными отражениями (Рисунок 2.4 а).

Если рассмотреть развертку боковой поверхности волновода, то можно выделить на ней области, на которые падают все лучи, образующие данную моду. Вся поверхность волновода оказывается «вымощенной» такими одинаковыми поверхностями, сдвинутыми относительно друг друга вдоль переотражений одного луча. Такие области называются зонами Бриллюэна. Если вырезать из поверхности волновода любую из зон, все лучи вылетят наружу волновода, то есть вся мощность излучится. Выбор зоны Бриллюэна неоднозначен. На рис. 2.4б изображены 3 варианта областей, содержащих все лучи моды. Для ровного края среза волновода соответствует выходная зона Бриллюэна в виде полосы шириной Δz , расположенной перпендикулярно продольной координате. Таким образом, угол разлета лучей выходного излучения составляет полные 360 градусов. Можно выбрать такие зоны, которые будут ограничены соседними витками винтовой линии, проходящей через точки отражения одного из лучей. Угловая апертура такой области может быть сильно уменьшена и в предельном случае составит $\Delta\varphi$ (Рисунок 2.4б - самый правый вариант). Такой вариант среза обычно применяют в

излучателях мощных гиротронов. Длина винтового среза в этом случае составит $L_B = 2\pi \cdot \Delta z / \Delta \phi$ - длина Бриллюэна.

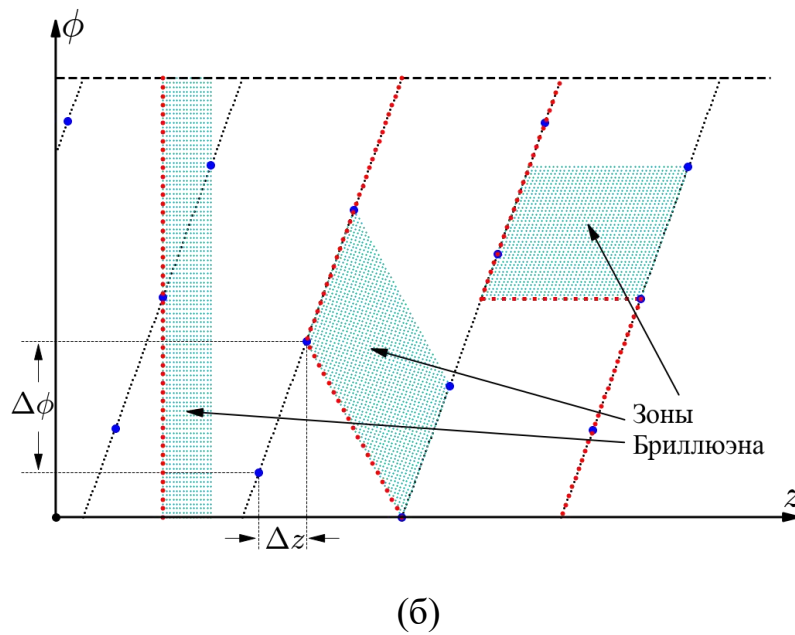
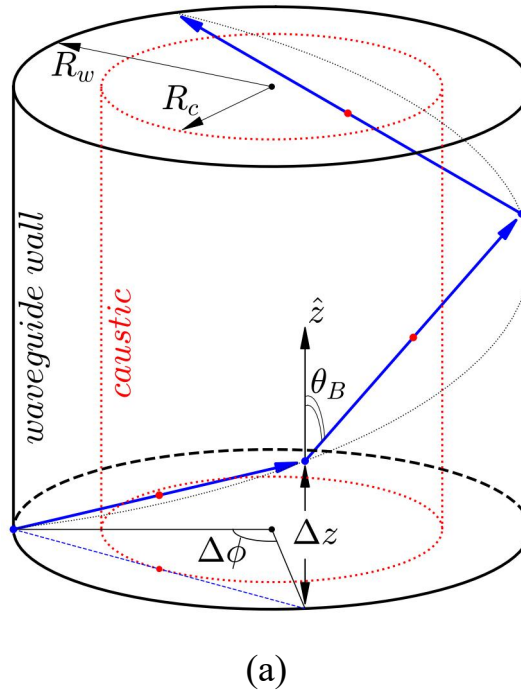


Рисунок 2.4 - Схематическое изображение распространения лучей, формирующих собственную моду в круглом волноводе (а) и варианты выбора зон Бриллюэна на развертке боковой поверхности волновода (б)

На пути излучения, вышедшего из пространства волноводного излучателя, располагают квазипараболическое зеркало, после отражения от которого расходящийся по азимуту волновой пучок приобретает фазовый фронт близкий к плоскому и распространяется под углом Бриллюэна к оси волновода, из которого

он был излучен. Далее обычно устанавливают одно или несколько поворотных зеркал для вывода излучения в поперечном к оси волновода направлении.

Для рабочей моды $TE_{1,2}$ на частоте 28 ГГц и при радиусе излучателя 33 мм, длина одного винтового среза составляет 515 мм, а длина квазиоптического зеркала в продольном направлении превышает 1000 мм. Для уменьшения дифракционных потерь волноводный излучатель должен иметь гофрировку, обеспечивающую трансформацию рабочей моды в гауссово-подобное излучение. Для формирования такого излучателя традиционным способом (с помощью плавной гофрировки), не меняющей сильно угловой спектр рабочей моды, длина излучателя до среза должна быть порядка 3-4 длин Бриллюэна, что доводит продольные размеры всей квазиоптической системы (излучатель, квазиоптическое и поворотное зеркала) до неприемлемых 2500-3000 мм. Для относительно невысокой частоты в 28 ГГц подобная длина оптического пути в открытой части преобразователя неминуемо приведёт к дополнительным дифракционным потерям.

Возможным решением данной проблемы могло бы послужить плавное уменьшение радиуса волновода и, как следствие, увеличение угла Бриллюэна. Но в таком случае, могут возникать запертые паразитные моды в области ограниченной расширением после резонатора и до данного сужения, которые будут приводить к заметным резонансным потерям и могут негативно влиять на генерацию гиротрона [20-22]. Учитывая длинную протяжённость этой области, спектр паразитных мод будет достаточно плотным.

2.3.2. Концепция волноводного излучателя, меняющего угловой спектр моды

Для решения описанной проблемы необходимо синтезировать профиль боковой стенки излучателя, который меняет угловые характеристики излучения. Для определенности, можно опираться на угловые соотношения, соответствующие иной волноводной моде и более подходящие для излучения.

Такой модой является, например, $TE_{9,2}$: ее угол Бриллюэна составляет уже 52° , а угловая ширина зоны Бриллюэна - 108° (против 160° у моды $TE_{-1,2}$). На Рисунке 2.5 изображены масштабные сравнения винтовых срезов для мод $TE_{-1,2}$ и $TE_{9,2}$ и радиусе волновода 33 мм при частоте 28 ГГц. Длина среза для моды $TE_{9,2}$ составляет всего 140 мм. Меньшая по сравнению с рабочей модой угловая ширина зоны Бриллюэна благоприятно сказывается на поперечных размерах зеркал открытой (зеркальной) части преобразователя.

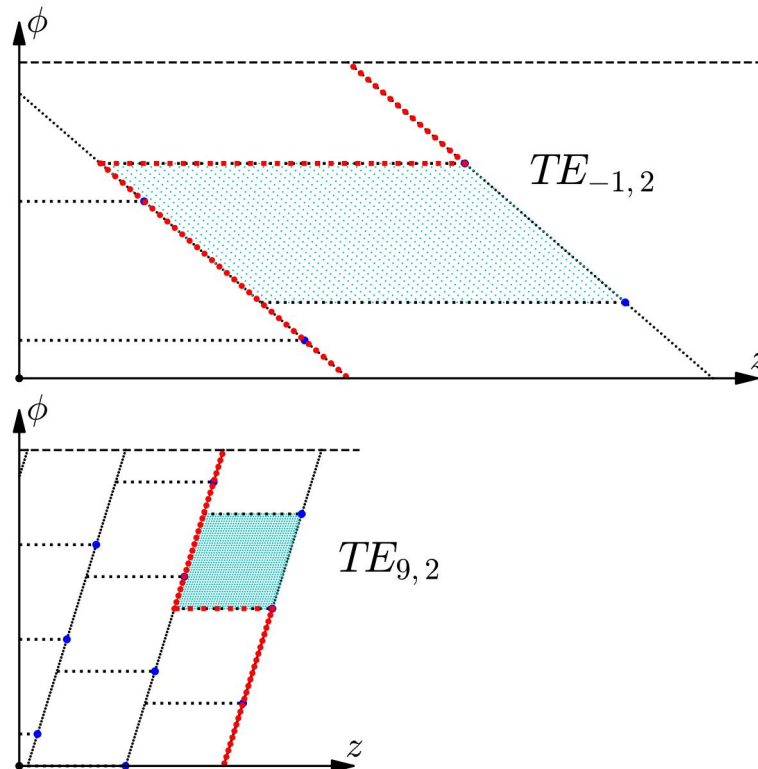


Рисунок 2.5 - Сравнительные масштабные изображения зон Бриллюэна (области помеченные голубым цветом) и винтовых срезов излучателей (красные точечные линии) для мод $TE_{-1,2}$ и $TE_{9,2}$ на боковой развертке поверхности круглого волновода с радиусом 33 мм на частоте 28,12 ГГц.

С помощью трехмерного численного синтеза можно попытаться синтезировать профиль волновода, который изменит угловой спектр рабочей моды на целевой, а так же преобразует амплитудное распределение поля к гаусово-подобному.

2.3.3. Синтез профиля излучателя

Для процедуры синтеза поверхности излучателя необходимо задать целевое распределение поля. Можно задавать такое распределение на выходной зоне Бриллюэна - продолжение цилиндрической поверхности круглого волновода в виде функции $A(z, \varphi) \cdot e^{i(m\varphi + hz)}$. Но отыскание функции $A(z, \varphi)$, обеспечивающей максимальную связь выходного излучения, отраженного от квазипараболического зеркала с гауссовым пучком, нетривиальная задача. Если взять в качестве такой функции аналитические приближения функции Гаусса (например, функция $\cos^2 x$ на периоде $[-\pi/2; \pi/2]$ имеет связь с основной функцией Гаусса 98%), то после отражения от квазипараболы такой пучок будет иметь асимметричную форму. Полученное излучение можно допреобразовать с помощью синтезированных зеркал неаналитической формы, но такая система требует предельной точности в юстировке.

Для синтеза профиля излучателя 28 ГГц гиротрона использовался иной метод задания обратных источников. Для него необходимо определиться с положением всех элементов системы, следующих за излучателем, исходя из геометро-оптических характеристик моды $TE_{9,2}$ (квазипарабола, поворотное зеркало и входное сечение волновода, осуществляющего дальнейшую транспортировку СВЧ мощности). После перебора параметров была выбрана такая конфигурация элементов преобразователя: асимметричное расположение квазипараболического зеркала с фокальным расстоянием 55 мм позволяет выходному излучению беспрепятственно распространяться после отражения от него, при этом проекция выходной зоны Бриллюэна на квазипараболу имеет близкие поперечные размеры, что позволяет аккуратно вписать в ее апертуру проекцию обращенного выходного излучения (Рисунок 2.6). Используя обращенную моду $HE_{1,1}$ со входа в волновод как источник, с помощью приближения физической оптики было пересчитано излучение этих источников на поворотное зеркало, а потом на квазипараболу. Токи, индуцированные на

квазипараболе, использовались как источники обратной задачи. Таким образом, организованная процедура синтеза должна давать профиль, преобразующий входную моду в излучение, которое после прохождения через открытую часть квазиоптического преобразователя максимально согласовано с модой $HE_{1,1}$ гофрированного волновода.

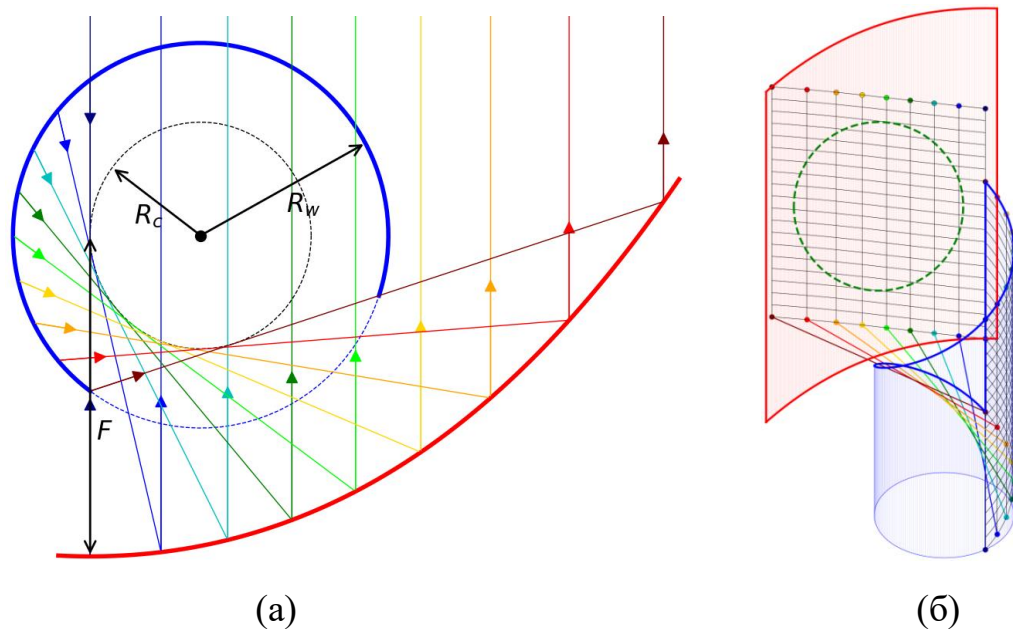


Рисунок 2.6 - Расположение излучателя и квазипараболического зеркала: чертеж в поперечном сечении (а) и изометрическое изображение (б - точка обзора находится на пути распространения центрального луча электромагнитного пучка после отражения от квазипараболы, зеленым контуром обозначены границы целевого распределения поля)

Для ускорения получения результатов синтеза можно воспользоваться стартовым приближением для профиля поверхности. Учитывая характер трансформации угловых характеристик, за такое приближение был принят профиль длиной 450 мм, обеспечивающий трансформацию моды $TE_{-1,2}$ в $TE_{9,2}$ с достаточно высоким показателем преобразования (порядка 95%). Профиль был синтезирован с помощью комбинации процедуры синтеза и метода связанных мод [8]. Используя этот профиль, как профиль участка излучателя до винтового среза, и организовав процедуру синтеза всей полученной поверхности, была достигнута требуемая эффективность трансформации (более 98%) в необходимую моду. Стартовый профиль и результат трехмерного синтеза излучателя представлены на Рисунке 2.7а,б. Так же на Рисунке 2.7в изображено распределение плотности поверхностного электрического тока на стенке излучателя, а на Рисунке 2.7г -

распределения тангенциальной компоненты магнитного поля на поверхностях квазиоптического преобразователя и выходного сечения преобразователя (круглое входное сечение в гофрированный волновод). Размер всей системы в продольном направлении не превысил 800 мм.

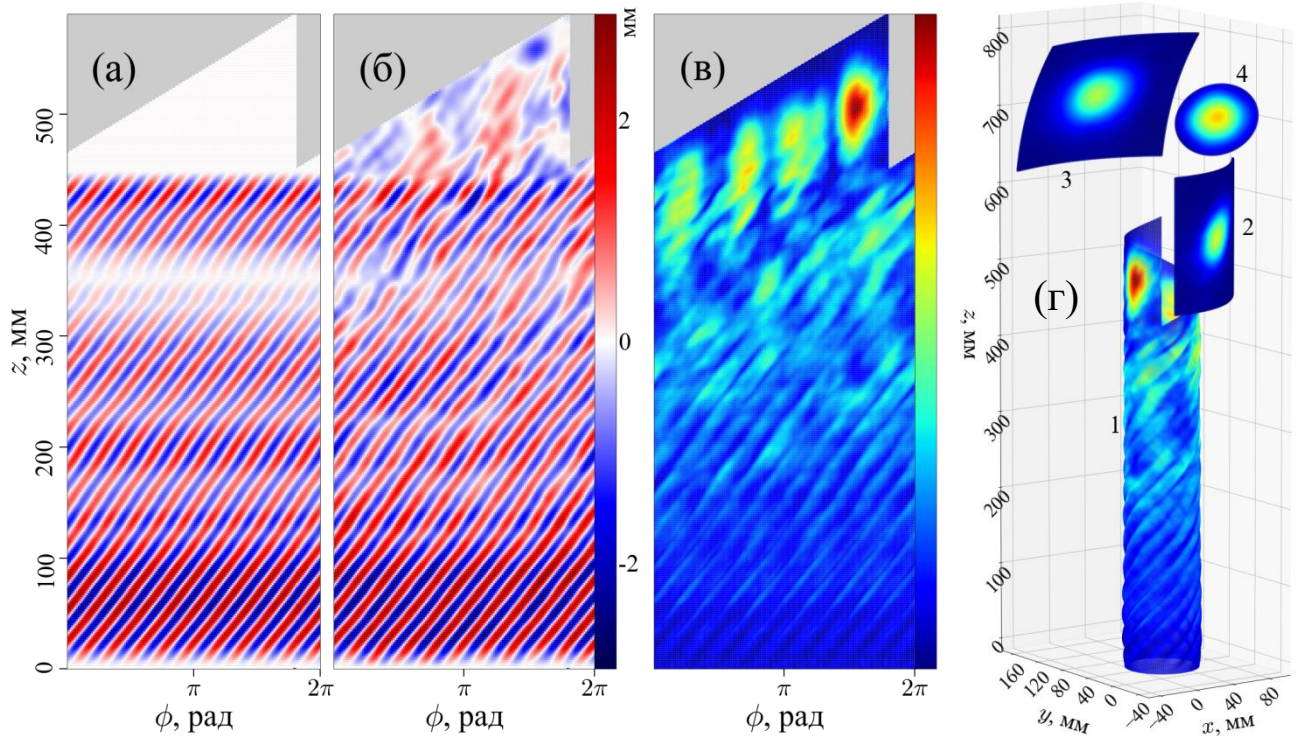


Рисунок 2.7 - Стартовое приближение для профиля и финальный профиль преобразователя (а и б, соответственно), распределение поверхностного тока на его поверхности (в); (г) - распределение тангенциального магнитного поля на поверхностях квазиоптического преобразователя (1,2 и 3) и на выходном сечении (4), рассчитанные гибридным методом EFIE-PO-MLFMA

2.3.4. Изготовление и экспериментальное исследование квазиоптического преобразователя

Квазиоптический преобразователь произведен двумя различными технологиями изготовления. Один образец выполнен традиционным методом механического фрезерования алюминиевой заготовки с последующим гальваническим осаждением на нее слоя меди и химического вытравливания заготовки. Второй - инновационным методом 3-мерной печати полимерным материалом заготовки с последующей металлизацией и удалением печатного материала [23] (Рисунок 2.8).

Второй метод имеет меньшую точность изготовления, связанную с разрешающей способностью принтера (в нашем случае 50 микрон), но не имеет ограничений по сложности поверхности. Для устройств сантиметрового диапазона длин волн, точности 3-мерной печати оказывается достаточно. Никакой последующей полировки поверхности не проводилось.



Рисунок 2.8 - Два образца синтезированного излучателя для 28 ГГц гиротрона, изготовленные путем трехмерной полимерной печати (верхний образец) и ЧПУ фрезерования (нижний)

С обоими образцами излучателя проведено экспериментальное исследование. Замерялись распределения интенсивности электромагнитного поля выходного излучения гиротрона в нескольких плоскостях после прохождения квазиоптического преобразователя (Рисунок 2.9). На основе этих распределений производилась реконструкция распределения поля на сечение, соответствующее входу в гофрированный волновод линии передач методом, описанным в [24]. Оба образца показали высокую эффективность преобразования в требуемую моду 97,8 %. В ходе эксперимента были измерены потери в преобразователе по разнице температуры воды, охлаждающей систему на вводе и выводе, и скорости протока. Потери составляют не более 5% от генерируемой гиротроном мощности. Данные результаты идентичны для обоих образцов. Экспериментальные распределения полей с реконструированным полем занесены в Таблицу 2. Так же в таблице приведены содержания целевой моды $HE_{1,1}$ в распределениях с учетом фазы.

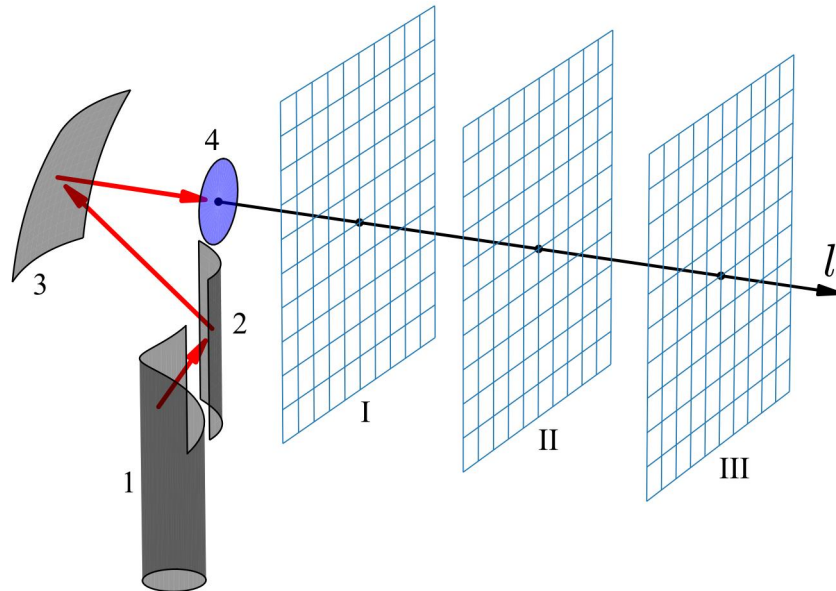


Рисунок 2.9 - Схема эксперимента с 28 ГГц гиротроном: 1 - излучатель, 2 - квазипараболическое зеркало, 3 - поворотное квадратичное зеркало, 4 - сечение, на котором восстанавливалось распределение поля (соответствует входному сечению гофрированного волновода линии передач) и I, II, III - сечения, в которых измерялись распределения интенсивности излучения гиротрона

Таблица 2 - Измеренные распределения поля после выхода из квазиоптического преобразователя и реконструированное по ним поле на выходном сечении преобразователя (входное сечение в волновод)

Наблюдаемые распределения поля на дистанции l (апертура 360мм*360мм)				Реконструированное поле (89мм*89мм)
l , мм	380	580	780	
Интенсивности поля				
Фаза поля				
η_{HE_1}	96,5%	96,3%	97,6%	97,8%

ГЛАВА 3. Синтез широкополосных волноводных излучателей

Для многих прикладных задач требуются генераторы, работающие в широкой полосе частот или на наборе отдельных частот. Важным компонентом таких устройств являются эффективные системы вывода СВЧ энергии, рассчитанные на работу в требуемых частотных пределах.

В данной главе рассматривается случай многочастотного синтеза излучателей гиротронов для набора отдельных частот (с разностью частот до одной октавы). Сверхразмерные резонаторы современных мощных гиротронов способны генерировать излучение на разных частотах с высокой эффективностью. Таким образом, задача построения квазиоптических преобразователей для высокоэффективного вывода излучения на многих частотах является перспективной.

3.1. Адаптация процедуры синтеза для многочастотного случая

Многочастотный синтез принципиально не отличается от одночастотного случая, но дополняется рядом соотношений. Синтез для конкретного набора частот, как и синтез преобразователя в широкой полосе частот подразумевает одновременный синтез на нескольких частотах. В первом случае рабочие моды могут отличаться, а разность рабочих частот произвольна. Во втором - рабочая мода одна и та же для всех частот, а разность и количество частот, используемое в синтезе, обусловлено требуемой шириной рабочей полосы.

Для каждой итерации процедуры синтеза на каждой частоте производится расчёт двух задач - распространение поля от входа излучателя к его выходу и обратное распространение требуемого распределения электромагнитного поля от выхода к входу. Для каждой моды с номером i находится соответствующая функция на поверхности преобразователя:

$$F_i = -ik(\vec{H}_{i,\tau}^+ \vec{H}_{i,\tau}^- + \vec{E}_{i,n}^+ \vec{E}_{i,n}^-), \quad (3.1)$$

где «+» и «-» обозначают решения прямой и обращенной задачи, а также функция связи рассчитанного выходного излучения прямой задачи и целевого распределения:

$$P_i = \int_{S_{i,out}} ([\vec{E}_i^+ \times \vec{H}_i^-] - [\vec{E}_i^- \times \vec{H}_i^+]) \vec{n} dS. \quad (3.2)$$

Результирующая поправка для деформации поверхности вычисляется как:

$$l = \sum_i c_i (\alpha_i \text{Re} F_i + \beta_i \text{Im} F_i), \quad (3.3)$$

где коэффициенты α_i и β_i выражаются через F_i и P_i . Коэффициенты c_i можно выбирать произвольно. Для одномодовой процедуры синтеза приемлемая скорость сходимости реализуется при коэффициенте примерно равном 1. Из общих соображений, для случая нескольких частот можно принять $c_i = 1/M$, где M - количество частот, или более общее соотношение $c_i > 0$, $\sum_{i=0}^M c_i \approx 1$. Таким образом, поправка для профиля не будет преувеличена, что положительно влияет на скорость сходимости многомодовой процедуры. Для равномерности сходимости по всем участвующим в расчете модам можно использовать коэффициенты, зависящие от ΔP_i на каждой итерации: $c_i = \Delta P_i / \sum_{j=0}^M \Delta P_j$, таким образом моды с более низким коэффициентом трансформации будут иметь больший вклад в результирующую поправку на профиль.

3.2. Проект двунаправленного квазиоптического преобразователя для гиротрона 175-250 ГГц

Наиболее актуальными вопросами дальнейшего развития гиротронов являются увеличение выходной мощности и КПД, а также возможность когерентного суммирования сигналов от нескольких источников. В этой связи весьма привлекательной является концепция мегаваттного гиротрона с внешним сигналом [25-27]. Уровень мощности внешнего сигнала составляет несколько процентов от мощности управляемого гиротрона [25]. При разработке подобных

гиротронов заметно усложняется квазиоптическая система ввода-вывода излучения. В работе [28] была предложена система, предусматривающая два канала, соответствующих модам разного вращения. В такой системе возможно использование либо общего выходного окна (тогда лучи выводятся под небольшим углом по отношению к нормали), либо двух окон.

В настоящее время гиротроны, разрабатываемые для установок УТС, в зависимости от магнитного поля токамаков и стеллараторов значительно отличаются рабочей частотой [29, 30]. В частности, для проекта ASDEX Upgrade частота составляет 105/140 ГГц, для ITER и KSTAR — 170 ГГц, а для проектов TPT и DEMO рассматриваются частоты в интервале 230–250 ГГц. Очевидно, что прослеживается тенденция повышения рабочей частоты (и мощности) генераторов.

Что бы удовлетворить потребность в многочастотном источнике СВЧ излучения, способного быть драйвером для различных гиротронных установок, предпринимаются попытки сконструировать гиротрон, способный работать на многих частотах, и при этом не нуждающийся в сложных манипуляциях для переключения с частоты на частоту и не теряющий заметно в эффективности. Существующий 250 ГГц гиротрон [31] разработан для нагрева плазмы и исследования томсоновского рассеяния в установках управляемого термоядерного синтеза. Рассматриваемый гиротрон работает на моде $TE_{19,8}$ с ускоряющим напряжением 55 кВ и рабочим током электронного пучка до 20 А. Система вывода излучения гиротрона состоит из профилированного квазиоптического преобразователя и однодискового выходного окна из нитрида бора с толщиной 3,13 мм. Хотя изначально гиротрон оптимизировался для работы на одной моде, тем не менее интерес представляет генерация излучения и на нескольких частотах.

В рамках ступенчатой перестройки частоты положение электронного пучка в резонаторе, с целью эффективного возбуждения соседних мод, может осуществляться корректирующей катушкой, расположенной вблизи катодного узла. Далее, при помощи изменения ускоряющего напряжения подстраивается

оптимальная закрутка электронного пучка. В рамках адиабатической теории отношение осцилляторной энергии электронов к их полной энергии $t_{\perp}$ в рабочем пространстве при перестройке на соседнюю моду зависит от магнитного поля и ускоряющего напряжения:

$$t_{\perp} \sim \frac{R_c^6 U_0}{R_0^6 f^2} \quad (3.4)$$

Здесь R_c — средний радиус эмиссионного пояса на катоде, R_0 — средний радиус ведущих центров электронных орбит в пространстве взаимодействия, U_0 — ускоряющее напряжение. На Рисунке 3.1 показана «карта мод» гиротрона. Как правило, для ступенчатой перестройки частоты в качестве рабочих выбираются моды (круги на «карте мод»), расположенные вблизи линии $R_0^3 f = \text{const}$ (сплошная линия), которая следует из адиабатических оценок по (3.4) для диодной электронной пушки. Такой подход позволит с близкой эффективностью обеспечить генерацию излучения серии мод с разными рабочими частотами. При этом небольшое отклонение среднего радиуса ведущего центра от оптимального значения не приведёт к значительному снижению эффективности электронно-волнового взаимодействия.

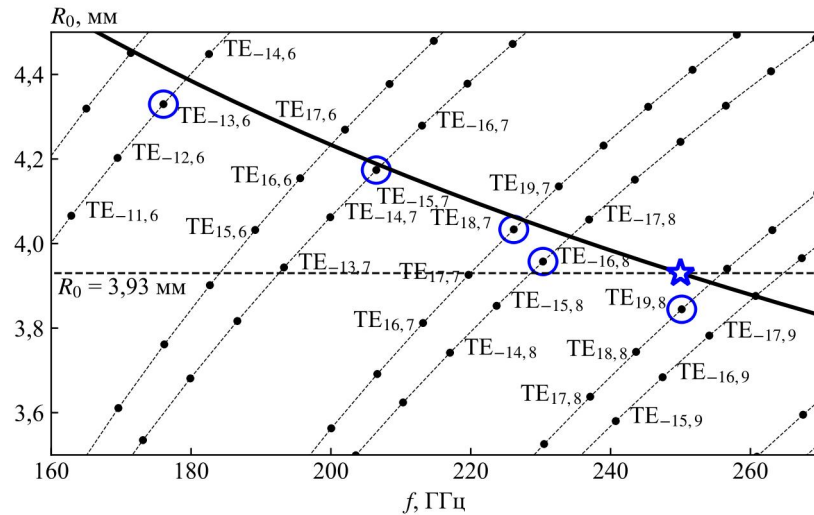


Рисунок 3.1 - Радиусы электронного пучка и частоты для рабочих мод гиротрона [31]. Звездой указан номинальный режим моды $TE_{19,8}$ без корректирующей катушки.

Описанная методика реализации ступенчатой перестройки частоты была протестирована на примере гиротрона 250 ГГц [32]. В ходе серии экспериментов

была показана реализуемость дискретной перестройки частоты почти на октаву в диапазоне 133–250 ГГц с мощностью от 35 до 200 кВт.

С учетом изложенного, после комплексного анализа спектра собственных колебаний многочастотная система вывода энергии оптимизировалась для мод $TE_{-13,6}$ (175,7 ГГц), $TE_{-15,7}$ (206 ГГц), $TE_{18,7}$ (225,6 ГГц), $TE_{-16,8}$ (229,8 ГГц), $TE_{19,8}$ (249,5 ГГц). В данной записи знаки “+” и “-” соответствуют направлениям вращения рабочих мод относительно электронного пучка в пространстве взаимодействия.

Требуется сконструировать квазиоптическую систему вывода энергии, обладающую высокой эффективностью для всех рабочих частот. Так же, генерируемые частоты должны быть согласованы с выходными окнами для минимизации отражений от них. Повышенное отражения от выходного окна особенно губительно для работы гиротрона, так как большая его часть по той же системе квазиоптического вывода попадет в пространство взаимодействия (резонатор) или даже в эмиттерную часть. Использование 2-х окон для вывода разных групп частот может поднять число рабочих режимов гиротрона.

Оптимизация толщины выходных окон выполнена по методике [33] с целью минимизации отражения выходного излучения указанных пяти мод через два однодисковых окна. Зависимость коэффициентов отражения для двух окон из сапфира от частоты выходного излучения приведена на Рисунке 3.2. Коэффициенты отражения плоской волны при нормальном падении близки к нулю, когда толщина окна d кратна числу полуволн N : $d = N\lambda/(2n)$, где λ — длина волны в свободном пространстве, n — показатель преломления вещества окна. Для окна из нитрида бора показатель преломления $n = 1,78$. В этом случае оптимизированные толщины окон составили 1,96 мм ($N = 7, 9, 10$ для работы на модах $TE_{-13,6}$, $TE_{18,7}$, $TE_{19,8}$ соответственно) и 2,13 мм ($N = 8, 9$ для мод $TE_{-15,7}$ и $TE_{-16,8}$ соответственно). Мода $TE_{-13,6}$ рассматривается как «дополнительная» из-за значительного отличия каустик от «основной» моды $TE_{19,8}$. Так же, следует отметить что для работы на данной дополнительной моде требуется переключение полярности магнитного поля, что требует дополнительных

временных затрат порядка 4 часов. Полярность магнитного поля для остальных мод совпадает и переключение между ними возможно за время до 10 минут.

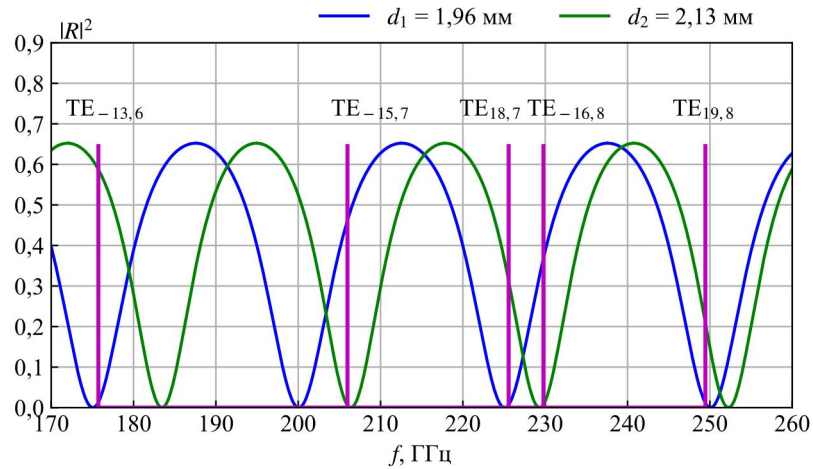


Рисунок 3.2 - Зависимость коэффициентов отражения для двух окон из сапфира от частоты выходного излучения

Для многочастотного гиротрона на частотах 175-250 ГГц выполнены расчеты квазиоптического преобразователя. Основным элементом, участвующим в трансформации рабочей моды в гауссов пучок, готовый к эффективной транспортировке в открытой линии передач, является волноводный излучатель (отрезок волновода со срезом специальной формы и с гофрировкой боковой стенки, обеспечивающей преобразование электромагнитного поля).

Геометрия излучателя для симметричного (двунаправленного) вывода энергии заметно отличается от геометрии однонаправленного излучателя. Для последнего существует форма среза, обеспечивающая высвечивания почти всей энергии в ограниченную апертуру. Так как все генерируемые моды имеют сходные каустики и углы Бриллюэна, то при излучении через один и тот же срез они все почти без потерь могут быть перенаправлены одной и той же системой зеркал к выходному окну. При отсутствии профиля у излучателя результирующая эффективность квазиоптического преобразователя составит около 80% для всех мод. Подбором (синтезом) профиля эффективность может быть значительно увеличена (до 99% для одночастотных преобразователей). В настоящее время существуют системы вывода с возможностью преобразования и вывода энергии нескольких мод со сходной каустикой, при этом дифракционные потери в них

составляют менее 5% от всего излучения [34]. Вывод осуществлялся через единое окно в импульсном режиме, так как частоты не кратны и не согласованы для одной толщины выходного окна. Можно согласовать набор мод и по частотам и по каустикам как в работе [35], тогда удастся добиться минимальных отражений для всех частот (мод), но число настолько согласованных мод редко можно поднять выше трех.

Для двунаправленного излучателя мод следует искать подходящий по форме срез, который позволит выводить максимальное количество энергии каждой частоты в апертуру квазипараболического зеркала. Исходя из близости геометрических (лучевых) параметров волноводных мод, срез должен иметь симметричную форму, например, в виде прямоугольного козырька угловой шириной равной угловой разности между переотражениями одного луча (угловая ширина зоны Бриллюэна) и длиной равной разностью продольных координат точек последовательных отражений (Рисунок 3.3). В таком случае рабочая отражающая поверхность излучателя, участвующая в последнем отражении лучей, сокращается на 30-40% от площади зоны Бриллюэна. Следует обратить внимание на то, что при «скрещенном» выводе мод разного вращения уменьшается апертура квазипараболических зеркал. Указанные факторы приводят к тому, что при отсутствии профиля у излучателя на реальную поверхность квазипарабол падает не более 60% излучения каждой моды, а результирующая эффективность всего преобразователя (по уровню дошедшей до окна мощности) составит лишь около 50%.

Среди рассматриваемых рабочих мод гиротрона есть как моды правого вращения ($TE_{13,6}$, $TE_{18,7}$, $TE_{19,8}$) так и левого ($TE_{-15,7}$, $TE_{-16,8}$) и излучатель должен с высокой эффективностью преобразовывать оба типа мод. На Рисунке 3.4 изображена подобранная геометрия среза излучателя и пары квазипараболических зеркал, соответствующих модам встречного вращения. Для наглядности, плоский фазовый фронт полученного пучка для моды правого вращения изображён в виде серой штриховой области. При таком расположении элементов квазиоптической системы выходной электромагнитный пучок может быть беспрепятственно

транспортирован к последующим двум сериям зеркал. Последующие зеркала обеспечивают транспортировку излучения из теплого отверстия криомагнита и его поворот в направлении выходных окон.

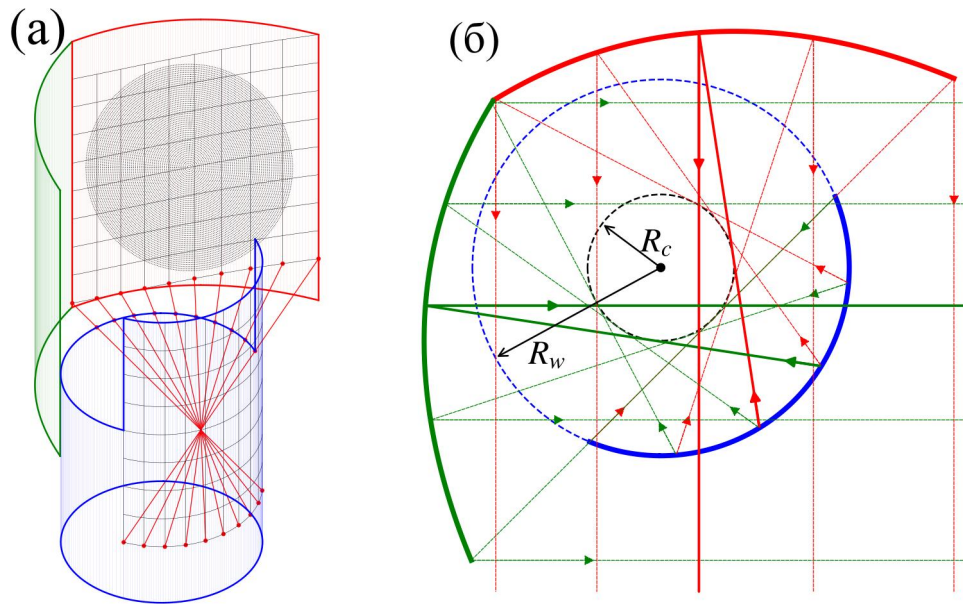


Рисунок 3.3 - Масштабное изображение излучателя и пары квазиоптических зеркал для многочастотного гиротрона на модах встречного вращения (а - изометрический вид, серым цветом обозначена плоскость фазового фронта целевого выходного излучения для моды правого вращения после отражения от соответствующего квазипараболического зеркала; б - поперечное сечение)

Для окончательного определения геометрических параметров излучателя необходимо учесть траекторию электронного пучка, задаваемую силовой линией магнитного поля имеющегося криомагнита. При радиусе излучателя $R_w = 11.72$ мм допустимая длина излучателя не должна превышать 140 мм.

Для заданной общей геометрии преобразователя синтезирован профиль излучателя, преобразующий все пять волноводных мод обоих вращений в гауссовую моду. Содержание гауссовой моды в выходном излучении 96-98% в зависимости от выбранного режима (частоты). Диффракционные потери составляют 4-7% (все результаты сведены в Таблице 1). Такие значения связаны, в первую очередь, с различием геометро-оптических характеристик мод, таких как радиусы каустик для разных мод с одинаковым вращением (например, каустика моды $TE_{13,6}$ — 4,43 мм, а моды $TE_{19,8}$ — 4,77 мм), что приводит к различным угловым спектрам излучаемого поля и, как следствие, различному отражению от единого квазиоптического зеркала. Метод синтеза значительно сближает

эффективности излучений мод, но есть предел сходимости процедуры, связанный с ограниченной длиной излучателя. Эффективность улучшается с увеличением длины излучателя, но такое увеличение недопустимо из-за пересечения с траекторией электронов, что было описано выше. Уровень потерь можно считать приемлемым, учитывая уровень мощности проектируемого гиротрона.

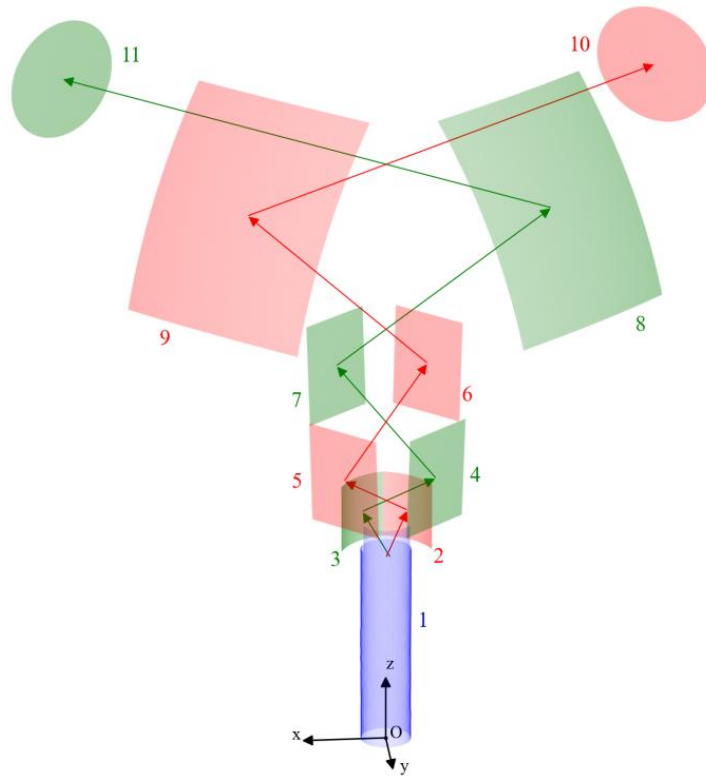


Рисунок 3.4 - Схема двунаправленного квазиоптического преобразователя с двумя выходными окнами (1 — излучатель, 2, 3 — пара квазиоптических зеркал, 2–9 — две серии поворотных зеркал, 10, 11 — окна)

Таблица 3 - Содержания гауссовой моды (G.C.) в выходных излучениях многочастотного квазиоптического преобразователя, доли диффракционных потерь (D.L.) и распределения излучения на соответствующих окнах (апертура 35мм*35мм)

Мода	$TE_{13,6}$	$TE_{-15,7}$	$TE_{18,7}$	$TE_{-16,8}$	$TE_{19,8}$
G.C.	96,3%	98%	96%	97,6%	96,3%
D.L.	7%	6%	4%	5%	5%
Распределе- ния поля					

На Рисунке 3.5 представлены распределения плотностей поверхностного тока на поверхностях излучателя, зеркал и выходных окон для двух частот,

соответствующих модам встречных вращений ($TE_{19,8}$ для правого, а $TE_{-16,8}$ для левого), а так же профиль излучателя.

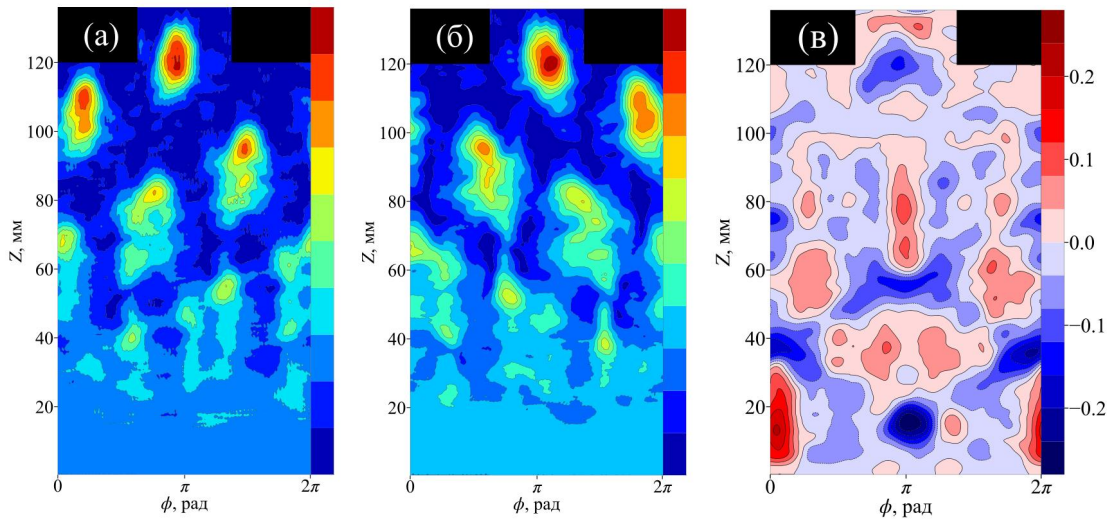


Рисунок 3.5 - Распределения плотности поверхностного тока на поверхности излучателя для мод $TE_{19,8}$ и $TE_{-16,8}$ (а, б - соответственно) и результирующий профиль излучателя (в).

Спроектированная система вывода для многочастотного гиротрона позволяет выводить излучение с минимальными потерями на шести указанных частотах при эффективности на уровне оптимизированных одночастотных гиротронов. Разработанная система вывода энергии может быть встроена в существующий гиротрон [31] путём замены используемой системы без дополнительной модификации других систем гиротрона (электронно-оптической, магнитной, коллекторной, охлаждения и др.). Такой гиротрон с модифицированной системой вывода может быть использован как гиротрон-драйвер для нескольких гиротронных комплексов разных частотных диапазонов (например, для разрабатываемого комплекса мегаваттного гиротрона для DEMO [26]). За счет большой мощности разрабатываемый многочастотный гиротрон может быть использован как гиротрон-драйвер для нескольких мощных гиротронов мегаваттного уровня с целью их последующего когерентного сложения.

3.3. Дополнительные замечания к синтезу многочастотных излучателей гиротронов

Продemonстрированный вариант многочастотного двунаправленного излучателя показывает перспективность подобного вида устройств для увеличения количества рабочих режимов работы одного гиротрона. Однако для проектирования подобного излучателя гиротрона мегаваттного уровня мощности следует подходить комплексно к выбору мод и частот. Так уровень диффракционных потерь в квазиоптическом преобразователе напрямую зависит от степени трансформации моды в гауссов пучок на выходе излучателя. При многочастотном синтезе разность геометро-оптических характеристик мод одного вращения (их угловые параметры из лучевого представления) влияет на эту степень. Так как генерируемые все моды генерируются в одном резонаторе, то углы Бриллюэна у всех мод в области излучателя с высокой точностью совпадают и единственный параметр, который может заметно отличаться у разных генерируемых мод это радиусы их каустик.

Для анализа мод с точки зрения радиуса каустики удобно оперировать относительными радиусами каустики (отношение радиуса каустики к радиусу волновода). Рассмотрим две пары самых эффективных мод из примера предыдущей главы: относительные радиусы мод $TE_{19,8}$ и $TE_{18,7}$ равны 0,3888 и 0,4074 соответственно, то есть отличаются почти на 5%. Для мод противоположного вращения ($TE_{-16,8}$ и $TE_{-15,7}$) эти параметры равны 0,3554 и 0,3716, а их относительная разница составляет 4,5%. Такие различия способны сказаться на эффективности преобразования не лучшим образом, так как на 6-7 отражениях луча внутри излучателя центры зон Бриллюэна смещаются друг относительно друга на заметное расстояние, а для эффективного преобразования каждой из мод профили должны заметно отличаться.

Рассмотрим для примера иные моды в пары к $TE_{19,8}$ и $TE_{-16,8}$, например, $TE_{16,7}$ и $TE_{-14,7}$. Их относительные радиусы каустики равны, соответственно, 0,3842 и 0,3582, а относительные отличия от парных мод составляют 1% и 0,8%

для мод правого и левого вращения. Рассмотрим различия в сходимости процедуры синтеза для старого и нового наборов мод.

Синтез первоначального набора мод после 50 итераций показывал эффективность преобразования в требуемое распределение поля на уровне 94-96% в зависимости от моды. Непреобразованная часть излучения может отрицательно сказаться на дифракционных потерях. Синтез с подобранными парами мод (с близкими каустиками) за 50 итераций набирает 97-98% в эффективности преобразования поля, а эффективность на уровне первоначального набора достигается уже через 20 итераций. Так же, центры пучков на плоскости окна находятся практически в одинаковых координатах, то есть пучки могут быть отцентрированы по положению на окне, а это положительно скажется на теплоотведении от окна.

Данный подобранный набор мод хоть и оказался более удачным для процедуры синтеза и эффективности квазиоптического преобразователя, но реализация такой системы не имеет смысла, так как частоты мод не соответствуют полосам прозрачности соответствующих окон. Для такого соответствия, отношения частот мод в каждой паре мод одного вращения должны быть близки к отношениям небольших натуральных чисел:

$$\frac{f_1}{f_2} \approx \frac{N_1}{N_1'}, \quad (3.5)$$

где натуральные N_1, N_2 лежат в пределах 3..7. В новом наборе мод такие соотношения не выполняются. Можно попытаться сформулировать комплексный подход для поиска идеальных с точки зрения геометро-оптических свойств мод и частот пропускания окна. Так как все моды генерируются в едином резонаторе гиротрона, то их частоты относятся как соответствующие корни производной Бесселя, то есть:

$$\frac{f_{H_{m_1 p_1}}}{f_{H_{m_2 p_2}}} \cong \frac{v_{m_1 p_1}}{v_{m_2 p_2}}. \quad (3.6)$$

Относительные радиусы каустик моды $TE_{m,p}$ выражаются как m/v_{mp} . Требуя близости значений относительных радиусов каустик для двух мод,

получим соотношение для частот и азимутальных индексов мод, согласованных по частотам пропускания одного выходного окна:

$$\frac{f_{Hm_1p_1}}{f_{Hm_2p_2}} \approx \frac{m_1}{m_2}. \quad (3.7)$$

Таким образом, правило для поиска идеального сочетания мод, с точки зрения системы вывода излучения для многочастотного гиротрона, можно сформулировать так: для кратных азимутальных индексов мод следует искать равные (максимально близкие) относительные радиусы каустик. В таком случае, можно ожидать оптимального попадания частот мод в области прозрачности одного окна. Так же, для высоких азимутальных индексов, возможны благоприятные соотношения в случае неточного соответствия (3.5), а например смещенные на 1, то есть:

$$\frac{f_{Hm_1p_1}}{f_{Hm_2p_2}} \approx \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{m_1 \pm 1}{m_2 \pm 1}. \quad (3.8)$$

Так в работе [35] описан 3-частотный гиротрон с набором мод $TE_{19,7}$, $TE_{25,9}$ и $TE_{31,11}$ с близкими радиусами каустики (разница в значениях каустик менее 0,3%), частоты которых (170 ГГц, 137 ГГц и 104 ГГц) имеют низкое отражение от однодискового алмазного окна толщиной 1,84 мм (отражение не превышает 1,2%). Азимутальные индексы мод, будучи уменьшенными на 1, составляют кратную последовательность, пропорциональную $N=3, 4, 5$.

Для удобства подбора наборов мод можно свести все относительные радиусы каустик в таблицу. Например, в Таблице 3.2. приведены относительные радиусы каустик для мод $TE_{m,p}$ в диапазоне 0,3..0,5 для $m=11..35$ и $p=6..15$ (перспективные для мощных гиротронов). Можно выделить целые последовательности кратных частот, например, последовательность $TE_{12+2i,7+i}$ для $i=0..8$ (ячейки отмеченные желтым цветом) имеет очень близкое значение относительного радиуса каустики. Учитывая, что частоты должны относиться как небольшие натуральные числа, можно выделить две подпоследовательности: $TE_{12,7}$, $TE_{16,9}$, $TE_{20,11}$, $TE_{24,13}$ ($N=3, 4, 5, 6$) и $TE_{12,7}$, $TE_{18,10}$, $TE_{24,13}$, $TE_{30,16}$ ($N=2, 3, 4, 5$). Так же в таблице выделены цветом еще несколько последовательностей мод, относительные радиусы каустик, которые отличаются не более чем на 1%. Серым

цветом помечены те моды, индексы которых не строго кратны в последовательностях.

Таблица 4 - Относительные радиусы каустик мод $TE_{m,p}$

$p \rightarrow$ $m \downarrow$	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
11	0,3455	0,3128								
12	0,3622	0,3289	0,3016							
13	0,3777	0,3441	0,3162							
14	0,3923	0,3582	0,3300	0,3061						
15	0,4059	0,3716	0,3430	0,3187						
16	0,4187	0,3842	0,3554	0,3308	0,3096					
17	0,4308	0,3961	0,3671	0,3422	0,3207	0,3019				
18	0,4422	0,4074	0,3782	0,3531	0,3314	0,3123				
19	0,4530	0,4182	0,3888	0,3636	0,3416	0,3223	0,3052			
20	0,4632	0,4284	0,3989	0,3735	0,3514	0,3319	0,3146			
21	0,4729	0,4381	0,4085	0,3831	0,3608	0,3411	0,3236	0,3079		
22	0,4822	0,4474	0,4178	0,3922	0,3698	0,3500	0,3323	0,3164	0,3021	
23	0,4910	0,4563	0,4266	0,4010	0,3785	0,3585	0,3407	0,3247	0,3102	
24	0,4995	0,4648	0,4351	0,4094	0,3868	0,3667	0,3488	0,3327	0,3180	0,3047
25		0,4729	0,4433	0,4175	0,3948	0,3747	0,3566	0,3404	0,3256	0,3121
26		0,4807	0,4511	0,4253	0,4026	0,3823	0,3642	0,3478	0,3329	0,3194
27		0,4882	0,4586	0,4328	0,4100	0,3898	0,3715	0,3551	0,3401	0,3264
28		0,4954	0,4659	0,4401	0,4173	0,3969	0,3786	0,3621	0,3470	0,3332
29			0,4729	0,4471	0,4242	0,4039	0,3855	0,3689	0,3537	0,3398
30			0,4796	0,4538	0,4310	0,4106	0,3922	0,3755	0,3602	0,3463
31			0,4861	0,4604	0,4375	0,4171	0,3986	0,3819	0,3666	0,3525
32			0,4924	0,4667	0,4439	0,4234	0,4049	0,3881	0,3727	0,3586
33			0,4985	0,4729	0,4500	0,4295	0,4110	0,3942	0,3787	0,3646
34				0,4788	0,4560	0,4355	0,4169	0,4000	0,3846	0,3704
35				0,4846	0,4618	0,4413	0,4227	0,4058	0,3903	0,3760

ГЛАВА 4. Оптимизация процедуры синтеза волноводных излучателей в комбинации с методами интегральных уравнений

Интегральное уравнение EFIE достаточно быстрый и точный метод расчета полей в сверхразмерных открытых волноводах и метод синтеза, организованный совместно с решением EFIE, показывает хорошие результаты в проектировании излучателей гиротрона, даже в случае специфической трансформации рабочей моды (как в примере излучателя гиротрона сильно меняющей угловой спектр рабочей моды из гл. 2). В условиях многократного расчета полей в процедуре синтеза, особенно при разработке преобразователей в широкой полосе частот, представляет интерес метод, позволяющий получить первое приближение к синтезируемой поверхности за максимально короткое время. В разделе 2.3 такое приближение было получено с помощью метода синтеза на основе метода связанных мод, и наличие такого приближения в разы ускорило сходимость синтеза с ИУ. Так же желательным видится похожая с уравнением EFIE формулировка оптимизированного метода для максимального соответствия результатов расчета.

В данной главе будет описан метод для получения быстрого приближения для синтезируемой поверхности на основе интегрального уравнения итерационной физической оптики. Для излучателей сохраняющих узкий угловой спектр рабочей моды, данное уравнение приводится к системе скалярных уравнений и может быть решено за время значительно меньшее, чем требует решение уравнения EFIE.

4.1. Метод итерационной физической оптики (ИФО) для анализа электромагнитного поля в сверхразмерных волноводах

Для сверхразмерных волноводов ($R_w k \gg 1$, где k - волновое число в вакууме, а R_w - радиус волновода) может быть применен подход итерационной физической оптики. Принцип физической оптики описанный в п. 1.5 позволяет выразить

электрический ток $\vec{j}$ на поверхности металла напрямую через магнитное поле $\vec{H}^{ext}$, падающего на поверхность излучения. При том такое распределение тока рассчитывают только на части поверхности, которая является «видимой» для источника излучения, а на остальной поверхности токи принимаются равными нулю:

$$\vec{j}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi} [\vec{n}, \vec{H}^{ext}(\vec{r})], & \text{для } \vec{r} \text{ в "видимой" для источников области} \\ 0, & \text{для } \vec{r} \text{ в области "тени"} \end{cases} \quad (4.1)$$

Для произвольной формы поверхности, такая аппроксимация не отличается высокой точностью, но в случае плоских или не сильно искривлённых зеркал метод даёт хорошие результаты. Для произвольных поверхностей может быть организован итерационный процесс расчёта поверхностного тока через расчёт магнитного поля излучения, порождаемого электрическими токами, полученными на предыдущей итерации. Таким образом, принимая за исходное распределение тока $\vec{j}_0$, посчитанный по (4.1), и, учитывая, что для внутренней поверхности волновода все точки поверхности являются «видимыми» друг для друга, запишем ток $\vec{j}_n$ через магнитное поле токов $\vec{j}_{n-1}$:

$$\vec{j}_n = \frac{1}{2\pi} \left[\vec{n}, \int_S [\vec{j}_{n-1}(\vec{r}'), \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}')] \cdot d\vec{s}' \right] \quad (4.2)$$

Такая рекурсивная запись и определяет принцип итерационной физической оптики [15]. Функции $\vec{j}_i$ образуют последовательность дополнений для общей функции тока, которая на n -м шаге процедуры может быть записана как $\vec{j}_{S,n} = \sum_{i=0}^n \vec{j}_i$. Для дополнений тока $\vec{j}_i$ в открытом волноводе характерно локализация в некоторой продольной области волновода, которая удаляется от сечения источников по мере роста i , при этом амплитуда распределения такого дополнения остается примерно одинаковой. Достигнув края открытого волновода, очередное дополнение начинает излучать преимущественно в открытое пространство и амплитуды последующих дополнений становятся меньше с ростом итераций и стремятся в пределе к нулю, благодаря конечной добротности открытой системы. Число переотражений от входного сечения до открытого края

волновода приближенно равно $N_B=L/\Delta z$, и число итераций для достижения приемлемой точности процедуры пропорционально этому числу, хотя и не строго равно ему. Итерации логично прервать, когда $\int_S |\vec{j}_n(\vec{r}')|^2 ds' < \varepsilon \int_S |\vec{j}_{S,n}(\vec{r}')|^2 ds'$, где ε допустимая относительная погрешность метода (например, 10^{-3}). Легко показать, что последовательность $\vec{j}_{S,n}$ может быть выражена через $\vec{j}_{S,n-1}$ как:

$$\vec{j}_{S,n}(\vec{r}) = \frac{c}{2\pi} [\vec{n}, \vec{H}^{ext}(\vec{r})] + \frac{1}{2\pi} [\vec{n}, \int_S [\vec{j}_{S,n-1}(\vec{r}'), \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}')] ds'], \quad (4.3)$$

что по форме совпадает с итерационным решением для ИУ магнитного поля MFIE. Для MFIE принципиальна замкнутость поверхности S , в то время как ИФО оперирует только внутренней поверхностью волновода. Это ограничивает точность ИФО, но для ситуаций, когда электромагнитным полем снаружи поверхности S можно пренебречь (например, для мод Н-типа в сверхразмерном волноводе), точности данного подхода достаточно для построения быстрого метода анализа волновых процессов в волноводе.

Для максимального соответствия формулировок ИФО и интегрального уравнения электрического поля применим для поверхностного тока разложение по RWG-функциям как в методе моментов для уравнения EFIE. Таким образом для (*) получим следующее выражение:

$$\sum_{k=1}^N x_k \vec{w}_k(\vec{r}) = \frac{c}{2\pi} [\vec{n}, \vec{H}^{ext}(\vec{r})] \quad (4.5)$$

Для применения метода Галеркина нужно полученное соотношение домножить на каждую функцию $\vec{w}_i$ и проинтегрировать по поверхности S , определив таким образом СЛАУ для коэффициентов x_k . Так как для каждой базисной функции существуют до 4 других функций, с которыми она перекрывается одним из пары треугольников, на которых она определена, то полученная СЛАУ имеет сильноразреженную матрицу (до пяти ненулевых элементов в строке). Для получения окончательных значений коэффициентов необходимо решить СЛАУ одним из возможных методов (например итерационным). Решение СЛАУ на каждой итерации ИФО способно заметно замедлить всю процедуру. Однако, есть способ выразить коэффициенты

напрямую через известное значение магнитного поля излучения, падающего на поверхность S.

Иной метод тестовых функций позволяет поставить в соответствие значения коэффициентов базисных функций и магнитного поля [36]. Для k-ой RWG-функции $\vec{w}_k$ можно поставить в соответствие функцию вида $\delta(\vec{r} - \vec{r}_k)[\vec{n}(\vec{r}_k), \vec{l}_k]$, где $\delta(\vec{r} - \vec{r}_k)$ - дельта функция Дирака, $\vec{r}_k$ соответствует центру k-ого ребра, являющегося общим для треугольников T_k^+ и T_k^- , на которых определена эта RWG-функция, $\vec{n}(\vec{r}_k)$ - нормаль к поверхности в данной точке, а $\vec{l}_k$ - вектор, совпадающий по длине и направлению этому ребру и направленный так, что тройка векторов $\{\vec{w}_k(\vec{r}_k), \vec{n}(\vec{r}_k), \vec{l}_k\}$ является правой (Рисунок 4.1). Такое определение тестовой функции возможно для достаточно гладких поверхностей, для точек сетки которых возможно определение нормали. Поверхность волноводного излучателя гиротрона может считаться таковой.

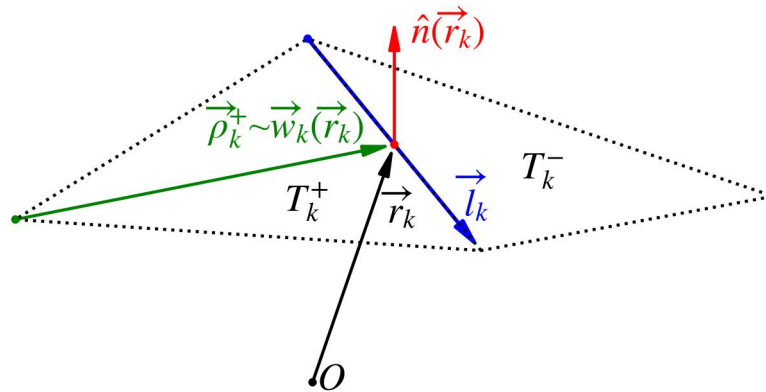


Рисунок 4.1 - Построение тестовой функции для метода моментов итерационной физической оптики.

Если проинтегрировать произведение соотношения (4.5) с каждой такой функцией и учесть, что только k-ая RWG-функция имеет нормальную компоненту тока к k-му ребру, получим следующее выражение:

$$x_k \vec{w}_k(\vec{r}_k) \cdot [\vec{n}(\vec{r}_k), \vec{l}_k] = \frac{c}{2\pi} [\vec{n}(\vec{r}_k), \vec{H}^{ext}(\vec{r}_k)] [\vec{n}(\vec{r}_k), \vec{l}_k]. \quad (4.6)$$

Учитывая характер функций RWG (см. раздел 1.3), а так же в силу построения, $\vec{w}_k(\vec{r}_k) \cdot [\vec{n}(\vec{r}_k), \vec{l}_k] \cong 1$. Немного преобразовав правую часть, получим связь коэффициентов разложения функции тока по базису RWG-функций через

магнитное поле падающего на поверхность излучения для принципа физической оптики:

$$x_k = \frac{c}{2\pi} \vec{l}_k \vec{H}^{ext}(\vec{r}_k). \quad (4.7)$$

Для итерационной физической оптики можно аналогично переписать (4.3) в виде:

$$x_k^n = \frac{c}{2\pi} \vec{l}_k \vec{H}^{ext}(\vec{r}_k) + \frac{c}{2\pi} \sum_{j=1}^N x_j^{n-1} \vec{l}_k \int_S [\vec{w}_j(\vec{r}'), \nabla' G(\vec{r}_k - \vec{r}')] \cdot d\vec{s}'. \quad (4.8)$$

Такой метод анализа в связке с процедурой синтеза позволяет получить требуемое приближение к поверхности волновода в 3-5 раза быстрее относительно синтеза с уравнением EFIE. Во-первых, благодаря тому, что число итераций для решения уравнения ИФО в разы ниже, и обусловлено количеством переотражений в системе. А во-вторых, сами итерации выполняются быстрее в 2 раза за счет того, что одна итерация физической оптики - это одно произведение матрицы на вектор, а в итерационных методах для уравнения EFIE умножение матрицы на вектор вычисляется два раза.

4.2. Приведение векторного уравнения ИФО к системе скалярных уравнений для случая узкого углового спектра излучения.

Радикальное ускорение синтеза для данной задачи

Для построения более быстрой, чем метод моментов, процедуры расчета ИФО, рассмотрим геометро-оптическую модель описания волноводной моды. Как уже упоминалось в разделе 2.3.1. , волноводную моду $H_{m,p}$ можно рассматривать как непрерывный поток лучей, распространяющихся под углом Бриллюэна θ_B к оси волновода и касающихся цилиндрической поверхности каустики с радиусом $R_c = R_w \cdot m / \nu_{m,p}$ ($\nu_{m,p}$ - p-ый корень производной m-ой функции Бесселя). Угол по азимуту между последовательными отражениями одного луча составляет $\Delta\varphi = 2 \cdot \cos^{-1}(m / \nu_{m,p})$. Если ограничиться классом гладких и неглубоких деформаций

поверхности, не сильно меняющих угловой спектр рабочей моды ($|\nabla(\Delta R)| \ll 1$, $\Delta R \ll R_w$, где $\Delta R(\vec{r})$ - значение глубины деформации), то можно значительно ускорить процедуру синтеза с методом ИФО. Часто такими деформациями обладают эффективные излучатели мощных гиротронов, осуществляющие группировку поля вблизи центра зоны Бриллюэна исходной рабочей моды. В этом случае можно использовать в процедуре синтеза на каждой итерации геометрию недеформированного волновода, а учитывать реальный профиль излучателя путем добавления к функции тока соответствующей фазовой коррекции при отражении от невозмущенной поверхности волновода:

$$\vec{J}_{S,n}(\vec{r}) = \frac{c}{2\pi} [\vec{n}, \vec{H}^{ext}] + \frac{c}{2\pi} \left[\vec{n}, \int_S [\vec{J}_{S,n-1}(\vec{r}'), \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}')] e^{i\Psi(\varphi', z')} ds' \right], \quad (4.9)$$

которая может быть записана в терминах реального профиля, как:

$$\Psi(\varphi, z) = 2k \cdot \Delta R(\varphi, z) \cdot \sin \theta_B \cdot \sin \frac{\Delta \varphi}{2}. \quad (4.10)$$

Решение $\vec{J}_S$ уравнения (4.9) не является реальным распределением тока на деформированной поверхности волновода, а электромагнитное поле, рождаемое таким эквивалентным распределением на недеформированной поверхности волновода, соответствует реальному только внутри пространства невозмущенного волновода, но не снаружи. Однако, это эквивалентное распределение может быть приближённо пересчитано в реальное через зависимость (сам профиль волновода для корректного расчета полей должен быть заменен на реальный):

$$\vec{J}_S(\varphi, z) = \vec{J}_S(\varphi, z) \cdot e^{i\Psi(\varphi, z)/2}. \quad (4.11)$$

Для демонстрации вышесказанного произведен модельный расчет с излучателем гиротрона на 140 ГГц из раздела 1.7.1. Тремя методами (решение EFIE, ИФО и ИФО с заменой профиля на фазовый корректор) посчитано распределение тока на поверхности излучателя. После чего рассчитаны электромагнитные поля в пространстве снаружи излучателя для всех полученных распределений тока.

На Рисунке 4.2 изображены распределения мощности излучения, проходящие через цилиндрическую поверхность соосную излучателю и имеющую увеличенный на длину волны радиус относительно излучателя.

Характерные отличия в распределениях видны в области «тени» (область, отмеченная красным контуром). Интенсивность излучения в этой области характеризует масштаб погрешности вычислений. В случае ИУ электрического поля (Рисунок 4.2а) погрешность минимальна, тогда как в случае ИФО (Рисунок 4.2б) наблюдается проникающее сквозь поверхность расчета излучение, но его масштаб невелик (-30..-40 дБ). Значительное излучение наблюдается в ситуации ИФО с заменой профиля поверхности на фазовый корректор при расчете полей эквивалентного распределения тока с недеформированной поверхности волновода (Рисунок 4.2в). После пересчета эквивалентного тока в реальный на деформированной поверхности волновода по формуле (4.11), ошибка в излучении в зоне тени так же становится незначительной (Рисунок 4.2г) и сравнима с результатом обычного метода ИФО. Связь полей на выходе излучателя всех трех расчетов составила более 99 %.

Благодаря замене в расчете ИФО реального профиля на эквивалентный фазовый корректор, пропадает необходимость определения матрицы метода моментов на каждой итерации процедуры синтеза, так как поверхность интегрирования не меняется от итерации к итерации. Такая оптимизация ускоряет работу процедуры синтеза в 5-10 раз, что особенно ценно для синтеза многочастотных устройств или устройств с широкой рабочей полосой.

В сформулированных ограничениях на деформацию и при замене профиля на фазовую коррекцию, уравнение (4*) может быть решено значительно быстрее, чем с помощью метода моментов. Если записать уравнение (4.9) в полярных координатах, то для двух компонент тока $\vec{J}(\varphi, z) = \hat{\varphi} \cdot J_{\varphi}(\varphi, z) + \hat{z} \cdot J_z(\varphi, z)$ можно получить следующую систему скалярных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} J_{\varphi,n}(\varphi, z) = J_{\varphi,0}(\varphi, z) - \frac{R_w}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{L(\varphi)} J_{\varphi,n-1}(\varphi', z') e^{i\Psi(\varphi', z')} \nabla'_r G dz' \\ J_{z,n}(\varphi, z) = J_{z,0}(\varphi, z) + \frac{R_w}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{L(\varphi)} (J_{z,n-1}(\varphi', z') \nabla'_r G - \\ - J_{\varphi,n-1}(\varphi', z') \nabla'_z G \cdot \cos(\varphi - \varphi')) e^{i\Psi(\varphi', z')} dz' \end{cases} \quad (4.12)$$

При этом уравнение на азимутальный ток изолировано от продольной компоненты и может быть решено как самостоятельное интегральное уравнение.

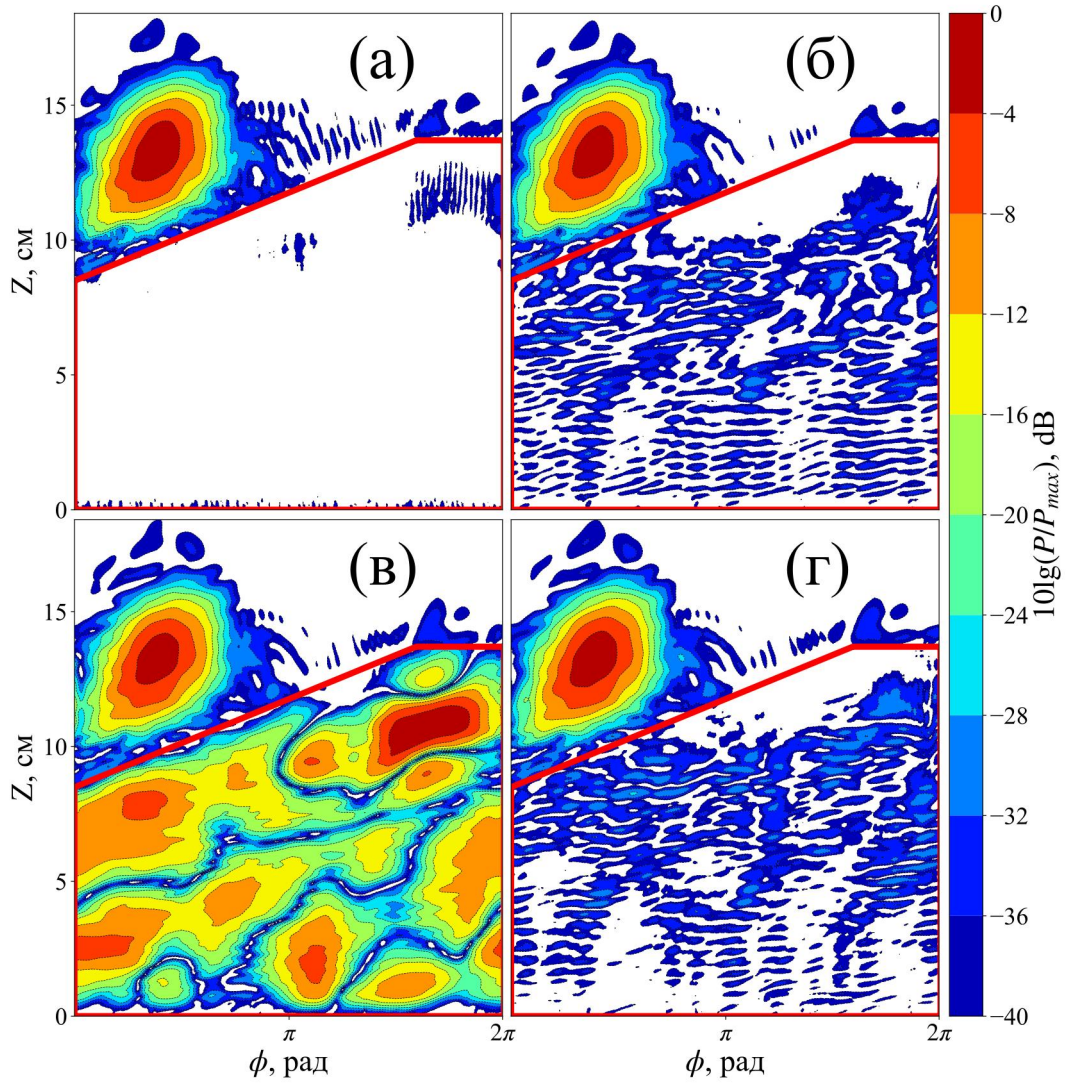


Рисунок 4.2 - Распределения полей снаружи излучателя 140 ГГц гиротрона рассчитанных методами EFIE (а), ИФО (б), ИФО с заменой профиля на фазовый корректор для эквивалентного тока (в) и после замены эквивалентного тока на реальный, согласно (4.11), и с реальным профилем (г). Красный контур обозначает область «тени».

Функция Грина в системе уравнений (4.12) $G = \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)/|\vec{r} - \vec{r}'|$ зависит только от разниц координат $(\varphi - \varphi', z - z')$, в силу того, что $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(z - z')^2 + 4 \cdot R_w^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right)}$. Таким образом, интегралы в этих уравнениях являются свертками функций тока с ядрами уравнений вида:

$$I = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{L(\varphi)} J(\varphi', z') e^{i\Psi(\varphi', z')} K(\varphi - \varphi', z - z') dz', \quad (4.13)$$

и могут быть посчитаны с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ или FFT) как [32]:

$$I = \text{IFFT}(\text{FFT}(J e^{i\Psi}) \text{FFT}(K)). \quad (4.14)$$

Такая операция вычисляется с экстремально высокой скоростью благодаря алгоритму Кули-Тьюки. Для эффективного применения БПФ следует разбить пространство (φ, z) регулярной сеткой и выбрать число точек разбиения по каждой координате равным 2^n , где натуральное число n выбирается из расчета, что бы плотность разбиения была примерно равной 10 точкам на длину волны). В этом случае, решение системы (4.12) занимает единицы секунд для волноводного излучателя с линейными размерами в сотню длин волн. Найденные распределения компонент тока $J_\varphi(\varphi, z)$ и $J_z(\varphi, z)$ позволяют вычислить $\text{div}\vec{J}$, требуемую для основной функции синтеза (2.3) с помощью БПФ:

$$\text{div}\vec{J} = \frac{1}{R_w} \frac{J_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{J_z}{\partial z} = \text{IFFT}\left(\frac{ik_\varphi}{R_w} \text{FFT}(J_\varphi) + ik_z \text{FFT}(J_z)\right). \quad (4.15)$$

Система интегральных уравнений (4.12) требует задания источников. В отличие от метода моментов для уравнения EFIE и трехмерного варианта ИФО, в данном случае удобнее задавать источники моды $\text{TE}_{m,p}$ не как поле элементарных магнитных и электрических токов, расположенных на входном круглом сечении исследуемой секции волновода, а как излучение полубесконечного волновода, примыкающего к интересующей нас секции, то есть:

$$\begin{cases} J_{\varphi,0}(\varphi, z) = -\frac{R_w}{2\pi} \int_{-\infty}^0 d\varphi' \int_0^{L(\varphi)} J_\varphi^{m,p}(\varphi', z') \nabla'_r G dz' \\ J_{z,0}(\varphi, z) = \frac{R_w}{2\pi} \int_{-\infty}^0 d\varphi' \int_0^{L(\varphi)} (J_z^{m,p}(\varphi', z') \nabla'_r G - \\ - J_\varphi^{m,p}(\varphi', z') \nabla'_z G \cdot \cos(\varphi - \varphi')) dz' \end{cases}, \quad (4.16)$$

где $J_\varphi^{m,p}(\varphi, z) = A \cdot \exp(ih_{m,p}z + im\varphi)$ и $J_z^{m,p}(\varphi, z) = B \cdot \exp(ih_{m,p}z + im\varphi)$.

Константы A и B , соответствующие моде $\text{TE}_{m,p}$, выражаются как $A = a \cdot J_m(g_{m,p}R_w)g_{m,p}^2$ и $B = -a \cdot J_m(g_{m,p}R_w)h_{m,p}m/R_w$, где $h_{m,p}$ и $g_{m,p}$ - продольное и поперечное волновые числа для данной моды, J_m - функция Бесселя m -ого порядка и a - множитель, который зависит от нормировки поля. Конечно интеграл не берется в бесконечных пределах, для достижения приемлемой точности можно ограничиться секцией достаточной длины L^{ext} . На практике эту длину можно ограничить $L^{ext} = (5 \dots 7) \cdot \Delta z$, где Δz - расстояние вдоль z между последовательными переотражениями лучей, образующих моду. Использование

более длинной секции с источниками не приводит к заметному изменению их полей в исследуемой области.

Иначе обстоят дела с источниками для обращенной задачи для процедуры синтеза. Соотношение между компонентами тока сохраняется, но появляется зависящий от координат (φ, z) амплитудный множитель - $A^g(\varphi, z)$. Эта функция должна быть локализована в пределах выходной зоны Бриллюэна и быть максимально связанной с главной функцией Гаусса для эффективной передачи в зеркальной части квазиоптического преобразователя. Можно попытаться сразу сформировать распределение соответствующее функции Гаусса. Для этого необходимо определиться со взаимным расположением излучателя и квазипараболического зеркала. После этого рассчитать расположение центра пучка, а так же его ширины после его отражения от квазипараболического зеркала. Пересчитав по геометрической оптике координату каждой точки выходной зоны Бриллюэна на плоскость пучка после отражения от квазипараболы, получим соответствие координаты с амплитудой. Такой прямой пересчет тем точнее, чем выше сверхразмерность задачи.

Для примера эффективности метода, был синтезирован преобразователь на частоту 184,6 ГГц и моду $TE_{28,13}$. Радиус волновода $R_w=22$ мм и длина всего излучателя 150 мм. На Рисунке 4.3 изображено взаимное расположение излучателя и квазипараболы (с фокусным расстоянием 40 мм), а так же распределения источников на боковой поверхности, соответствующих рабочей моде и целевому гауссовому пучку. Процедура синтеза из 50 итераций заняла около 3 минут, а расчетная эффективность преобразования рабочей моды в гауссов пучок в результате этого процесса составила 98,3%. Дальнейшая подстановка полученного профиля в процедуру синтеза с использованием уравнения EFIE подтвердила высокую эффективность профиля (более 98%). При этом время расчета одной итерации синтеза с EFIE составляет порядка 25 минут. Таким образом, выигрыш по скорости процедуры синтеза с помощью скалярных уравнений и БПФ по сравнению с решением уравнения EFIE составил более 400 раз! На Рис. 4.4 показан профиль, полученный быстрым синтезом, и

распределения продольного магнитного поля на стенке преобразователя, посчитанные системой скалярных уравнений и уравнением EFIE.

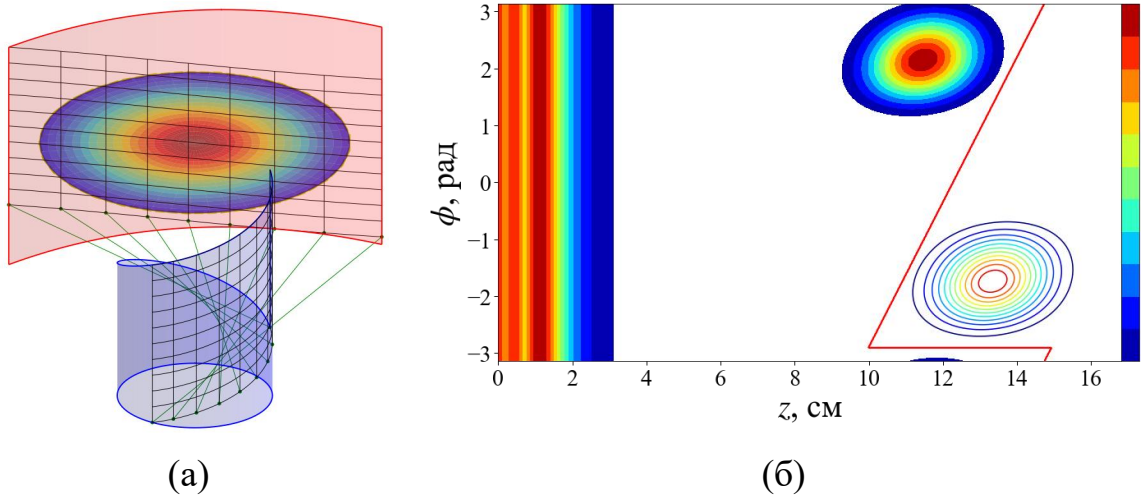


Рисунок 4.3 - Взаимное расположение выхода излучателя и квазипараболического зеркала (а - вид навстречу распространению пучка после отражения, сетка на поверхностях излучателя и зеркала соответствует зоне Бриллюэна) и источники задач прямого и обратного распространения для процедуры синтеза излучателя на частоте 184,6 ГГц (б - контурный график соответствует целевому распределению, соответствующему гауссовому пучку)

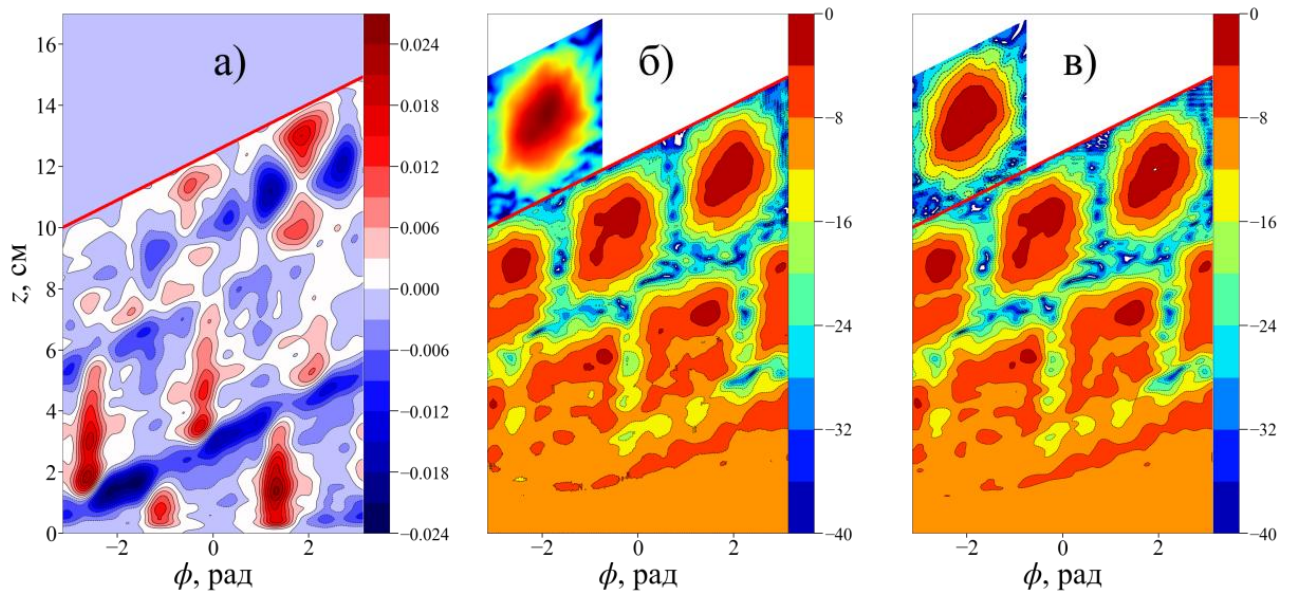


Рисунок 4.4 - Синтезированный тестовый профиль волноводного преобразователя моды $TE_{28,13}$ в гауссово-подобное распределение поля на частоте 184 ГГц (а) и соответствующие распределения продольного магнитного поля (шкала в дБ) на стенке волновода и выходной зоне Бриллюэна, посчитанные методом уравнения EFIE (б) и системой скалярных уравнений (4.12) (в).

Представленный метод анализа сверхразмерных волноводных излучателей совместно с процедурой синтеза представляет интерес для проектирования волноводных компонентов приборов сверхвысокой частоты. Скорость решения полученных скалярных интегральных уравнений превышает скорость расчета

исходным векторным уравнением в сотни раз, при этом сохраняется высокая точность для класса плавных деформаций поверхности преобразователей. Быстрый метод синтеза может быть использован как самостоятельный метод и как способ нахождения первого приближения для профиля поверхности, которое, при необходимости, может быть уточнено синтезом с использованием точного метода решения уравнения электрического поля.

Заключение

Ниже перечислены основные результаты достигнутые в ходе выполнения диссертационной работы:

1. Реализован метод анализа и синтеза волноводных преобразователей с помощью интегрального уравнения электрического поля. Метод внедрен в процедуру синтеза благодаря нативной связи искомого электрического тока при решении уравнения EFIE и компонентов электромагнитных полей, определяющих поправку для синтезируемого профиля на каждой итерации процедуры синтеза.
2. Синтезирован и изготовлен уникальный квазиоптический преобразователь гиротрона на частоте 28 ГГц, содержащий волноводный излучатель, меняющий угловой спектр излучения рабочей моды. Высокая эффективность преобразователя подтверждена в эксперименте с высоким уровнем мощности 20 кВт.
3. Спроектирован квазиоптический преобразователь для многочастотного гиротрона 175-250 ГГц диапазона с направлением вывода излучения в два окна различной толщины. Расчет показывает высокую эффективность (96-98%) преобразования каждой из пяти рабочих мод в гауссовый пучок при приемлемом уровне диффракционных потерь в 4-7% для 200 кВт уровня рабочей мощности.
4. Для излучателей гиротронов, сохраняющих узкий спектр углового распределения излучения рабочей моды, разработан и реализован быстрый численный метод на основе уравнения итерационной физической оптики с заменой реального профиля излучателя на соответствующий ему фазовый множитель. Скорость синтеза данным методом превышает точную процедуру на основе уравнения EFIE в сотни раз, что позволяет быстро получить первоначальное приближение для синтезируемой поверхности и значительно ускорить проектирование квазиоптических систем гиротронов.

Публикации по теме диссертации

- [1a] А.П. Гаштури, Г.Г. Денисов, С.В. Мишакин, С.В. Самсонов, *Расчет и оптимизация трехмерных волноводных систем методом интегрального уравнения* // Известия ВУЗов, Радиофизика, 2008, т. 51, №9, с. 742-753
- [2a] A.P. Gashturi, G.G. Denisov, S.V. Mishakin, S.V. Samsonov, *Calculation and optimization of 3D waveguide system with help of integral equation method* // Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, 2009, vol.30, No.4, pp. 319-327
- [3a] Chirkov A.V., Gashturi A.P., Denisov G.G., Paveliev A.B., *Comparison of different methods of calculation of gyrotron quasi-optical mode converter* // Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, 2013, vol. 34 No.1, pp 62-70
- [4a] А.П. Гаштури, Д.И. Соболев, *Анализ сверхразмерных электродинамических систем комбинированным методом на основе принципа физической оптики и метода мультипольного разложения* // Известия ВУЗов, Радиофизика. Т. 65, № 5-6, 2022, с. 484-493
- [5a] S.A. Ananicheva, A.A. Bogdashov, A.P. Fokin, M.S. Gitlin, A.P. Gashturi, A.G. Luchinin, A.A. Orlovskiy, A.I. Tsvetkov and M.Yu. Glyavin, *Imaging and Mode Content Analysis of the Wave Beam From a Short-Pulse High-Power Gyrotron Using the Millimeter-Wave-Induced Gas Breakdown Initiated by a Metal–Dielectric Screen* // IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 51, Iss. 5, May 2023, pp 1256 - 1260, DOI: 10.1109/TPS.2023.3264818
- [6a] A.P. Gashturi, A.S. Zuev, A.P. Fokin, D.I. Sobolev, A.V. Chirkov, E.M. Tai, A.N. Kuftin, M.Yu. Glyavin, and G.G. Denisov, *Development of a two-channel quasi-optical converter for a multi-frequency gyrotron in the range of 176–250 GHz* // IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 71, Iss. 8, August 2024, pp 5047 - 5052, DOI: 10.1109/TED.2024.3419764

- [7a] A.P. Gashturi, D.I. Sobolev, G.G. Denisov, M.D. Proyavin, M.V. Morozkin, A.V. Chirkov, *Highly efficient gyrotron mode converter with a launcher changing angular spectrum of the operating mode*, IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 71, no. 12, pp. 7831-7835, Dec. 2024, doi: 10.1109/TED.2024.3479157
- [8a] А.П. Гаштури, М.Ю. Глявин, Г.Г. Денисов, И.В. Железнов, И.В. Зотова, В.Н. Мануилов, С.В. Самсонов, А.С. Сергеев, *Разработка циклотронно-резонаторного выпрямителя миллиметрового диапазона для перспективных систем беспроводной передачи энергии*, ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719. 2025. №3, <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.3.14>
- [9a] Гаштури А.П., Денисов Г.Г., Соболев Д.И., *Радикальное ускорение метода синтеза волноводных излучателей гиросприборов на основе уравнения итерационной физической оптики*, Известия ВУЗов, Радиофизика, Т. 68, № 3, 2025, с. 226-230
- [10a] А.П. Гаштури, Г.Г. Денисов, С.В. Мишакин, С.В. Самсонов, *Расчет сверхразмерных волноводных систем методом интегрального уравнения*, // аннотации докладов 12-ой Нижегородской сессии молодых ученых, г. Н.Новгород, 15-20 апреля 2007 г.
- [11a] А.П. Гаштури, Г.Г. Денисов, Г.И. Калынова, А.В. Чирков, *Расчет открытых волноводных систем методом интегрального уравнения* // аннотации докладов 13-ой Нижегородской сессии молодых ученых, г. Н.Новгород, 20-25 апреля 2008 г.
- [12a] G.G. Denisov, A.P. Gashturi, S.V. Mishakin, S.V. Samsonov, *Calculation of 3-D waveguide structures with EFIE* // 2007 Joint 32nd Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves and 15th Int. Conf. on Terahertz Electronics, Cardiff, UK, pp. 779-780, doi: 10.1109/ICIMW.2007.4516727
- [13a] G.G. Denisov, A.V. Chirkov, V.I. Belousov, A.P. Gashturi, G.I. Kalynova *Synthesized Quasi-Optical TE₀₂-HE₁₁ Mode Converter* // Conf. Digest of the Joint 34nd International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves,

Busan, Korea, September 21 - 25, 2009, pp. 1-2, doi: 10.1109/ICIMW.2009.5324950

- [14a] D.I. Sobolev, G.G. Denisov, A.P. Gashturi, *Fast and efficient synthesis of multimode waveguide components* // 17th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Resonance Heating, 2012
- [15a] Gashturi A.P., Sobolev D.I., Denisov G.G., *Synthesis of multimode waveguide converters using full-wave EFIE field analysis method* // 38th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz), Mainz, Germany, Sep 1-6, 2013, pp. 1-2, doi: 10.1109/IRMMW-THz.2013.6665489
- [16a] Гаштури А.П., Денисов Г.Г., Соболев Д.И., *Эффективный метод синтеза трехмерных электродинамических систем* // X Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн, Нижний Новгород, 29 февраля — 3 марта 2016 г.
- [17a] Гаштури А.П., Гойхман М.Б., Палицин А.В., Панин А., Родин Ю.В., *Перестраиваемый режекторный фильтр для диагностики ультракоротких СВЧ импульсов большой мощности* // XVII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова, май 2019
- [18a] Gashturi A., Goykhman M., Gromov A., Filchenkov S., Palitsin A., Panin A., Rodin Y., Peskov N., Rozental R., *Tunable Notch Filter for Measurements of Rogue Waves in Gyrotrons* // 44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz), Sept 1-6, 2019, Paris, France, doi: 10.1109/IRMMW-THz.2019.8874064
- [19a] Gashturi A., Goykhman M., Gromov A., Filchenkov S., Palitsin A., Panin A., Rodin Y., Peskov N., Rozental R., Sobolev D., *Tunable Waveguide Notch Filter for Plasma Diagnostics* // 7th All-Russian Microwave Conference (RMC), Moscow, Russia, 2020, pp. 21-24, doi: 10.1109/RMC50626.2020.9312347
- [20a] A. Gashturi, A. Palitsin, M. Goykhman, A. Gromov, A. Panin, M. Proyavin, Y. Rodin, *Microwave Notch Filters for Plasma Diagnostics, Numerical Simulation*

- by Method of Moments with Mode Matching* // 46th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz), Chengdu, China, 2021, pp. 1-2, doi: 10.1109/IRMMW-THz50926.2021.9567076
- [21a] А.П. Гаштури, Д.И. Соболев, *Анализ сверхразмерных электродинамических систем комбинированным методом на основе принципа физической оптики и метода мультипольного разложения* // XII Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн, Нижний Новгород, 28 февраля – 4 марта 2022 г..
- [22a] А.П. Гаштури, Г.Г. Денисов, Д.И. Соболев, *Проектирование сверхразмерных открытых волноводных преобразователей комбинацией методов оптимального синтеза и интегрального уравнения EFIE* // XI Всероссийская научно-техническая конференция "Электроника и микроэлектроника СВЧ". Сборник докладов. Санкт-Петербург: СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 30 мая - 3 июня 2022 г., с. 66-70
- [23a] А.П. Гаштури, Д.И. Соболев, Г.Г. Денисов, *Высокоэффективный квазиоптический гиротронный преобразователь моды с малым углом Бриллюэна в гауссов пучок* // XII Всероссийская научно-техническая конференция "Электроника и микроэлектроника СВЧ". Сборник докладов. Санкт-Петербург: СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 29 мая - 2 июня 2023 г., с. 218-222
- [24a] А.П. Гаштури, М.Ю. Глявин, Г.Г. Денисов, А.С. Зуев, Д.И. Соболев, А.П. Фокин, *Проект многочастотного гиротрона-драйвера со специальным преобразователем* // Тезисы XX Всероссийской конференции «Диагностика высокотемпературной плазмы», г. Сочи, 18-22 сентября 2023
- [25a] Палицин А.В., Родин Ю.В., Гойхман М.Б., Громов А.В., Гаштури А.П., Проявин М.Д., Панин А.Н., *Волноводный режсекторный фильтр для микроволновой диагностики плазмы* // Тезисы XX Всероссийской конференции «Диагностика высокотемпературной плазмы», г. Сочи, 18-22 сентября 2023, 292-294
- [26a] A. P. Gashturi, G. G. Denisov, A. P. Fokin, M. Yu. Glyavin, D. I. Sobolev, A. S. Zuev, *Synthesized Quasi-optical Converter for 175-250 GHz Gyrotron with Two*

Output Windows // 2024 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Chengdu, China, 21-25 April, 2024, doi: 10.1109/PIERS62282.2024.10617996

- [27a] G.G. Denisov, D.I. Sobolev, M.D. Proyavin, A.P. Gashturi, M.V. Morozkin, V.E. Kotomina, M.V. Kamenskiy, A.A. Orlovskiy, *Compact and Efficient Output Converter for Gyrotron Mode with High Longitudinal Wave Number* // 2024 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Chengdu, China, 21-25 April, 2024, pp. 1-4, doi: 10.1109/PIERS62282.2024.10618489
- [28a] E. S. Semenov, A. S. Zuev, O. P. Plankin and A. P. Gashturi, *The code ANGEL as a universal tool for gyrodevices modeling* // FNP-2024, Russia, Sept 2024
- [29a] Гаштури А.П., Денисов Г.Г., Соболев Д.И., *Проектирование излучателей гиротрона с помощью интегральных уравнений для поверхностного тока* // XIII Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн. Тезисы докладов. 24-28 февраля 2025 г., Нижний Новгород

Список цитируемой литературы

- [1] A. G. Litvak, G. G. Denisov, et al., “*Development in Russia of Megawatt Power Gyrotrons for Fusion*,” J. Infr. Millim. THz Waves, vol. 32, no. 3, pp. 337–342, Mar. 2011, doi: 10.1007/s10762-010-9743-8.
- [2] J.L. Volakis, A. Chatterjee, L.C. Kempel, *Finite Element Method Electromagnetics: Antennas, Microwave Circuits, and Scattering Applications* // Wiley-IEEE Press, June 1998
- [3] Kane Yee. *Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media* // Antennas and Propagation, IEEE Transactions on : 1966. Vol. 14. P. 302—307. doi:10.1109/TAP.1966.1138693
- [4] Gibson W.C., *The Method of Moments in Electromagnetics* // Boca Raton: CRC Press, 2021
- [5] W.C. Chew, J.-M. Jin, E. Michielssen, J. Song, *Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics* // Artech House. 2001. 932 p
- [6] A. A. Bogdashov and G. G. Denisov, “*Asymptotic theory of high efficiency converters of higher-order waveguide modes into eigenwaves of open mirror lines*”, Radiophysics and Quantum Electronics, vol. 47, no. 4, pp. 283-296, Apr. 2004, doi: 10.1023/B:RAQE.0000047649.17664.6e
- [7] A. V. Chirkov , G. G. Denisov, et al., *Use of Huygens' principle for analysis and synthesis of the fields in oversized waveguides*, // Radiophys. Quantum Electron., 49, No. 5, pp 344-353, May 2006
- [8] D. I. Sobolev and G. G. Denisov, “*Principles of Synthesis of Multimode Waveguide Units*,” IEEE Trans. Plasma Sci., vol. 38, no. 10, pp. 2825-2830, Oct. 2010, doi: 10.1109/TPS.2010.2060365
- [9] Нуссбаумер Г. *Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления свёрток*. — М.: Радио и связь, 1985
- [10] Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны*. М.: Радио и связь, 1988

- [11] Rao S. M., Wilton D. R. and Glisson A. W., *Electromagnetic scattering by surface of arbitrary shape*, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 30, pp. 409-418, May 1982
- [12] Knockaert, L. *A General Gauss Theorem for Evaluating Singular Integrals over Polyhedral Domains*. Electromagnetics, 11(2), (1991), 269–280.
<https://doi.org/10.1080/02726349108908278>
- [13] Джексон. Дж. *Классическая электродинамика*. М.: Издательство «Мир», 1965. 703 с
- [14] Alexander Heldring, *Full-Wave Analysis of Electrically Large Reflector Antennas*, Delft Univ Pr (July 1, 2002), 179 p.
- [15] F. Obelleiro-Basteiro, J. Luis Rodriguez and R. J. Burkholder, *An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities*, in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 43, no. 4, pp. 356-361, April 1995, doi: 10.1109/8.376032.
- [16] G. Denisov, I. Kazansky, V. Malygin, E. Soluyanov, E. Tai and A. Chirkov, *Series of powerful CW gyrotrons in the range 105 – 140 GHz*, EPJ Web of Conferences 147, 04003 (2017), <https://doi.org/10.1051/epjconf/201714704003>
- [17] Glyavin M.Y. et al. *A 670 GHz gyrotron with record power and efficiency* // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 101, № 15. P. 153503
- [18] Gitlin M.S. et al. *Imaging of a High-Power Millimeter Wave Beam Using a Millimeter Wave-Induced Gas Breakdown Initiated by a Metal-Dielectric Screen* // IEEE Trans. Plasma Sci. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2022. Vol. 50, № 2. P. 267–274
- [19] M. D. Proyavin, M. M. Morozkin, V. N. Manuilov, E. A. Soluyanov, E. M. Tai, M. V. Kamenskiy, A. A. Orlovskiy and Mikhail Yu Glyavin, *Results of the Study of a New Generation Technological Gyrotron System with High Power and Efficiency* // IEEE Electron Device Letters, vol. 44, no. 1, pp. 148-151, Nov. 2023, doi: 10.1109/LED.2022.3222169

- [20] A. P. King, E. A. Marcatilli, *Transmission loss due to resonance of loosely-coupled modes in a multi-mode system* // Bell Systems Technical Journal, vol. 35, no. 4, pp. 899-906, Jul. 1956, doi: 10.1002/j.1538-7305.1956.tb03807.x
- [21] O. Dumbrajs, M. Yu. Glyavin, V. E. Zapevalov, N. A. Zavolsky, *Influence of Reflections on Mode Competition in Gyrotrons* // IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 28, no. 3, Jun. 2000, doi: 10.1109/27.887680
- [22] O. Dumbrajs, *Influence of Possible Reflections on the Operation of European ITER Gyrotrons* // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, vol. 31, pp. 892-898, Aug. 2010, doi: 10.1007/s10762-010-9653-9
- [23] M. D. Proyavin, V. E. Kotomina, A. A. Orlovskiy, V. Y. Zaslavsky, M.V. Morozkin, A.V. Palitsin, Y.V. Rodin, D.I. Sobolev, N.Y. Peskov, *Application of Chemical Metallization of Photopolymer Structures Additive Technology in the Production of Components for Electronic Devices* // Micromachines, vol. 14(10), 1897, Aug. 2023, doi: 10.3390/mi14101897
- [24] A. V. Chirkov, G. G. Denisov, N. L. Aleksandrov, *3D Wavebeam Field Reconstruction from Intensity Measurements in a Few Cross Sections* // Optics Communications, vol. 115, no. 5-6, pp. 449-452, 1995, doi: 10.1016/0030-4018(94)00630-D
- [25] V. L. Bakunin, G. G. Denisov, Yu. V. Novozhilova, *Locking of the Frequency of a Multimode Gyrotron by a Quasi-Monochromatic External Signal* // Radiophys. Quantum Electron., vol. 62, no. 7, pp. 490–505, Dec. 2019, doi:10.1007/s11141-020-09995-x.
- [26] G. Denisov, A. Kuftin, V. Manuilov, A. Chirkov, L. Popov, V. Zapevalov, A. Zuev, A. Sedov, I. Zheleznov, and M. Glyavin, *Concept design of the megawatt power level gyrotron stabilized by a low-power signal for DEMO project* // Nucl. Fusion, vol. 62, no. 3, Art no. 036020, 2022, doi: 10.1088/1741-4326/ac4946.
- [27] A. N. Kuftin, G. G. Denisov, A. V. Chirkov, M. Yu. Shmelev, V. I. Belousov, A. A. Ananichev, B. Z. Movshevich, I. V. Zotova, and M. Yu. Glyavin, *First Demonstration of Frequency-Locked Operation of a 170 GHz/ 1 MW Gyrotron* //

- IEEE Electron Dev. Lett., vol. 44, no. 9, pp. 1563–1566, Sep. 2023, doi: 10.1109/LED.2023.3294755
- [28] A. V. Chirkov, G. G. Denisov, and A. N. Kuftin, *Perspective gyrotron with mode converter for co- and counter-rotation operating modes* // Appl. Phys. Lett., vol. 106, no. 26, Art no. 263501, Jun. 2015, doi:10.1063/1.4923269.
- [29] T. Kariya, T. Imai, R. Minami, K. Sakamoto, Y. Oda, R. Ikeda, T. Shimosuma, S. Kubo, H. Idei, T. Numakura, K. Tsumura, Y. Ebashi, M. Okada, Y. Nakashima, Y. Yoshimura, H. Takahashi, S. Ito, K. Hanada, K. Nagasaki, M. Ono, T. Eguchi, and Y. Mitsunaka, *Development of over-MW gyrotrons for fusion at 14 GHz to sub-THz frequencies* // Nucl. Fusion, vol. 57, no. 6, Art no. 066001, Apr. 2017, doi: 10.1088/1741-4326/aa6875.
- [30] A. G. Litvak, G. G. Denisov, and M. Y. Glyavin, *Russian Gyrotrons: Achievements and Trends* // IEEE J. Microwaves, vol. 1, no. 1. pp. 260–268, Jan. 2021, doi: 10.1109/JMW.2020.3030917
- [31] G. G. Denisov, M. Yu. Glyavin, A. P. Fokin, A. N. Kuftin, A. I. Tsvetkov, A. S. Sedov, E. A. Soluyanov, M. I. Bakulin, E. V. Sokolov, E. M. Tai, M. V. Morozkin, M. D. Proyavin, and V. E. Zapevalov, *First experimental tests of powerful 250 GHz gyrotron for future fusion research and collective Thomson scattering diagnostics* // Rev. Sci. Instrum., vol. 89, no. 8., Art no. 084702, Aug. 2018, doi: 10.1063/1.5040242.
- [32] A. S. Zuev, A. P. Fokin, A. A. Ananichev, E. S. Semenov, O. P. Plankin, A. N. Kuftin, V. E. Zapevalov, and M. Yu. Glyavin, *Realization of an Octave Frequency Step-Tuning of Sub-terahertz Gyrotron for Advanced Fusion Research* // J. Infr. Millim. THz Waves, vol. 42, no. 11, pp. 1131–1141, Nov. 2021, doi: 10.1007/s10762-021-00832-4
- [33] G. G. Denisov, D.A. Lukovnikov, W. Kasperek, D. Wagner, *On the resonant scattering at guide dielectric windows* // Int. J. Infrared Millim. Waves, vol. 17, no. 5, pp. 933–945, Mar. 1996, doi:10.1007/BF02101401
- [34] A. V. Chirkov, G. G. Denisov, A. N. Kuftin, V. E. Zapevalov, V. I. Malygin, M. A. Moiseev, and S. Yu. Kornishin, *Multifrequency gyrotron with high-efficiency*

- synthesized waveguide converter* // Tech. Phys. Lett., vol. 33, no. 4, pp. 350– 352, 2007, doi: 10.1134/S1063785007040232.
- [35] R. Ikeda, Ryosuke, T. Shinya, S. Yajima, T. Nakai, T. Ohgo, M. Tsuneyama, H. Yamazaki, T. Kobayashi, and K. Kajiwara, *Multi-frequency, megawatt-power gyrotron to facilitate a wide range of operations at ITER* // Nucl. Fusion, vol. 63, no. 6, Art no. 066028, May 2023, doi: 10.1088/1741-4326/accdeb
- [36] U. Jakobus and F. M. Landstorfer, *Improved PO-MM Formulation for Scattering from Three-Dimensional Perfectly Conducting Bodies of Arbitrary Shape* // IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-43, no. 2, pp. 162-169, Feb. 1995, DOI: 10.1109/8.366378